1MJS/1MJ

冬期講習　確認テスト

解答

Ｚ会東大進学教室

中１数学

中１東大数学

冬期講習　確認テスト　解答　　1MJS/1MJ

【1】(1) $\dfrac{x \times y}{2} = 15$ より $y = \dfrac{30}{x}$.

よって反比例する．比例定数は 30

(2) $y = \dfrac{x}{1000} \times 3600$ より $y = \dfrac{18}{5}x$.

よって比例する．比例定数は $\dfrac{18}{5}$

(3) $30 \times y = x \times 6$ が成り立つので $y = \dfrac{1}{5}x$.

よって比例する．比例定数は $\dfrac{1}{5}$

(4) $y = \pi \times \left(\dfrac{x}{2}\right)^2$ より $y = \dfrac{\pi}{4}x^2$.

よって比例も反比例もしない．

以上より

(1)	① $\boldsymbol{y = \dfrac{30}{x}}$	② △	③ 30
(2)	① $\boldsymbol{y = \dfrac{18}{5}x}$	② ○	③ $\dfrac{18}{5}$
(3)	① $\boldsymbol{y = \dfrac{1}{5}x}$	② ○	③ $\dfrac{1}{5}$
(4)	① $\boldsymbol{y = \dfrac{\pi}{4}x^2}$	② ×	③ (空欄)

【2】(1) $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$ より，

$$\frac{1}{3}\pi r^2 \times h = V$$
$$h = \frac{3V}{\pi r^2}$$

(2) $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$ より，

$$\frac{1}{3}\pi h \times r^2 = V$$
$$r^2 = \frac{3V}{\pi h}$$

(3) $V = \left(\dfrac{1}{3}\pi r^2\right) \times h$ より，V は h に比例し，比例定数は $\dfrac{1}{3}\pi r^2$

(4)
$$\frac{1}{3}\pi r^2 \times h = V$$
$$h = \frac{3V}{\pi} \times \frac{1}{r^2}$$

より，h は r^2 に反比例し，比例定数は $\dfrac{3V}{\pi}$ である．

(5) $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 \times h$ において，$r' = 2r$ とおき，半径が r' のときの体積を V' とすると

$$V' = \frac{1}{3}\pi r'^2 \times h = \frac{1}{3}\pi h(2r)^2$$
$$= \frac{1}{3}\pi h \times 4r^2 = 4 \times \left(\frac{1}{3}\pi h r^2\right) = 4 \times V$$

よって 4 倍になる．

(6) $V=\dfrac{\pi}{3}r^2\times h$ より

$$\frac{\pi h}{3}\times r^2=V$$
$$r^2=\frac{3V}{\pi h}$$

$h'=\dfrac{1}{9}h$ とおき，そのときの半径を r' とおくと

$$r'^2=\frac{3V}{\pi\times\dfrac{1}{9}h}=9\times\frac{3V}{\pi h}=9\times r^2$$
$$\therefore\ r'=3r$$

よって 3 倍になる．

以上より，

ア $\boldsymbol{\dfrac{3V}{\pi r^2}}$　イ $\boldsymbol{\dfrac{3V}{\pi h}}$　ウ **比例**　エ $\boldsymbol{\dfrac{1}{3}\pi r^2}$

オ $\boldsymbol{r^2}$　カ $\boldsymbol{\dfrac{3V}{\pi}}$　キ **4**　ク **3**

【3】(1) $x=-8$ のとき，$y=\dfrac{20}{-8}=-\dfrac{5}{2}$

$x=-3$ のとき，$y=\dfrac{20}{-3}=-\dfrac{20}{3}$

よって，y の変域は $\boldsymbol{-\dfrac{20}{3}\leqq y\leqq -\dfrac{5}{2}}$

(2) 点 B は点 A$(-10,\ -2)$ の原点対称の点であるから，点 B の座標は

$(10,\ 2)$

また，点 C と点 D は四角形 ADBC が平行四辺形であることから，原点対称の関係であり，

OC=OD

いま，点 C の座標を $(0,\ a)$ とすると，点 D は $(0,\ -a)$ より CD$=2a$

平行四辺形 ADBC の面積

$=\triangle$ ACD $+\triangle$ BCD

$=2a\times$ |点 A の x 座標| $\times\dfrac{1}{2}+2a\times$ |点 B の x 座標| $\times\dfrac{1}{2}$

$=2a\times 10\times\dfrac{1}{2}\times 2$

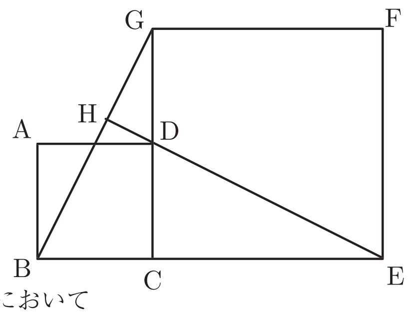
$=20a$

よって，

$$20a=85$$
$$a=\frac{17}{4}$$

以上より，$\mathbf{C}\left(\boldsymbol{0,\ \dfrac{17}{4}}\right)$ ，$\mathbf{D}\left(\boldsymbol{0,\ -\dfrac{17}{4}}\right)$

【4】



(1) $\triangle$ GBC と $\triangle$ EDC において

仮定より

$$\angle \mathrm{GCB} = \angle \mathrm{ECD} = 90^\circ \quad \cdots\cdots ①$$

$$\mathrm{BC} = \mathrm{DC} \quad \cdots\cdots ②$$

$$\mathrm{GC} = \mathrm{EC} \quad \cdots\cdots ③$$

①, ②, ③ より，2 辺とその間の角が等しいことから，

$\triangle \mathrm{GBC} \equiv \triangle \mathrm{EDC}$ （証明終）

(2) (1) より

$$\angle \mathrm{BGC} = \angle \mathrm{DEC}$$

また，対頂角は等しいから

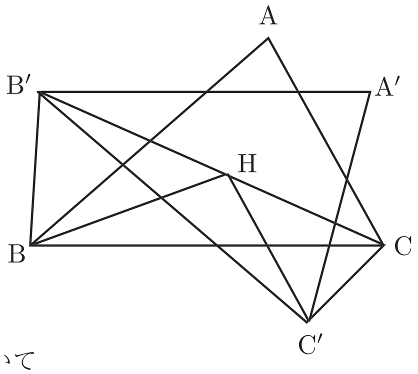
$$\angle \mathrm{GDH} = \angle \mathrm{EDC}$$

ここで，$\triangle$ GDH において

$$\begin{aligned}\angle \mathrm{GHD} &= 180^\circ - \angle \mathrm{GDH} - \angle \mathrm{HGD} \\ &= 180^\circ - \angle \mathrm{EDC} - \angle \mathrm{DEC} \\ &= \angle \mathrm{DCE} \\ &= 90^\circ\end{aligned}$$

よって，BG $\perp$ EH が証明された. （証明終）

【5】



$\triangle$ B′HC′ と $\triangle$ BHC において

点 H は線分 BB′，CC′ の垂直二等分線上の点であるから，

$$\mathrm{B'H} = \mathrm{BH} \cdots\cdots ①$$

$$\mathrm{HC'} = \mathrm{HC} \cdots\cdots ②$$

また，$\triangle \mathrm{A'B'C'} \equiv \triangle \mathrm{ABC}$ より

$$\mathrm{B'C'} = \mathrm{BC} \cdots\cdots ③$$

①，②，③ より，3 辺の長さが等しいことから

$$\triangle \mathrm{B'HC'} \equiv \triangle \mathrm{BHC}$$

合同な三角形の対応する角はそれぞれ等しいから

$$\angle \mathrm{B'HC'} = \angle \mathrm{BHC}$$

ここで，

$$\angle \mathrm{BHB'} = \angle \mathrm{B'HC'} - \angle \mathrm{BHC'} = \angle \mathrm{BHC} - \angle \mathrm{BHC'}$$

$$\angle \mathrm{CHC'} = \angle \mathrm{BHC} - \angle \mathrm{BHC'}$$

よって，$\angle \mathrm{BHB'} = \angle \mathrm{CHC'}$　　（証明終）

【6】

(1)　l は $y=ax$ と表され，A(6, 4) を通るから，

$4=6a$ より，$a=\dfrac{2}{3}$

よって，l は $\boldsymbol{y=\dfrac{2}{3}x}$

また，m は $y=\dfrac{b}{x}$ と表され，A(6, 4) を通るから，

$4=\dfrac{b}{6}$ より，$b=24$

よって，m は $\boldsymbol{y=\dfrac{24}{x}}$

(2)　S の x 座標を s とすると，$\mathrm{S}\left(s,\ \dfrac{24}{s}\right)$ とおける．

よって，長方形 ROTS の面積は，

$s\times\dfrac{24}{s}=\mathbf{24}$

(3)　T の x 座標が t より，P，S の x 座標も t となる．

P，S はそれぞれ l，m 上の点より座標は，

$\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{2}{3}t\right)$，$\mathrm{S}\left(t,\ \dfrac{24}{t}\right)$

点 Q の y 座標は P と等しいので，$\mathrm{Q}\left(0,\ \boldsymbol{\dfrac{2}{3}t}\right)$

また，点 R の y 座標は S と等しいので，$\mathrm{R}\left(0,\ \boldsymbol{\dfrac{24}{t}}\right)$

(4)　長方形 PQRS=長方形 ROTS− 長方形 QOTP=24− 長方形 QOTP

よって，長方形 PQRS を t を用いて表すと，

長方形 PQRS$=24-t\times\dfrac{2}{3}t=24-\dfrac{2}{3}t^2$

これに，$t=\dfrac{3}{2}$ を代入すると，

長方形 PQRS$=24-\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=24-\dfrac{3}{2}=\boldsymbol{\dfrac{45}{2}}$