M1TK

冬期講習

解答

Ｚ会東大進学教室

高１数学Ｋ～数学Ⅰ・Ａ総復習～

高１難関大数学Ｋ

問題

【1】(1)

$$f(x) = 2\left(x^2 - 2ax\right) + a + 1$$
$$= 2(x-a)^2 - 2a^2 + a + 1$$

2 次関数 $y = f(x)$ のグラフの軸 $x = a$ の位置で場合を分ける.

(i) $a \leqq 0$ のとき

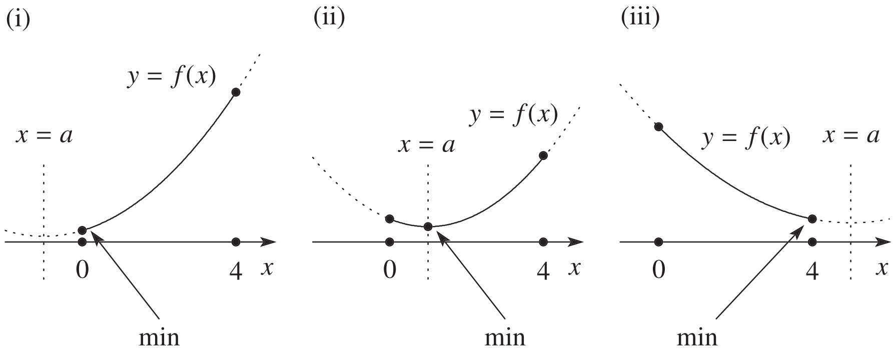
$$m = f(0) = a + 1$$

(ii) $0 \leqq a \leqq 4$ のとき

$$m = f(a) = -2a^2 + a + 1$$

(iii) $4 \leqq a$ のとき

$$m = f(4)$$
$$= 2 \cdot 4^2 - 4a \cdot 4 + a + 1$$
$$= -15a + 33$$



以上より,

$$m = \begin{cases} \boldsymbol{a + 1} & \boldsymbol{(a \leqq 0)} \\ \boldsymbol{-2a^2 + a + 1} & \boldsymbol{(0 \leqq a \leqq 4)} \\ \boldsymbol{-15a + 33} & \boldsymbol{(4 \leqq a)} \end{cases} \qquad \text{(答)}$$

(2)　(i) $a \leqq 0$ のとき

$$a+1=0 \quad より \quad a=-1$$

これは $a \leqq 0$ をみたす.

(ii) $0 \leqq a \leqq 4$ のとき

$$-2a^2+a+1=0$$

$$(2a+1)(a-1)=0 \qquad \therefore\ a=-\frac{1}{2},1$$

$a=1$ は $0 \leqq a \leqq 4$ をみたし, $a=-\dfrac{1}{2}$ は $0 \leqq a \leqq 4$ をみたさない. よって $a=1$.

(iii) $a \geqq 4$ のとき

$$-15a+33=0 \quad より \quad a=\frac{11}{5}$$

これは $a \geqq 4$ をみたさないので不適.

(i)〜(iii) より

$\boldsymbol{a=\pm 1}$　　(答)

【2】(1) $x = 1 - y \quad \cdots(*)$ より

$$0 \leqq 1 - y \leqq 2$$
$$-1 \leqq -y \leqq 1$$
$$-1 \leqq y \leqq 1$$

$(*)$ を $x - 2y^2$ に代入して

$$\begin{aligned} x - 2y^2 &= 1 - y - 2y^2 \\ &= -2y^2 - y + 1 \quad \cdots ① \end{aligned}$$

①の $-1 \leqq y \leqq 1$ における最大値，最小値を考える.

$$① = -2\left(y + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$$

より，$y = -\dfrac{1}{4}$ のとき，最大値 $\dfrac{9}{8}$，$y = 1$ のとき，最小値 -2 である.
よって

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = \frac{5}{4},\ y = -\frac{1}{4}} \text{ のとき　最大値 } \boldsymbol{\frac{9}{8}} \\ \boldsymbol{x = 0,\ y = 1} \text{ のとき　最小値 } \boldsymbol{-2} \end{cases} \quad \text{(答)}$$

(2) $y^2 = 3 - 2x^2 \quad \cdots(*)$ より

$$y^2 = 3 - 2x^2 \geqq 0$$
$$2x^2 - 3 \leqq 0$$
$$\left(\sqrt{2}x + \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}x - \sqrt{3}\right) \leqq 0$$
$$\therefore\ -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \leqq x \leqq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$
$$\therefore\ -\frac{\sqrt{6}}{2} \leqq x \leqq \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$(*)$ を $4x + y^2$ に代入すると

$$\begin{aligned} 4x + y^2 &= 4x + \left(3 - 2x^2\right) \\ &= -2x^2 + 4x + 3 \quad \cdots ① \end{aligned}$$

①の $-\dfrac{\sqrt{6}}{2} \leqq x \leqq \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ における最大値，最小値を考える.

$$① = -2(x - 1)^2 + 5$$

より，$x = 1$ のとき，最大値 5，$x = -\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ のとき，最小値 $-2\sqrt{6}$ である.
よって

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 1,\ y = \pm 1} \text{ のとき　最大値 } \boldsymbol{5} \\ \boldsymbol{x = -\frac{\sqrt{6}}{2},\ y = 0} \text{ のとき　最小値 } \boldsymbol{-2\sqrt{6}} \end{cases} \quad \text{(答)}$$

(3) $x + 2y = k$ とおくと

$$x = k - 2y \quad \cdots(*)$$

$(*)$ を $x^2 + 2y^2 = 2$ に代入すると

$$(k - 2y)^2 + 2y^2 - 2 = 0$$
$$6y^2 - 4ky + k^2 - 2 = 0 \quad \cdots(**)$$

ここで，$(*)$ より、y が実数であれば x も実数であるので，y の方程式 $(**)$ が実数解を持つための k の値の範囲を求める．$(**)$ の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 6\left(k^2 - 2\right)$$
$$= -2k^2 + 12 \geqq 0$$
$$\left(k - \sqrt{6}\right)\left(k + \sqrt{6}\right) \leqq 0$$
$$-\sqrt{6} \leqq k \leqq \sqrt{6}$$

$k = \sqrt{6}$ のとき，$(**)$ は

$$6y^2 - 4\sqrt{6}y + 4 = 0$$
$$\left(\sqrt{3}y - \sqrt{2}\right)^2 = 0$$
$$\therefore\ y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$(*)$ に代入して

$$x = \sqrt{6} - 2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

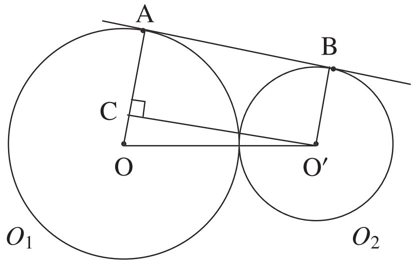
$k = -\sqrt{6}$ のとき，同様にして

$$y = -\frac{\sqrt{6}}{3},\ x = -\frac{\sqrt{6}}{3}$$

以上より

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = y = \dfrac{\sqrt{6}}{3}} \text{ のとき　最大値 } \boldsymbol{\sqrt{6}} \\ \boldsymbol{x = y = -\dfrac{\sqrt{6}}{3}} \text{ のとき　最小値 } \boldsymbol{-\sqrt{6}} \end{cases} \quad \text{(答)}$$

【3】円 O_1，O_2 の中心をそれぞれ O，O′ とする．



O′ から AO に下ろした垂線の足を C とすると，

$$OC = |a-b|,\ AB = CO'$$

であり，△OO′C に三平方の定理を適用すると，

$$\begin{aligned} CO'^2 &= OO'^2 - OC^2 \\ &= (a+b)^2 - |a-b|^2 \\ &= (a+b)^2 - (a-b)^2 \\ &= 4ab \end{aligned}$$

よって，$AB^2 = 4ab = f(a,\ b)$ とし，$2a+3b=6$，$a>0$，$b>0$ のもとで $f(a,\ b)$ の最大値を考える．

$2a = 6-3b > 0$ より，

$$\begin{aligned} &6-3b>0 \\ &\quad \therefore b<2 \end{aligned}$$

よって，$0<b<2$.

また，$2a = 6-3b$ を $f(a,\ b)$ に代入すると，

$$\begin{aligned} f(a,\ b) &= 2a \cdot 2b \\ &= (6-3b)\cdot 2b \\ &= -6b^2+12b \\ &= -6(b-1)^2+6 \end{aligned}$$

よって，$0<b<2$ において $b=1$，$a=\dfrac{3}{2}$ のとき $f(a,\ b)$ は最大値 6 をとる．

したがって，AB の最大値は $\mathbf{\sqrt{6}}$　**(答)**

そのとき，$(a,\ b) = \left(\mathbf{\dfrac{3}{2},\ 1}\right)$　**(答)**

【4】$f(x) = x^2 + (a-2)x + a + 1$ とする．

(1) 題意をみたすためには

(i) ((＊) の判別式) $\geqq 0$　$\cdots$①

(ii) $y = f(x)$ のグラフの軸 $x = -\dfrac{a-2}{2}$ に対して

$$0 < -\frac{a-2}{2} < 2 \quad \cdots ②$$

(iii) $f(0) = a + 1 > 0$　$\cdots$③

(iv) $f(2) = 4 + 2(a-2) + a + 1 > 0$　$\cdots$④

をみたせばよい．①より

$$(a-2)^2 - 4(a+1) \geqq 0$$
$$a^2 - 8a \geqq 0$$
$$\therefore \ a \leqq 0,\ a \geqq 8 \quad \cdots ①'$$

②より

$$0 < -\frac{a-2}{2} < 2$$
$$-4 < a - 2 < 0$$
$$-2 < a < 2 \quad \cdots ②'$$

③より

$$a > -1 \quad \cdots ③'$$

④より

$$3a + 1 > 0$$
$$a > -\frac{1}{3} \quad \cdots ④'$$

①′，②′，③′，④′ の共通部分をとって

$$\boldsymbol{-\frac{1}{3} < a \leqq 0} \qquad (答)$$

(2) 題意をみたすためには，(1) の場合であるか，$0 < x < 2$ の範囲に重解でないただ 1 つの実数解を持つ．すなわち

$$f(0) \cdot f(2) < 0 \quad \cdots ①$$

または

$$f(0) = 0,\ 0 < -\frac{a-2}{2} < 1 \quad \cdots ②$$

または

$$f(2) = 0,\ 1 < -\frac{a-2}{2} < 2 \quad \cdots ③$$

であればよい.

①のとき，$(a+1)(3a+1) < 0$ より

$$-1 < a < -\frac{1}{3}$$

②のとき，$f(0) = 0$ より，$a = -1$.
また，$-\frac{-1-2}{2} = \frac{3}{2}$ より，これは不等式をみたさないので不適.
③のとき，$f(2) = 0$ より，$a = -\frac{1}{3}$.
また，$-\frac{-\frac{1}{3}-2}{2} = \frac{7}{6}$ より，これは不等式をみたす.
これらと (1) の結果より，求める a の値の範囲は

$$\boldsymbol{-1 < a \leqq 0} \qquad \text{(答)}$$

【5】 $f(x) = 4x^2 + 4px + p + 11$

$$= 4\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - p^2 + p + 11$$

(1) 頂点の y 座標 $-p^2 + p + 11$ に関して

$$-p^2 + p + 11 < 0$$
$$p^2 - p - 11 > 0$$
$$\left(p - \frac{1 - 3\sqrt{5}}{2}\right)\left(p - \frac{1 + 3\sqrt{5}}{2}\right) > 0$$
$$\therefore\ \ p < \frac{1 - 3\sqrt{5}}{2},\quad p > \frac{1 + 3\sqrt{5}}{2}$$

ここで，$6 < 3\sqrt{5} < 7$ であるので，

$$-6 < 1 - 3\sqrt{5} < -5$$
$$-3 < \frac{1 - 3\sqrt{5}}{2} < -\frac{5}{2} < -2$$

であり，

$$7 < 1 + 3\sqrt{5} < 8$$
$$3 < \frac{7}{2} < \frac{1 + 3\sqrt{5}}{2} < 4$$

であるので，整数 p のとりうる値の範囲は

$\boldsymbol{p \leqq -3,\ p \geqq 4}$ (答)

(2) ①，②がともに成り立つとき，

① $\iff$ 頂点$\left(-\dfrac{p}{2}, -p^2 + p + 11\right)$において，$y$ 座標 $-p^2 + p + 11 < 0$

かつ

② $\iff$ 頂点の x 座標に最も近い整数 q において，$f(q) \geqq 0$

であればよい．これらをともにみたすためには，頂点の x 座標 $-\dfrac{p}{2}$ が整数でないこと，つまり p が奇数であることが必要．

p が奇数のとき，$q = -\dfrac{p}{2} \pm \dfrac{1}{2}$ であるので，条件は

p は奇数であり，① をみたし，かつ $f\left(-\dfrac{p}{2} \pm \dfrac{1}{2}\right) \geqq 0$ であること

となる．

$$f\left(-\frac{p}{2} \pm \frac{1}{2}\right) = 4\left(-\frac{p}{2} \pm \frac{1}{2} + \frac{p}{2}\right)^2 - p^2 + p + 11$$
$$= -p^2 + p + 12 \geqq 0$$
$$(p - 4)(p + 3) \leqq 0$$
$$\therefore\ \ -3 \leqq p \leqq 4$$

これと①をみたす奇数を求めれば，

$\boldsymbol{p = -3}$ (答)

【6】 $$(1-x)(a-x)=\frac{1}{b} \quad \cdots(*), \quad b>0$$

(1) $(*)$ の実数解は

$$\begin{aligned} y &= (1-x)(a-x) \\ &= (x-1)(x-a) \end{aligned}$$

のグラフと

$$y=\frac{1}{b} \quad (>0)$$

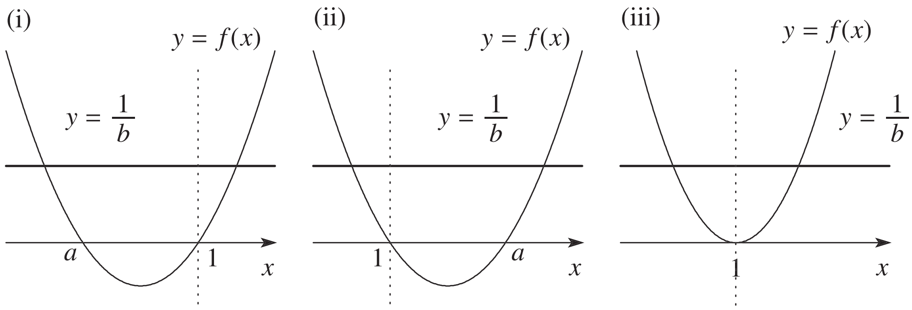
のグラフの交点の x 座標である．$f(x)=(x-1)(x-a)$ とおくと

(i) $a<1$ のとき

(ii) $1<a$ のとき

(iii) $a=1$ のとき

それぞれグラフは下図のようになる．



いずれの場合も 2 つのグラフは $x<1$，$x>1$ の部分で 1 つずつ共有点をもつ．

すなわち $(*)$ は正の実数解をもつことが示された． ［証明終］

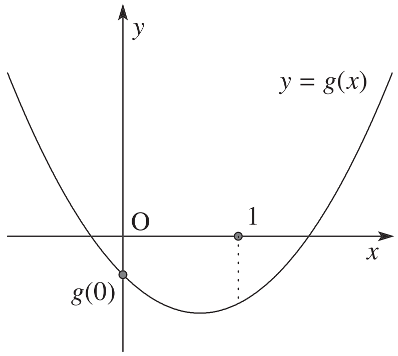
(2)
$$\begin{aligned} & (1-x)(a-x)=\frac{1}{b} \\ \iff \quad & (1-x)(a-x)-\frac{1}{b}=0 \end{aligned}$$

ここで上式の左辺を $g(x)$ とおくと，(1) より 2 次方程式 $g(x)=0$ は $x<1$，$1<x$ で 1 つずつ実数解をもつ．

ゆえに題意をみたすための条件は，

2 次方程式 $g(x)=0$ が 0 以下の解をもつ

ことである．このとき $y=g(x)$ のグラフは図のようになる．



ゆえに求める条件は

$$g(0) = a - \frac{1}{b} \leqq 0$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{a \leqq \frac{1}{b}} \qquad \text{(答)}$$

問題

【1】(1) $f(x)=x^2+(a+1)x+1$ とすると，$y=f(x)$ のグラフが x 軸の上または x 軸上にあればよいので，$f(x)=0$ の判別式を D とすると，求める条件は，$D \leqq 0$

$$(a+1)^2-4 \leqq 0$$
$$(a+1+2)(a+1-2) \leqq 0$$
$$(a+3)(a-1) \leqq 0 \quad \therefore\ \boldsymbol{-3 \leqq a \leqq 1} \qquad \text{(答)}$$

(2) $f(x)=x^2+x+3a$ とすると，

$$f(x)=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+3a$$

より，$y=f(x)$ のグラフの軸は $x=-\dfrac{1}{2}$ であるので，題意をみたすためには $f(1) \geqq 0$ であればよい．

$$f(1)=1+1+3a \geqq 0 \quad \therefore\ \boldsymbol{a \geqq -\frac{2}{3}} \qquad \text{(答)}$$

(3) $f(x)=x^2+2ax+3a$ とおく．$f(x)=(x+a)^2-a^2+3a$ より，$y=f(x)$ のグラフの軸 $x=-a$ の位置によって場合を分ける．

(i) $-a<-1$，すなわち $a>1$ のとき，$f(-1) \geqq 0$ であればよく，

$$1-2a+3a \geqq 0 \quad \therefore\ a \geqq -1$$

よって，$a>1$ のとき題意をみたす．

(ii) $-1 \leqq -a < 1$，すなわち $-1<a \leqq 1$ のとき，$f(-a) \geqq 0$ であればよく，

$$-a^2+3a \geqq 0$$
$$a(a-3) \leqq 0 \quad \therefore\ 0 \leqq a \leqq 3$$

よって $0 \leqq a \leqq 1$ のとき題意をみたす．

(iii) $-a \geqq 1$，すなわち $a \leqq -1$ のとき，$f(1) \geqq 0$ であればよく，

$$5a+1 \geqq 0 \quad \therefore\ a \geqq -\frac{1}{5}$$

このとき題意をみたす a は存在しない．

(i)～(iii) より，求める a の値の範囲は

$$\therefore\ \boldsymbol{0 \leqq a} \qquad \text{(答)}$$

【2】(1) 与式を変形すると

$$ax^2 - 3x + a - 4 < 0$$

がすべての実数 x で成立すればよく，

$$f(x) = ax^2 - 3x + a - 4$$

とおくと，$y = f(x)$ が x 軸の下に存在すればよい．求める条件は，$f(x) = 0$ の判別式を D とすると

$$a < 0 \quad かつ \quad D < 0$$

であるので

$$\begin{aligned} D < 0 \iff (-3)^2 - 4a(a-4) &< 0 \\ -4a^2 + 16a + 9 &< 0 \\ 4a^2 - 16a - 9 &> 0 \\ (2a-9)(2a+1) &> 0 \\ \therefore\ a < -\frac{1}{2},\quad a &> \frac{9}{2} \end{aligned}$$

これと $a < 0$ より求める条件は

$$\boldsymbol{a < -\frac{1}{2}} \qquad (答)$$

(2) y を定数と見て

$$f(x) = x^2 + (4y + 10)x + 4y^2 + ay + b$$

とおくと，題意をみたすためには $f(x) = 0$ の判別式 D に関して，$D < 0$ であればよいので，

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (2y+5)^2 - \left(4y^2 + ay + b\right) \\ &= (20 - a)y + 25 - b < 0 \quad \cdots ① \end{aligned}$$

①が任意の実数 y で成り立つための a，b の条件を求めればよいので

$$20 - a = 0 \quad かつ \quad 25 - b < 0$$

よって，求める条件は

$$\boldsymbol{a = 20,\ b > 25} \qquad (答)$$

【3】(1) $|x^2-4x+3| = |(x-1)(x-3)|$ より

$$|x^2-4x+3| = \begin{cases} x^2-4x+3 & (x<1,\ 3<x) \\ -\left(x^2-4x+3\right) & (1 \leqq x \leqq 3) \end{cases}$$

となるので，2 つの場合に分ける．

(i) $x<1$，$3<x$ のとき，

$$\begin{aligned} x^2-4x+3 &= x-1 \\ x^2-5x+4 &= 0 \\ (x-1)(x-4) &= 0 \qquad \therefore\ x=1,\ 4 \end{aligned}$$

よって条件をみたすのは $x=4$

(ii) $1 \leqq x \leqq 3$ のとき

$$\begin{aligned} -\left(x^2-4x+3\right) &= x-1 \\ x^2-3x+2 &= 0 \\ (x-1)(x-2) &= 0 \qquad \therefore\ x=1,\ 2 \end{aligned}$$

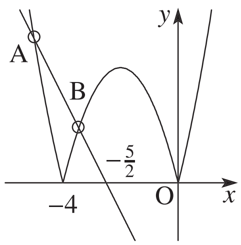
よって条件をみたすのは $x=1,\ 2$

(i)，(ii) より，$\boldsymbol{x=1,\ 2,\ 4}$　　(答)

(2) $|x^2+4x| = |x(x+4)|$ より

$$|x^2+4x| = \begin{cases} x^2+4x & (x<-4,\ 0<x) \\ -\left(x^2+4x\right) & (-4 \leqq x \leqq 0) \end{cases}$$

となるので，$y=|x^2+4x|$ と $y=-2x-5$ のグラフを座標平面に表すと以下のようになる．



図の A，B の x 座標を求める．

$$\begin{aligned} x^2+4x &= -2x-5 \\ x^2+6x+5 &= 0 \\ (x+1)(x+5) &= 0 \\ \therefore\ x &= -1,\ -5 \end{aligned}$$

A の x 座標は $x<-4$ であるので，A の x 座標は -5．また

$$\begin{aligned} -\left(x^2+4x\right) &= -2x-5 \\ x^2+2x-5 &= 0 \\ \therefore\ x &= -1 \pm \sqrt{6} \end{aligned}$$

B の x 座標は $x<0$ であるので，B の x 座標は $-1-\sqrt{6}$. 求める x の値の範囲は $y=|x^2+4x|$ のグラフが $y=-2x-5$ のグラフの下側にある部分であるので，

$$\boldsymbol{-5 < x < -1-\sqrt{6}} \qquad (答)$$

(3) $|2x|=|2-3x| \iff \pm 2x = 2-3x$ より，

(i) $2x=2-3x$ のとき

$$\therefore\ x=\frac{2}{5}$$

(ii) $-2x=2-3x$ のとき

$$\therefore\ x=2$$

(i)，(ii) より

$$\boldsymbol{x=2,\ \frac{2}{5}} \qquad (答)$$

(4) $|3x-2|<|x+1| \iff (3x-2)^2<(x+1)^2$ より，

$$(3x-2)^2-(x+1)^2<0$$
$$\{(3x-2)+(x+1)\}\{(3x-2)-(x+1)\}<0$$
$$(4x-1)(2x-3)<0$$
$$\therefore\ \boldsymbol{\frac{1}{4} < x < \frac{3}{2}} \qquad (答)$$

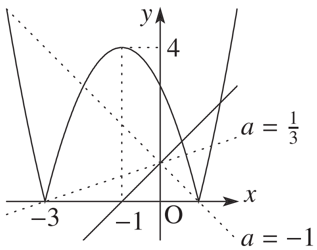
【4】

$$|x^2+2x-3| = ax+1$$

ここで，$y = |x^2+2x-3| = |(x+3)(x-1)|$ より，

$$y = |(x+3)(x-1)|$$
$$= \begin{cases} (x+3)(x-1) & (x<-3,\ 1<x) \\ -(x+3)(x-1) & (-3 \leqq x \leqq 1) \end{cases}$$

一方，$y = ax+1$ は $(0,1)$ を通り，傾き a の直線であるので，下図を得る．



以上から

$$\begin{cases} \boldsymbol{a < -1,\ a > \dfrac{1}{3}} & \text{のとき}\mathbf{2}\text{個} \\ \boldsymbol{a = -1,\ \dfrac{1}{3}} & \text{のとき}\mathbf{3}\text{個} \\ \boldsymbol{-1 < a < \dfrac{1}{3}} & \text{のとき}\mathbf{4}\text{個} \end{cases} \quad (答)$$

【5】

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 + bx + c \\ g(x) = px^2 + qx + r \end{cases}$$

条件より

$$f(-1) = g(-1) = 0 \quad \cdots ①$$
$$f(2) = g(2) = 3 \quad \cdots ②$$

(1) ①より,

$$a - b + c = 0 \quad \cdots ③$$

②より,

$$4a + 2b + c = 3 \quad \cdots ④$$

③ × 2 + ④ より,

$$6a + 3c = -3$$
$$\boldsymbol{a = -\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}} \qquad \text{(答)}$$

③ × 4 − ④ より,

$$-6b + 3c = -3$$
$$\boldsymbol{b = \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}} \qquad \text{(答)}$$

(2) (1) の結果より

$$f(x) = \left(-\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}\right)x^2 + \left(\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}\right)x + c$$

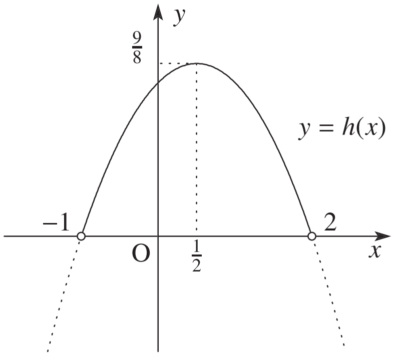
同様に $g(x)$ についても

$$g(x) = \left(-\frac{1}{2}r + \frac{1}{2}\right)x^2 + \left(\frac{1}{2}r + \frac{1}{2}\right)x + r$$

ここで

$$\begin{aligned} g(x) - f(x) &= -\frac{1}{2}(r-c)x^2 + \frac{1}{2}(r-c)x + (r-c) \\ &= -\frac{1}{2}(r-c)\left(x^2 - x - 2\right) \\ &= -\frac{1}{2}(r-c)(x+1)(x-2) \end{aligned}$$

ここで $h(x) = -\frac{1}{2}(x+1)(x-2)$ とおくと, $y = h(x)$ のグラフは次図のようになる.



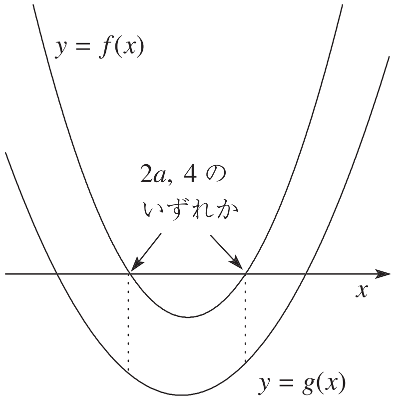
$-1 < x < 2$ のとき $h(x) > 0$． $r - c > 0$ であるから $g(x) - f(x) > 0$ となる．ゆえに題意は示された． ［証明終］

【6】命題「$p \implies q$」とその対偶「$\overline{q} \implies \overline{p}$」の真偽は一致する．
ゆえに命題「$\overline{q} \implies \overline{p}$」が真となるための a の条件を求める．

$$f(x) = x^2 - 2(a+2)x + 8a$$
$$g(x) = x^2 - 10x + 25 - a^2$$

とおくと，$y = f(x)$，$y = g(x)$ のグラフは図のようになる．

$$f(x) = (x-2a)(x-4)$$



であるから，求める条件は

$$g(2a) \leqq 0 \text{ かつ } g(4) \leqq 0$$

である．

$$\begin{aligned} g(2a) &= 4a^2 - 20a + 25 - a^2 \\ &= 3a^2 - 20a + 25 \\ &= (3a-5)(a-5) \leqq 0 \end{aligned}$$

ゆえに

$$\frac{5}{3} \leqq a \leqq 5$$

また

$$\begin{aligned} g(4) = 16 - 40 + 25 - a^2 \leqq 0 \\ \iff \quad a^2 - 1 \geqq 0 \end{aligned}$$

ゆえに

$$a \leqq -1, \ 1 \leqq a$$

以上より，求める a の値の範囲は

$$\boldsymbol{\frac{5}{3} \leqq a \leqq 5} \qquad \text{(答)}$$

問題

【1】DEFENSE の 7 文字から 4 文字を取り出す組み合わせを考える．E をいくつ含むかで場合を分ける．

(i) E を 3 つ含むとき

$$(\mathrm{E},\ \mathrm{E},\ \mathrm{E},\ *) \quad (*\text{は D, F, N, S のいずれか})$$

の 4 通り．

(ii) E を 2 つ含むとき

$$(\mathrm{E},\ \mathrm{E},\ *,\ \#) \quad (*,\ \#\text{ は D, F, N, S のいずれか})$$

の ${}_4C_2 = 6$ 通り．

(iii) E を 1 つ含むとき

$$(\mathrm{E},\ *,\ \#,\ \natural) \quad (*,\ \#,\ \natural\text{ は D, F, N, S のいずれか})$$

の ${}_4C_3 = 4$ 通り．

(iv) E を含まないとき

$$(\mathrm{D},\ \mathrm{F},\ \mathrm{N},\ \mathrm{S})$$

の 1 通り．

これらの組み合わせ 1 つにつき，順列が何通り得られるかを考える．

(i) のとき

$$\frac{4!}{3!} = 4\text{ 通り}$$

(ii) のとき

$$\frac{4!}{2!} = 12\text{ 通り}$$

(iii)，(iv) のとき

$$4! = 24\text{ 通り}$$

以上より，求める順列の総数は

$$4 \times 4 + 12 \times 6 + 24 \times 4 + 24 \times 1 = \mathbf{208}\text{ 通り} \qquad \text{(答)}$$

【2】赤い球を R，青い球を B とする．

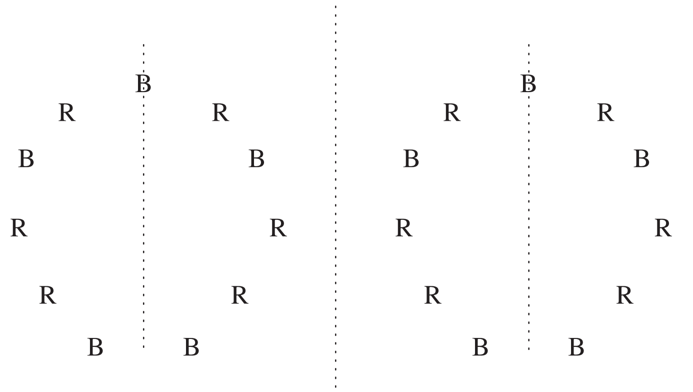
(1) すべての球に区別があるとして，11 個の異なるものの円順列は

$$10!\text{ 通り}$$

ここで 6 個の R，5 個の B は区別しないので，求める順列の総数は

$$\frac{10!}{6!5!} = \mathbf{42}\text{ 通り} \qquad \text{(答)}$$

(2) (1) の 42 通りのうち，左右対称なものがいくつあるかを考える．



図のように B を 1 つ固定し，左右に R を 3 個，B を 2 個並べる．ここで左側の 5 個の並べ方は

$$\frac{5!}{3!2!} = 10\text{ 通り}$$

で，左側の並べ方を 1 つ決めると右側の並べ方は 1 通りに定まる．ゆえに左右対称なものは 10 通り存在する．

(1) の 42 通りのうち，この 10 通り以外のものは裏返すと重なるものが存在するから，求める順列の総数は

$$\frac{42-10}{2} + 10 = \mathbf{26}\text{ 通り} \qquad \text{(答)}$$

【3】(1) バレーボールを入れる入れ方は，◯ 3 個と | 2 本を一列に並べる並べ方で，${}_5C_2 = 10$ 通り．

ソフトボールについても，同様に，${}_5C_2 = 10$ 通り．

ゴルフボールについては，◯ 2 個と | 2 本を一列に並べる並べ方で，${}_4C_2 = 6$ 通り．

以上より，

$$10 \times 10 \times 6 = \mathbf{600}\ \textbf{通り} \qquad (答)$$

(2) (1) の場合から，空箱が存在する場合を除けばよい．

(i) 空箱が 2 つのとき

どれか 1 つの箱にすべて入るので，その入れ方は 3 通り．

(ii) 空箱が 1 つのとき

空箱の決め方は 3 通り．それぞれに対して

バレーボールの入れ方は　4 通り

ソフトボールの入れ方は　4 通り

ゴルフボールの入れ方は　3 通り

すべてのボールの入れ方は $4 \times 4 \times 3 = 48$ 通り．これから，一方の箱にすべて入る場合を除くので，空箱 1 個を決めたとき，残りの 2 つの箱に空箱のないように入れる入れ方は，$48 - 2 = 46$ 通り．空箱の決め方を考えて

$$46 \times 3 = 138\ （通り）$$

(1) より，(i)，(ii) の場合を除いて

$$600 - (3 + 138) = \mathbf{459}\ \textbf{通り} \qquad (答)$$

【4】男性を A，B とする．ちょうど 1 組カップルが成立するのは以下の場合がある．

(i) A がどちらかの女性とカップルになり，B がならないとき．

(ii) B がどちらかの女性とカップルになり，A がならないとき．

(i) のとき．

A が指名した女性が A を指名してくれて $\left(\text{この確率は}\dfrac{1}{2}\text{．以下括弧内は確率を表す．}\right)$,

B がその同じ相手を指名するか $\left(\dfrac{1}{2}\right)$,

B が他の相手を指名し $\left(\dfrac{1}{2}\right)$ その女性が A を指名する $\left(\dfrac{1}{2}\right)$ ときである．

この確率は

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}$$

である．

(ii) のとき．

この確率は (i) と同じく $\dfrac{3}{8}$.

以上より，求める確率は

$$\frac{3}{8}\times 2=\boldsymbol{\frac{3}{4}} \qquad \text{(答)}$$

【5】じゃんけんでAが勝つ，あいこになる，Aが負ける，という3つの場合の確率は，すべて $\dfrac{1}{3}$ である．

2段登ることを +2，1段上ることを +1，そのままの位置にとどまることを0と表す．

6回のうち +2 が x 回，+1 が y 回，0 が z 回起こるとすると，Aは最初の位置から6段登っているから，

$$\begin{cases} x+y+z=6 & \cdots ① \\ 2x+y+0\cdot z=6 & \cdots ② \\ x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ z \geqq 0 & \cdots ③ \end{cases}$$

② より

$$y=6-2x$$

よって ③ より

$$(x,\ y)=(0,\ 6),\ (1,\ 4),\ (2,\ 2),\ (3,\ 0)$$

また ① より

$$z=6-(x+y)$$

よって順に

$$z=0,\ 1,\ 2,\ 3$$

ゆえに

$$(x,\ y,\ z)=(3,\ 0,\ 3),\ (2,\ 2,\ 2),\ (1,\ 4,\ 1),\ (0,\ 6,\ 0)$$

以上より，求める確率を P とすると，

$$\begin{aligned} P &= \frac{6!}{3!3!}\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^3+\frac{6!}{2!2!2!}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &\qquad +\frac{6!}{4!}\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^1+\frac{6!}{6!}\left(\frac{1}{3}\right)^6 \\ &=(20+90+30+1)\left(\frac{1}{3}\right)^6 \\ &=\boldsymbol{\frac{47}{243}} \qquad \text{(答)} \end{aligned}$$

【6】大小 2 つのコインを投げて，2 枚とも表になる確率は，$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ である．

よって，P_n を求めると

$$P_n = {}_{15}\mathrm{C}_n \left(\frac{1}{4}\right)^n \left(\frac{3}{4}\right)^{15-n} \qquad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 15)$$

ここで $\dfrac{P_{n+1}}{P_n}$ を考えると

$$\begin{aligned}
\frac{P_{n+1}}{P_n} &= \frac{{}_{15}\mathrm{C}_{n+1} \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} \left(\frac{3}{4}\right)^{14-n}}{{}_{15}\mathrm{C}_n \left(\frac{1}{4}\right)^n \left(\frac{3}{4}\right)^{15-n}} \\
&= \frac{\dfrac{15\,!}{(n+1)\,!\,(14-n)\,!} \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} \left(\frac{3}{4}\right)^{14-n}}{\dfrac{15\,!}{n\,!\,(15-n)\,!} \left(\frac{1}{4}\right)^n \left(\frac{3}{4}\right)^{15-n}} \\
&= \frac{15-n}{n+1} \cdot \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{15-n}{3(n+1)}
\end{aligned}$$

ここで，$\dfrac{P_{n+1}}{P_n} > 1$ を解くと

$$\begin{aligned}
\frac{15-n}{3(n+1)} &> 1 \\
15 - n &> 3(n+1) \\
n &< 3
\end{aligned}$$

よって，$n = 0,\ 1,\ 2$ において，$\dfrac{P_{n+1}}{P_n} > 1$.

$$\therefore\ P_0 < P_1 < P_2 < P_3$$

また，

$$\frac{P_{n+1}}{P_n} = 1 \iff n = 3$$
$$\frac{P_{n+1}}{P_n} < 1 \iff n > 3$$

であることから，

$$P_3 = P_4,\ P_4 > P_5 > P_6 > \cdots > P_{15}$$

であるので，まとめると

$$P_0 < P_1 < \cdots < P_3 = P_4 > P_5 > \cdots > P_{15}$$

よって $\boldsymbol{n = 3, 4}$ のとき P_n は最大となる． (答)

【7】(1) 1 度に 1 段上ることを 1，2 段上ることを 2 と表す．
求める上り方の総数は，5 つの数字

(1，1，2，2，2)

の順列の総数に等しい．ゆえに

$$\frac{5!}{2!3!} = \mathbf{10} \text{ **通り**} \qquad \text{(答)}$$

(2) 8 段の階段を，1 度に 1 段，または 2 段上る回数がそれぞれ何回あるかで場合に分けて考える．1，2 の組合せは

(i) (1，1，1，1，1，1，1，1)
(ii) (1，1，1，1，1，1，2)
(iii) (1，1，1，1，2，2)
(iv) (1，1，2，2，2)
(v) (2，2，2，2)

の 5 通り．このそれぞれについて，順列が何通り得られるかを考える．

(i) のとき

1 通り

(ii) のとき

$$\frac{7!}{6!} = 7 \text{ 通り}$$

(iii) のとき

$$\frac{6!}{4!2!} = 15 \text{ 通り}$$

(iv) のとき

$$\frac{5!}{2!3!} = 10 \text{ 通り}$$

(v) のとき

1 通り

以上より，求める上り方の総数は，

$$1 + 7 + 15 + 10 + 1 = \mathbf{34} \text{ **通り**} \qquad \text{(答)}$$

【8】(1) 1 から 6 の整数から重複を許さずに 3 個を選び，小さい順に a_1，a_2，a_3 とすればよいので，

$$ {}_6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \mathbf{20}\ (\text{通り}) \qquad (\text{答}) $$

(2) 1 から 6 の整数から，重複を許して 3 個選ぶ選び方の総数と等しいので，

$$ \begin{aligned} {}_6H_3 &= {}_{6+3-1}C_3 \\ &= {}_8C_3 \\ &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= \mathbf{56}\ (\text{通り}) \qquad (\text{答}) \end{aligned} $$

＜別解＞

本問においては

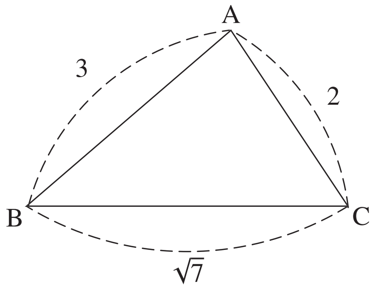
$$ 1 \leqq a_1 \leqq a_2 \leqq a_3 \leqq 6 \iff 1 \leqq a_1 < a_2 + 1 < a_3 + 2 \leqq 8 $$

よって，(1) の考え方より，1〜8 の整数より重複を許さずに 3 個を選び，小さい順に a_1，$a_2 + 1$，$a_3 + 2$ とすればよく，

$$ \begin{aligned} {}_8C_3 &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= \mathbf{56}\ (\text{通り}) \end{aligned} $$

問題

【1】(1) 余弦定理より



$$\cos A = \frac{3^2 + 2^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2}{2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$0° < A < 180°$ より

$$\angle\mathrm{A} = \mathbf{60°} \qquad \text{(答)}$$

(2) 正弦定理より

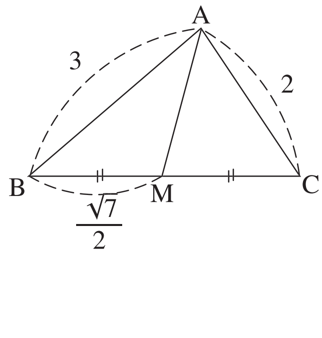
$$\frac{\sqrt{7}}{\sin 60°} = 2R$$

$$2R = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

ゆえに

$$\boldsymbol{R = \frac{\sqrt{21}}{3}} \qquad \text{(答)}$$

(3) △ABC に余弦定理を用いて



$$\cos B = \frac{3^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2 - 2^2}{2 \cdot 3 \cdot \sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

△ABM に余弦定理を用いて

$$\mathrm{AM}^2 = 3^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 - 2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}}$$

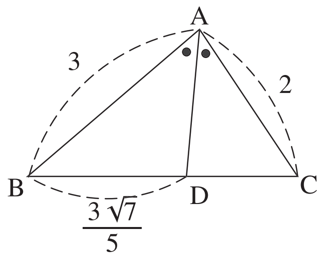
$$= \frac{19}{4}$$

ゆえに

$$\mathrm{AM} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{19}}{2}} \qquad \text{(答)}$$

(4) 角の二等分線の性質より

$$\mathrm{BD} : \mathrm{DC} = 3 : 2$$



ゆえに

$$\mathrm{BD} = \frac{3\sqrt{7}}{5}$$

△ABD に余弦定理を用いて

$$\mathrm{AD}^2 = 3^2 + \left(\frac{3\sqrt{7}}{5}\right)^2 - 2 \cdot 3 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}}$$
$$= \frac{108}{25}$$

AD > 0 より

$$\mathrm{AD} = \boldsymbol{\frac{6\sqrt{3}}{5}} \qquad \text{(答)}$$

＜補足＞　～中線定理～

一般に，△ABC において，辺 BC の中点を M とするとき，次の式が成り立つ．

$$\mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2 = 2\left(\mathrm{AM}^2 + \mathrm{BM}^2\right)$$

【2】(1) 仮定より

$$a^2-a-2b-2c=0 \iff 2(b+c)=a^2-a \quad \cdots ①$$

また

$$a+2b-2c+3=0 \iff 2(b-c)=-a-3 \quad \cdots ②$$

① + ② および ① − ② より

$$4b=a^2-2a-3 \quad \cdots ③$$
$$4c=a^2+3 \quad \cdots ④$$

次に，三角形の成立条件から a のとりうる値の範囲を求める．

a，b，c を 3 辺とする △ABC が存在するための必要十分条件は

$$\begin{aligned} |b-c|<a<b+c &\iff |2(b-c)|<2a<2(b+c) \\ &\iff |-a-3|<2a<a^2-a \\ &\iff \begin{cases} |a+3|<2a & \cdots ⑤ \\ 2a<a^2-a & \cdots ⑥ \end{cases} \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} ⑤ &\iff 2a>0 \text{ かつ } -2a<a+3<2a \\ &\iff a>0 \text{ かつ } a>-1 \text{ かつ } a>3 \\ &\iff a>3 \end{aligned}$$

さらに

$$\begin{aligned} ⑥ &\iff a^2-3a>0 \\ &\iff a<0,\ 3<a \end{aligned}$$

であるから，a のとりうる値の範囲は ⑤ かつ ⑥，すなわち

$$a>3 \quad \cdots ⑦$$

⑦ のもとで，② より

$$2(c-b)=a+3>0 \qquad \therefore\ c>b$$

④ より

$$\begin{aligned} 4(c-a) &= a^2-4a+3 \\ &= (a-1)(a-3)>0 \qquad \therefore\ c>a \end{aligned}$$

よって，$c>a$ かつ $c>b$ が成り立つから，c は最大辺である．　　　　［証明終］

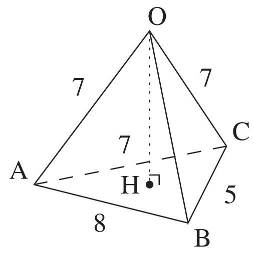
(2) (1) より c が最大辺であるから，その対角 C が最大角となる．
よって，余弦定理より

$$\begin{aligned}\cos C &= \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\\ &= \frac{4a^2+2(b+c)\cdot 2(b-c)}{2a\cdot 4b}\\ &= \frac{4a^2+(a^2-a)(-a-3)}{2a(a^2-2a-3)}\\ &= \frac{-a(a^2-2a-3)}{2a(a^2-2a-3)}\\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

ゆえに，求める最大角の大きさは

$\boldsymbol{C = 120^\circ}$　　(答)

【3】(1) $\triangle$ABC に余弦定理を適用して



$$\cos\theta = \frac{AB^2 + BC^2 - CA^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 8 \cdot 5} = \frac{40}{2 \cdot 8 \cdot 5} = \mathbf{\frac{1}{2}} \quad \text{(答)}$$

また，$\sin\theta \geqq 0$ より，

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad \text{(答)}$$

(2)

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin\theta = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \mathbf{10\sqrt{3}} \quad \text{(答)}$$

(3) OA = OB = OC より，O から $\triangle$ABC におろした垂線の足 H は $\triangle$ABC の外心となる．AH の長さは $\triangle$ABC の外接円の半径 R になるので，正弦定理より，

$$2R = \frac{CA}{\sin\theta} = \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \qquad \therefore\ AH = R = \mathbf{\frac{7\sqrt{3}}{3}} \quad \text{(答)}$$

(4) 三平方の定理より，

$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{49 - \frac{49}{3}} = \frac{7\sqrt{6}}{3}$$

よって，三角錐 OABC の体積 V は

$$V = \frac{1}{3} \cdot \triangle ABC \cdot OH = \frac{1}{3} \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{7\sqrt{6}}{3} = \mathbf{\frac{70\sqrt{2}}{3}} \quad \text{(答)}$$

【4】球の中心を O とする．

AC=BC，AD=BD より，点 C，D のある位置は，線分 AB を垂直に二等分する面と球面の交わりの円の周上である．(図 1)

さらに，AC=AD より，点 C，D のある位置は図の点 E に対し直線 OE を引き，OE に関して対称になる．

OE と CD の交点を F とする．

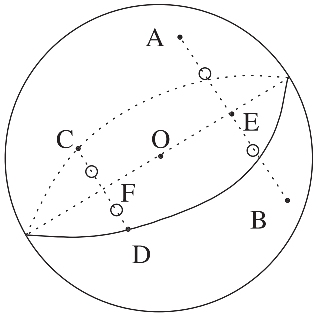


図 1

図 1 の △OAE と図 2 の △OCF において

$$\mathrm{OA} = \mathrm{OC} = r,\ \mathrm{AE} = \mathrm{CF} = \frac{\sqrt{2}}{2},\ \angle\mathrm{OEA} = \angle\mathrm{OFC} = 90^\circ$$

より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle\mathrm{OAE} \equiv \triangle\mathrm{OCF}$$

これより，OE=OF= x とすると，△COF に三平方の定理を用いて

$$x^2 = r^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = r^2 - \frac{1}{2}$$

また，$\cos\angle\mathrm{COF} = \dfrac{x}{r}$ より

$$\cos\angle\mathrm{COE} = \cos(180^\circ - \angle\mathrm{COF}) = -\cos\angle\mathrm{COF} = -\frac{x}{r}$$

△OCE に余弦定理を適用して

$$\begin{aligned}\mathrm{CE}^2 &= x^2 + r^2 - 2\cdot x\cdot r\cdot\cos\angle\mathrm{COE}\\ &= x^2 + r^2 - 2\cdot x\cdot r\cdot\left(-\frac{x}{r}\right)\\ &= 3x^2 + r^2\\ &= 3\left(r^2 - \frac{1}{2}\right) + r^2\\ &= 4r^2 - \frac{3}{2}\end{aligned}$$

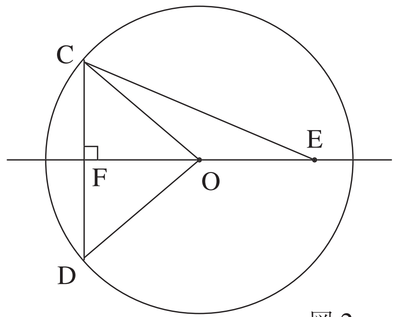


図 2

また，△ACE に三平方の定理を用いて

$$\begin{aligned}\mathrm{AC}^2 &= \mathrm{AE}^2 + \mathrm{CE}^2\\ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 4r^2 - \frac{3}{2}\\ &= 4r^2 - 1 = 5\end{aligned}$$

これより　$4r^2 = 6 \iff r = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

よって，求める r の値は　$r = \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}}{2}}$　(答)

【5】まず，図 1 の △PAQ，△PBQ，△PCQ において

$$h = x\tan\alpha \quad \cdots ①$$
$$h = y\tan\beta \quad \cdots ②$$
$$h = z\tan\gamma \quad \cdots ③$$

次に，図 2 の △ABQ，△ACQ にそれぞれ余弦定理を用いて

$$\cos A = \frac{a^2 + x^2 - y^2}{2ax} = \frac{(a+b)^2 + x^2 - z^2}{2(a+b)x}$$

ゆえに

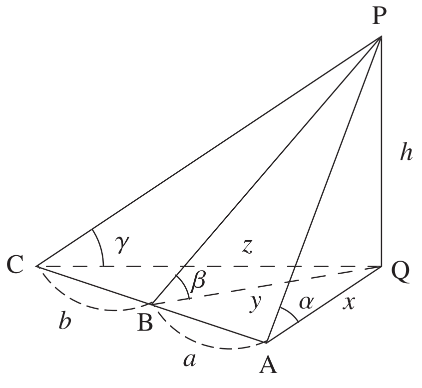
$$\begin{aligned}
& (a+b)(a^2 + x^2 - y^2) = a\{(a+b)^2 + x^2 - z^2\} \\
\iff\ & (a+b)x^2 - (a+b)y^2 + a^2(a+b) = ax^2 - az^2 + a(a+b)^2 \\
\iff\ & bx^2 - (a+b)y^2 + az^2 = a(a+b)\{(a+b) - a\} \\
\iff\ & bx^2 - (a+b)y^2 + az^2 = ab(a+b) \quad \cdots ④
\end{aligned}$$

ここで，①〜③ を用いて，x，y，z を消去すると

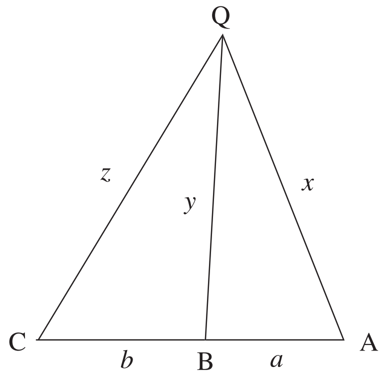
$$\begin{aligned}
& b\left(\frac{h}{\tan\alpha}\right)^2 - (a+b)\left(\frac{h}{\tan\beta}\right)^2 + a\left(\frac{h}{\tan\gamma}\right)^2 = ab(a+b) \\
\iff\ & \left(\frac{b}{\tan^2\alpha} - \frac{a+b}{\tan^2\beta} + \frac{a}{\tan^2\gamma}\right)h^2 = ab(a+b)
\end{aligned}$$

したがって，$h > 0$ より

$$\boldsymbol{h = \sqrt{\dfrac{ab(a+b)}{\dfrac{b}{\tan^2\alpha} - \dfrac{a+b}{\tan^2\beta} + \dfrac{a}{\tan^2\gamma}}}} \qquad \text{(答)}$$

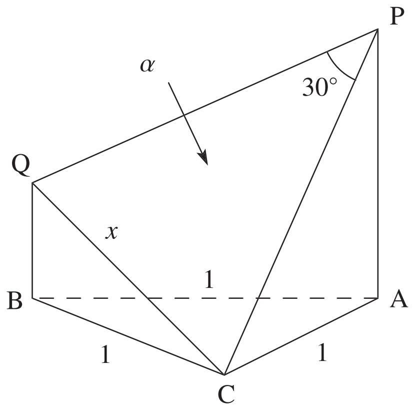


〔図 1〕

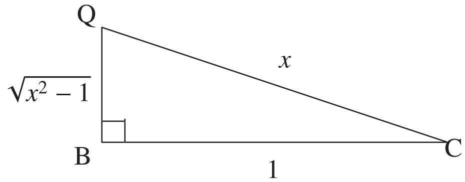


〔図 2〕

【6】



〔図 1〕



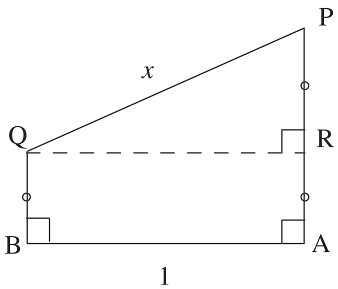
〔図 2〕

図 1 で CQ= x とおくと，3 平方の定理より

$$QB = \sqrt{x^2-1}$$

図 3 で Q から AP に下ろした垂線の足を R とおくと，

$$QB = AR = RP, \quad QR = 1$$



〔図 3〕

ゆえに図 2，図 3 より

$$\triangle PQR \equiv \triangle QCB$$

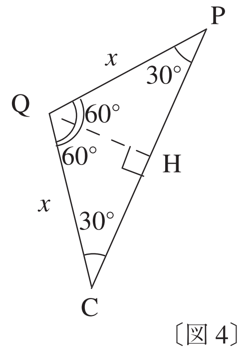
よって

$$PQ = QC$$

すなわち △CPQ は図 4 のような 2 等辺三角形になり，

$$QP : HP = 2 : \sqrt{3}$$

である.



〔図 4〕

図 5 とから

$$x : \frac{\sqrt{4x^2-3}}{2} = 2 : \sqrt{3}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \sqrt{4x^2-3} = \sqrt{3}x$$

両辺正であるから 2 乗して

$$4x^2 - 3 = 3x^2$$

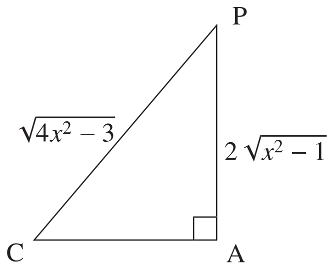
$$x^2 = 3$$

ゆえに

$$x = \sqrt{3}$$

このとき，BQ= $\sqrt{3-1} = \sqrt{2}$ であるから，
台形 ABQP の面積 S は

$$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



〔図 5〕

この台形を立体 V の底面とみると，高さ h は

$$h = (\triangle \mathrm{ABC}\text{ における C から線分 AB へ下ろした垂線の長さ})$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

したがって，求める立体 V の体積は

$$\frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= \boldsymbol{\frac{\sqrt{6}}{4}} \quad \text{(答)}$$

M1TK

高１数学Ｋ～数学Ⅰ・Ａ総復習～

高１難関大数学Ｋ

Z-KAI

会員番号		氏　名	