

難関大物理 / 難関大物理 T



# 1章 力学演習

## 問題

### ■演習

#### 【1】

#### 《解答》

I (1) 与えた仕事はばねの弾性エネルギーの増加に相当するから、

$$\frac{1}{2}kx_0^2$$

(2) エネルギー保存より、求める速さを  $v_0$  として、

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kx_0^2$$

$$\therefore v_0 = x_0 \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$$

(3) 運動方程式は、

$$m_1 \ddot{x}_1 = -kx_1 \quad \therefore \ddot{x}_1 = -\frac{k}{m_1}x_1 = -\omega^2 x_1$$

初期条件から、振幅を  $A$  として解は、

$$x_1 = A \sin \omega t$$

$$\therefore \dot{x}_1(0) = A\omega = v_0 \quad \therefore A = \frac{v_0}{\omega} = x_0 \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

II (1) 運動方程式の鉛直上向き成分より、

$$0 = kx_1 - m_1g \quad \therefore x_1 = \frac{m_1g}{k}$$

(2) 同じく、運動方程式より、

$$0 = k(x_1 + x_2) - (m_1 + m_2)g \quad \therefore x_2 = \frac{m_2g}{k}$$

- (3) (2) の位置を原点として鉛直上向きを正として、運動方程式は、板と小物体の位置を  $x$  として、

$$\begin{aligned} m_2 \ddot{x} &= N - m_2 g \\ m_1 \ddot{x} &= +k \left( \frac{m_1 + m_2}{k} g - x \right) - N - m_1 g \end{aligned}$$

$N \geq 0$  を前提に、辺々加えて、

$$(m_1 + m_2) \ddot{x} = -kx$$

よって  $x = -x_3$  のときの加速度  $a_3$  は、

$$a_3 = -\frac{k(-x_3)}{m_1 + m_2} = \frac{kx_3}{m_1 + m_2}$$

- (4) 最も高い位置は  $x = x_3$  ゆえそのときの加速度成分の大きさは、

$$|\ddot{x}| = \left| -\frac{kx_3}{m_1 + m_2} \right| = \frac{kx_3}{m_1 + m_2}$$

(5)  $\frac{kx_3}{m_1 + m_2} = g$  より  $x_3 = \frac{m_1 + m_2}{k} g$

- (6) (5) より離れる位置は  $x = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = x_1 + x_2$ . この位置に達した時刻を  $t = t_0$  とすると、

$$x_1 + x_2 \left( = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} \right) = -\frac{2(m_1 + m_2)g}{k} \cos \omega t_0$$

$$\therefore \cos \omega t_0 = -\frac{1}{2} \quad \therefore \sin \omega t_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \dot{x}(t_0) = \frac{2(m_1 + m_2)g}{k} \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \frac{\sqrt{3}}{2} = g \sqrt{\frac{3(m_1 + m_2)}{k}}$$

**【2】****《解答》**

(1) エネルギー保存より,

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \underline{mgR(1 - \cos \theta)}$$

(2)  $v = 0$  として,

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \underline{mgR(1 - \cos \theta_0)}$$

(3)

$$\cos \theta_0 = \underline{1 - \frac{v_0^2}{2gR}}$$

(4) 運動方程式の軌道法線成分より,

$$m\frac{v^2}{R} = N - mg \cos \theta \quad \therefore \quad N = \underline{m\frac{v^2}{R} + mg \cos \theta}$$

(5)  $v$  を消去, 整理して,

$$N = \underline{m\frac{v_0^2}{R} + mg(3 \cos \theta - 2)}$$

(6) (5) で  $N = 0$ ,  $\theta = \theta_0$  とし,  $\cos \theta_0$  について解いて,

$$\cos \theta_0 = \underline{\frac{2}{3} - \frac{v_0^2}{3gR}}$$

(7) (6) で  $\theta_0 = \pi$  として,

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \underline{\frac{5}{2}mgR}$$

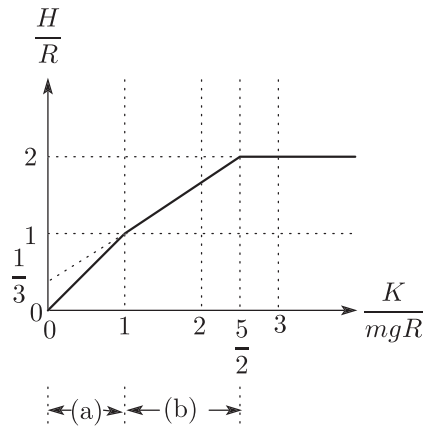
(8) (a)  $0 \leq \theta_0 \leq \frac{\pi}{2}$  ( $0 \leq \frac{H}{R} \leq 1$ ) では (2) が成り立ち,

$$\frac{H}{R} = \frac{R(1 - \cos \theta_0)}{R} = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2}{mgR} \quad \therefore \quad \frac{H}{R} = \frac{K}{mgR}$$

(b)  $\frac{\pi}{2} < \theta_0 \leq \pi$  ( $1 < \frac{H}{R} \leq 2$ ) では (6) が成り立ち,

$$\frac{H}{R} = \frac{R(1 - \cos \theta_0)}{R} = \frac{2}{3} \frac{\frac{1}{2}mv_0^2}{mgR} + \frac{1}{3} \quad \therefore \quad \frac{H}{R} = \frac{2}{3} \frac{K}{mgR} + \frac{1}{3}$$

グラフは 以下.



(9) (5) で  $\theta = 0$  を代入して,

$$N = \underline{m \frac{v_0^2}{R} + mg}$$

**【3】****《解答》**

(ア)  $v-t$  グラフの接線の傾きから,

$$\frac{v}{T}$$

(イ) 運動方程式より,

$$\underline{\underline{m\frac{v}{T}}}$$

(ウ) 静止摩擦の最大値が作用するから,

$$m\frac{v}{T_1} = \mu_0 mg \quad \therefore T_1 = \underline{\underline{\frac{v}{\mu_0 g}}}$$

(エ) 台上での加速度の水平左向き成分を  $\alpha$  とすると, 左向きの慣性力  $m\frac{v}{T}$  を考慮して,

$$m\alpha = m\frac{v}{T} - \mu mg \quad \therefore \alpha = \underline{\underline{\frac{v}{T} - \mu g}}$$

(オ) 変位について,

$$l_1 = \frac{1}{2}\alpha T^2 = \underline{\underline{\frac{1}{2}\left(\frac{v}{T} - \mu g\right)T^2}}$$

(カ)

$$u = \alpha T = \left(\frac{v}{T} - \mu g\right)T = \underline{\underline{v - \mu gT}}$$

(キ)  $t > T$  での台上の加速度成分  $\alpha' = -\mu g$  と, 速度変化, 変位の関係より,

$$0^2 - u^2 = 2\alpha'l_2 \quad \therefore l_2 = -\frac{u^2}{2\alpha'} = \underline{\underline{\frac{1}{2\mu g}(v - \mu gT)^2}}$$

(ク) 荷物が動く距離が  $L$  を超えないことから,

$$L \geq l_1 + l_2$$

$$\therefore L \geq \frac{1}{2}\left(\frac{v}{T} - \mu g\right)T^2 + \frac{1}{2\mu g}(v - \mu gT)^2$$

$$\therefore T \geq \underline{\underline{\frac{v}{\mu g} - \frac{2L}{v}}}$$

(ケ) 慣性力  $m\frac{v}{T_2}$  を考慮して, P 点反時計まわりのモーメントの総和がちょうど 0 となるとき,

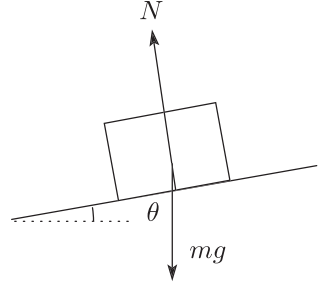
$$0 = -mg \times \frac{a}{2} + m\frac{v}{T_2} \times \frac{h}{2} \quad \therefore T_2 = \underline{\underline{\frac{hv}{ag}}}$$

(コ) 題意より  $T_1 > T_2$  となればよいから,

$$\frac{v}{\mu_0 g} > \frac{hv}{ag} \quad \therefore \frac{h}{a} < \underline{\underline{\frac{1}{\mu_0}}}$$

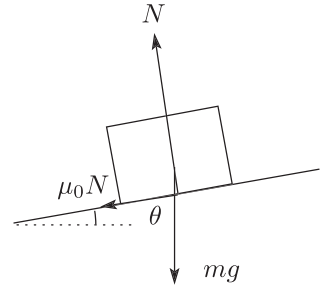
(1) 右図の力の作用で、運動方程式は、

$$\begin{aligned} m \frac{V_0^2}{R} &= N \sin \theta \\ 0 &= N \cos \theta - mg \\ \therefore V_0 &= \underline{\underline{\sqrt{gR \tan \theta}}} \end{aligned}$$



(サ) 静止摩擦の最大値が作用するときの重心の運動方程式より、

$$\begin{aligned} m \frac{V^2}{R} &= N \sin \theta + \mu_0 N \cos \theta && \dots\dots ① \\ 0 &= N \cos \theta - \mu_0 N \sin \theta - mg && \dots\dots ② \end{aligned}$$



②から  $N$  を求め、①に代入して、

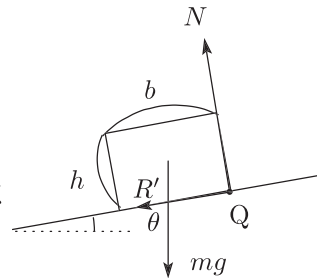
$$V = \underline{\underline{\sqrt{\frac{\sin \theta + \mu_0 \cos \theta}{\cos \theta - \mu_0 \sin \theta} gR}}}$$

(シ) 重心の運動方程式より、静止摩擦力を  $R'$  として、

$$\begin{aligned} m \frac{V^2}{R} &= N \sin \theta + R' \cos \theta && \dots\dots ③ \\ 0 &= N \cos \theta - R' \sin \theta - mg && \dots\dots ④ \end{aligned}$$

重心反時計まわりのモーメントの総和は、抗力の作用点  
が  $Q$  点であることから、

$$0 = +N \frac{b}{2} - R' \frac{h}{2}$$



$R'$  消去、さらに④から  $N$  を求め、③に代入して、

$$V = \underline{\underline{\sqrt{\frac{h \sin \theta + b \cos \theta}{h \cos \theta - b \sin \theta} gR}}}$$

■別解 非慣性系での遠心力を考慮した  $Q$  点時計まわりのモーメントの総和=0、つまり

$$0 = \left( m \frac{V^2}{R} \cos \theta - mg \sin \theta \right) \times \frac{h}{2} - \left( m \frac{V^2}{R} \sin \theta + mg \cos \theta \right) \times \frac{b}{2}$$

より、

$$V = \underline{\underline{\sqrt{\frac{h \sin \theta + b \cos \theta}{h \cos \theta - b \sin \theta} gR}}}$$

と求めることもできる。

(ス) (シ) の結果より,

$$V = \sqrt{\frac{h \sin \theta + b \cos \theta}{h \cos \theta - b \sin \theta}} gR = \sqrt{\frac{\sin \theta + \frac{b}{h} \cos \theta}{\cos \theta - \frac{b}{h} \sin \theta}} gR$$

(シ), (サ) の比較より,

$$\frac{b}{h} = \mu_0 \quad \therefore \frac{h}{b} = \frac{1}{\mu_0}$$

<参考> (ス) は, 静止摩擦の最大値が作用し回転し始めるぎりぎりでは, 重心時計まわりのモーメントの総和=0より,

$$0 = -N \times \frac{b}{2} + \mu_0 N \times \frac{h}{2} \quad \therefore \frac{h}{b} = \frac{1}{\mu_0}$$

から求めることもでき, (シ) は (サ) の結論に  $\mu_0 = \frac{b}{h}$  を代入して,

$$V = \sqrt{\frac{\sin \theta + \frac{b}{h} \cos \theta}{\cos \theta - \frac{b}{h} \sin \theta}} gR$$

となることが分かる.



**【4】****《解答》**

- (1) ばねの伸びは  $x - l$  ゆえ、遠心力を考慮して、円盤に固定した座標系での運動方程式の  $\overrightarrow{OC}$  成分は、

$$0 = -k(x - l) + (M + m)x\omega^2$$

- (2) (1) と同様に、運動方程式は、

$$0 = k(l - r_1) - 2k\{l - (R - r_1)\}$$

これを解いて、

$$r_1 = \frac{2R - l}{3}$$

<参考>  $r_1 > 0$  ゆえ、 $2R > l$  である。

- (3) 運動方程式

$$0 = k(l - r_2) - 2k\{l - (R - r_2)\} + (M + m)r_2\omega^2$$

$$r_2 = \frac{k(2R - l)}{3k - (m + M)\omega^2}$$

<参考>ここで  $r_2 > 0$  である。(2) のつりあいが存在するため、 $2R > l$  だから、

$$3k - (m + M)\omega^2 > 0$$

である。

- (4) 被測定物を取り除いた後の C の運動方程式は、

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = k(l - r) - 2k\{l - (R - r)\} + mr\omega^2$$

$$\therefore \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{3k - m\omega^2}{m} \left\{ r - \frac{k(2R - l)}{3k - m\omega^2} \right\}$$

となる。従って、上式を満たす  $r$  は、

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(周期)} T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k - m\omega^2}} \\ \text{(中心)} r = \frac{k(2R - l)}{3k - m\omega^2} = r_3 \end{array} \right.$$

の単振動である。

<参考> 題意 ((3), (4) のつりあいが存在する) から、

$$\left\{ \begin{array}{l} 2R > l \\ 3k - m\omega^2 > 3k - (m + M)\omega^2 > 0 \end{array} \right.$$

である。

**【5】****《解答》**

- (1) 静止衛星の質量を  $m$ , 求める速さを  $v_0$  とすると, 運動方程式の向心成分は,

$$m \frac{v_0^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2} \quad \therefore v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

- (2) 万有引力による位置エネルギーの基準を無限遠方にとると, 無限遠方に達する, すなわち無限遠方で運動エネルギーを持つためには, 加速直前の全力学的エネルギーが正であればよい. したがって, 求める速さを  $v_1$  とすると,

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - G \frac{Mm}{r} \geq 0$$

よって, 最小の速さは

$$v_1 = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

- (3) 求める速さを  $v_2$ , 帰還時の速さを  $v_3$  とすると, 力学的エネルギー, および面積速度がそれぞれ保存されることより,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_3^2 - G \frac{Mm}{R} &= \frac{1}{2}mv_2^2 - G \frac{Mm}{r} \\ \frac{1}{2}Rv_3 &= \frac{1}{2}rv_2 \end{aligned}$$

これらの式より  $v_3$  を消去すると,

$$v_2 = \sqrt{2GM \frac{R}{r(R+r)}}$$

- (4) 求めるガスの質量を  $\Delta m$  とすると, 運動量保存則より,

$$\begin{aligned} mv_0 &= (m - \Delta m)v_2 + \Delta m(v_2 + u) \\ \therefore \Delta m &= \frac{v_0 - v_2}{u} m = \frac{m}{u} \left( 1 - \sqrt{\frac{2R}{R+r}} \right) \sqrt{\frac{GM}{r}} \end{aligned}$$

(5) 加速した直後の速さを  $v_4$  とすると,

$$v_4 = \frac{4}{3}v_0 = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

また, 遠地点での速さを  $v_5$ , 距離を  $r_5$  ( $\neq r$ ) とすると, この場合も, 力学的エネルギー, および面積速度がそれぞれ保存されることより,

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv_5^2 - G\frac{Mm}{r_5} &= \frac{1}{2}mv_4^2 - G\frac{Mm}{r} \\ \frac{1}{2}r_5v_5 &= \frac{1}{2}rv_4\end{aligned}$$

これらの式より  $r_5$  を求めると,

$$r_5 = 8r$$

軌道 A の公転周期を  $T_0$ , 軌道 D の公転周期を  $T$  とすると, ケプラーの第 3 法則より,

$$\begin{aligned}\frac{T^2}{\left(\frac{8r+r}{2}\right)^3} &= \frac{T_0^2}{r^3} \\ \therefore \frac{T}{T_0} &= \left(\frac{9}{2}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{27}{2\sqrt{2}}\end{aligned}$$

よって,  $\frac{27}{2\sqrt{2}}$  倍.

## 添削課題

### 《解答》

I

- (1) (a) 向心力  
(b)  $\underline{m(l+x_0)\omega^2}$   
(c) 遠心力  
(d) 慣性力  
(e) 加速度
- (2) ばねの伸びる向きを正として,

$$0 = m(l+x_0)\omega^2 - kx_0 \quad \therefore x_0 = \frac{ml\omega^2}{k - m\omega^2}$$

また, 床に静止した観測者から見た場合, 弾性力は円運動の向心力となるので,  $-kx_0$  は負 ( $kx_0$  は正) ゆえ  $x_0 > 0$  が必要. よって

$$k > m\omega^2 \quad \therefore \underline{\omega < \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

II

- (1) 回転座標系における運動方程式の動径方向成分は,

$$\begin{aligned} \underline{m\ddot{x}'} &= m(l+x_0+x')\omega^2 - k(x_0+x') \\ &= \underline{-(k-m\omega^2)x'} \end{aligned}$$

- (2) 振動の周期  $T$  は,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k-m\omega^2}}$$

これは  $\omega \rightarrow 0$  のときの周期と比べ 長い.

### 配点

I(1) 各 5 点      (2) 伸び 20 点,  $\omega$  に対する条件 10 点      II(1) 30 点      (2) 15 点

## 2章 熱力学演習

### 問題

#### ■演習

【1】

《解答》

問1 (1)  $d_0V_0$

(2) 求めるモル数を  $n$  として状態方程式より,

$$P_0V_0 = nRT_0 \quad \therefore \quad n = \frac{P_0V_0}{RT_0}$$

問2 (3) 定圧膨張ゆえ, 流入熱量  $Q$  は,

$$Q = n(C_V + R)(T_1 - T_0) = \frac{P_0V_0}{RT_0}(C_V + R)(T_1 - T_0)$$

(4) 求める容積を  $V_1$  として,

$$P_0V_1 = nRT_1 = \frac{P_0V_0}{RT_0}RT_1 \quad \therefore \quad V_1 = \frac{T_1}{T_0}V_0$$

(5) 気球の運動方程式の鉛直上向き成分より, 全質量  $M_0$  は,

$$0 = d_0V_1g - M_0g \quad \therefore \quad M_0 = \frac{T_1}{T_0}d_0V_0$$

問3 (6) (1), (5) の結果より, (気体を含めない) 気球の質量を  $M_a$  とすると,

$$M_a = M - d_0V_0 = \left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right)d_0V_0$$

また, 問3の状態の気球の内部の気体の物質量を  $n'$  とすると, 状態方程式と (2), (4) の結果より,

$$P_0V_1 = n'RT_2 \quad \therefore \quad n' = \frac{P_0V_1}{RT_2} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{P_0V_0}{RT_0} = \frac{T_1}{T_2}n$$

気体の質量は物質量に比例するので, 求める質量  $M$  は,

$$M = d_0V_0\frac{n'}{n} + M_a = \frac{\left(\frac{T_1}{T_2} + \frac{T_1}{T_0} - 1\right)d_0V_0}{}$$

(7) 求める張力を  $S$  とおくと, 気球+ロープの運動方程式の鉛直上向き成分より,

$$0 = d_0 V_1 g - S - (M + m)g = M_0 g - S - (M + m)g$$
$$\therefore S = (M_0 - M)g - mg = \underline{\left\{ \left( 1 - \frac{T_1}{T_2} \right) d_0 V_0 - m \right\} g}$$

問 4 気球の運動方程式の鉛直上向き成分より, 加速度成分を  $a$  として,

$$Ma = d_0 V_1 g - Mg = M_0 g - Mg$$
$$\therefore a = \frac{M_0 - M}{M} g = \underline{\frac{(T_2 - T_1)T_0}{T_1 T_2 + T_0 T_1 - T_2 T_0} g}$$

**[2]**

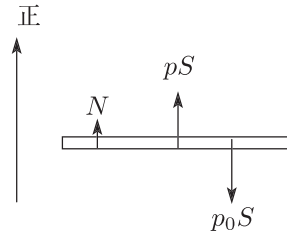
《解答》

(1) 気体内の圧力  $p$  は

$$pSh_0 = RT_0 \quad \therefore \quad pS = \frac{RT_0}{h_0}$$

くさびから受ける力を  $N$  とすると、ピストンの運動方程式より

$$\begin{aligned} 0 &= pS + N - p_0S \\ \therefore N &= p_0S - pS \geq 0 \\ \therefore p_0 &\geq \frac{RT_0}{Sh_0} \end{aligned}$$



(2)  $N = 0$  ゆえ  $p = p_0$ . よって

$$p_0Sh_0 = RT_1 \quad \therefore \quad T_1 = \frac{p_0Sh_0}{R}$$

熱力学第1法則より

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}R(T_1 - T_0) &= Q_1 \\ \therefore Q_1 &= \frac{3}{2}(p_0Sh_0 - RT_0) \end{aligned}$$

(3) (a) 右図で

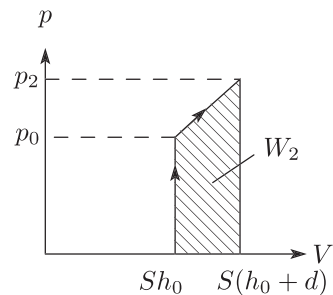
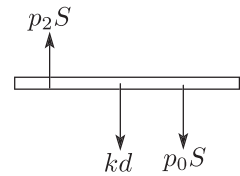
$$0 = p_2S - p_0S - kd$$

(b) 右下図で

$$\begin{aligned} W_2 &= \frac{1}{2}(p_0 + p_2)Sd \\ &= \frac{1}{2}(2p_0S + kd)d \end{aligned}$$

(c) 熱力学第1法則と、 $p_2S = p_0S + kd$  より

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}\{(p_0S + kd)(h_0 + d) - p_0Sh_0\} &= -W_2 + Q_2 \\ \therefore Q_2 &= \frac{5}{2}p_0Sd + 2kd^2 + \frac{3}{2}kdh_0 \end{aligned}$$



**【3】**

《解答》

- (1) ピストンが受ける力のつりあいより， おもり F をつける前の圧力は室 I, II ともに大気圧と等しく  $p_0$ . 室 II は温度が  $0^\circ\text{C}$  に保たれたまま容積が  $\frac{V_2}{3}$  になるので， 状態方程式より，

$$p \cdot \frac{V_2}{3} = p_0 V_2 \quad \therefore p = \underline{3p_0}$$

- (2) おもり F の質量を  $M$  として， B が受ける力のつりあいより，

$$0 = 3p_0 S - p_0 S - Mg \quad \therefore M = \underline{\frac{2p_0 S}{g}}$$

- (3) 変化前後における室 I の温度を  $T, T'$  とおくと， 状態方程式は，

$$\begin{cases} p_0 V_1 = n_1 R T \\ 3p_0 \cdot \frac{V_2}{3} = n_1 R T' \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} T = \frac{p_0 V_1}{n_1 R} \\ T' = \frac{p_0 V_2}{n_1 R} \end{cases}$$

よって， 室 I の内部エネルギー変化は

$$\Delta U_1 = \frac{3}{2} n_1 R T' - \frac{3}{2} n_1 R T = \underline{\frac{3}{2} p_0 (V_2 - V_1)}$$

また， 室 II の気体の温度は  $273\text{K}$  なので， 内部エネルギーの変化は，

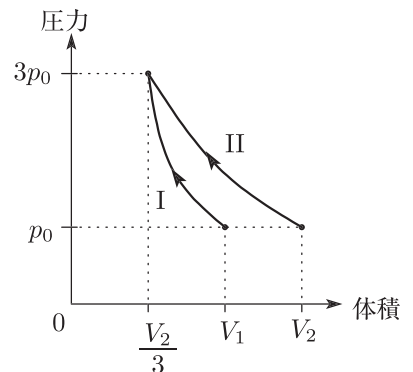
$$\Delta U_2 = \frac{3}{2} n_2 R \cdot 273 - \frac{3}{2} n_2 R \cdot 273 = \underline{0}$$

- (4) 質量  $m$  の氷が融解するので， 気体は  $mQ$  の熱を放出する. このとき， 外部から気体がされた仕事を  $W$  とすると， 熱力学第 1 法則より，

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = -mQ + W \quad \therefore W = \underline{mQ + \frac{3}{2} p_0 (V_2 - V_1)}$$

- (5) 室 I の気体は断熱変化をし， 室 II の気体は等温変化をする.

断熱曲線は等温曲線よりも傾きが急なので， グラフは 右図 のようになる.





**【4】****《解答》**

(1) ①  $\underline{V_0 - Sx}$

②

$$P_A(V_0 - Sx)^b = P_0V_0^b \quad \therefore P_A = \underline{\left(\frac{V_0}{V_0 - Sx}\right)^b P_0}$$

③

$$P_A = \frac{1}{\left(\frac{V_0 - Sx}{V_0}\right)^b} P_0 = \left(1 - \frac{Sx}{V_0}\right)^{-b} P_0 = \underline{\left(1 + \frac{bSx}{V_0}\right) P_0}$$

④ ③と同様に,

$$P_B = \underline{\left(1 - \frac{bSx}{V_0}\right) P_0}$$

⑤

$$Ma = P_B S - P_A S = -\underline{\frac{2bP_0 S^2}{V_0} x}$$

⑥

$$\omega = \sqrt{\frac{2bP_0 S^2}{MV_0}}$$

⑦

$$t_0 = \frac{2\pi}{\omega} = \underline{2\pi \sqrt{\frac{MV_0}{2bP_0 S^2}}}$$

⑧  $x = \underline{0}$ 

⑨

$$v_0 = \underline{d \sqrt{\frac{2bP_0 S^2}{MV_0}}}$$

(2) (a) 断熱変化ゆえ,

$$P_0 V_0^b = P_A \left(\frac{V_0}{2}\right)^b = P_B \left(\frac{3}{2}V_0\right)^b$$

$$\therefore P_A = \underline{2^b P_0}, \quad P_B = \underline{\left(\frac{2}{3}\right)^b P_0}$$

これと状態方程式を連立して,

$$T_A = \underline{2^{b-1} T_0}, \quad T_B = \underline{\left(\frac{2}{3}\right)^{b-1} T_0}$$

(b) A 室に関しては、同様に断熱変化ゆえ、

$$P_A' = \underline{2^b P_0}, \quad T_A' = \underline{2^{b-1} T_0}$$

ピストンに作用する合力 0 ゆえ、

$$0 = P_B' S - P_A' S \quad P_B' = P_A' = \underline{2^b P_0}$$

B 室については状態方程式の連立ゆえ、

$$T_B' = \underline{2^{b-1} \cdot 3T_0}$$

(c) A の断熱変化について、A がされた仕事を  $W_A$  として、

$$\Delta U_A = W_A + 0$$

$$\therefore W_A = \Delta U_A = \frac{3}{2} P_A' \cdot \frac{V_0}{2} - \frac{3}{2} P_0 V_0 = \frac{3}{2} (2^{b-1} - 1) P_0 V_0$$

$W_A$  は B 室の気体がした仕事  $W_B$  に等しく、

$$W_B = \underline{\frac{3}{2} (2^{b-1} - 1) P_0 V_0}$$

また B 室のエネルギー収支について、

$$\Delta U_B = -W_B + Q_B$$

ここで、

$$\Delta U_B = \frac{3}{2} P_B' \cdot \frac{3}{2} V_0 - \frac{3}{2} P_0 V_0 = \frac{3}{2} (3 \cdot 2^{b-1} - 1) P_0 V_0$$

以上より  $Q_B$  について求めると、

$$Q_B = \underline{3(2^b - 1) P_0 V_0}$$

(3) (a) いずれも断熱変化ゆえ、

$$P_A V^{\frac{5}{3}} = P_0 V_0^{\frac{5}{3}} \quad \therefore P_A = \left( \frac{V_0}{V} \right)^{\frac{5}{3}} P_0$$

$$P_B V^{\frac{7}{5}} = P_0 V_0^{\frac{7}{5}} \quad \therefore P_B = \left( \frac{V_0}{V} \right)^{\frac{7}{5}} P_0$$

この比較より、(ウ)。

(b)  $b = \frac{5}{3}$ ,  $b' = \frac{7}{5}$  として、運動方程式は、

$$Ma = -\frac{(b+b')P_0 S^2}{V_0} x$$

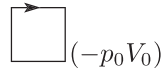
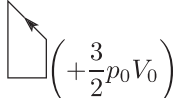
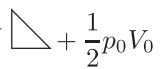
(1)⑥と比較して角振動数  $\omega'$  は、

$$\omega' = \sqrt{\frac{(b+b')P_0 S^2}{M V_0}} < \omega$$

よって周期は大きくなる。また振動中心は不変ゆえ (ア)。

【5】

《解答》

	$\Delta U$	=	$-W$ (流出正)	+ $Q$ (流入正)
A→B	$\frac{3}{2}p_0(2V_0 - V_0)$	=	 $(-p_0V_0)$	$+\frac{5}{2}p_0V_0$
B→C	0	=	 $(+\frac{3}{2}p_0V_0)$	$-\frac{3}{2}p_0V_0$
C→A	$\frac{3}{2}(p_0 - 2p_0)V_0$	=	0	$-\frac{3}{2}p_0V_0$
A→A	0	=	 $+\frac{1}{2}p_0V_0$	$-\frac{1}{2}p_0V_0$

(1) 熱力学第1法則より

$$\underline{\Delta U = -W + Q}$$

(2) 表より

$$Q_{AB} = \underline{+\frac{5}{2}p_0V_0}, \quad Q_{BC} = \underline{-\frac{3}{2}p_0V_0}, \quad Q_{CA} = \underline{-\frac{3}{2}p_0V_0}$$

(3) 表より

$$W_1 = \underline{-\frac{1}{2}p_0V_0}, \quad \Delta U_1 = \underline{0}$$

(4) 等温変化のグラフを 右図(太線) に描く. よって

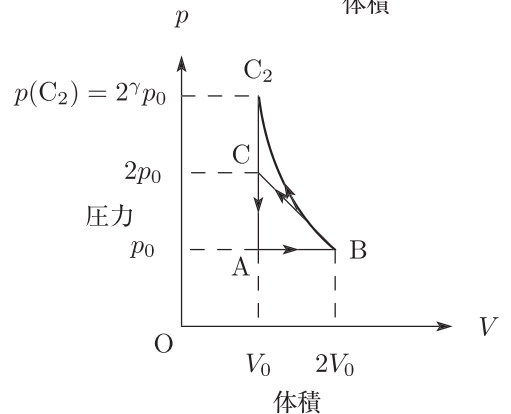
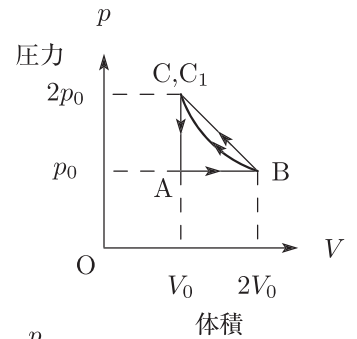
$$p(C_1) = \underline{2p_0}$$

(5) 断熱圧縮で温度上昇ゆえ 右下図(太線). このとき,

$$p(C_2)V_0^\gamma = p_0(2V_0)^\gamma$$

$$\therefore p(C_2) = \underline{2^\gamma p_0}$$

(6) 断熱圧縮では内部エネルギーが増加するため,  
 $C_1$  と比べて  $C_2$  の方が温度が高くなる.  
 $C_1$  と  $C_2$  の体積は等しいので,  
状態方程式により  $C_2$  の方が圧力が高くなる.



**添削課題****《解答》**

(1) 内部エネルギー変化について,  $U_P$  の定義より

$$U_f - (U_1 + U_2) = U_P \quad \therefore U_f = \underline{U_1 + U_2 + U_P}$$

(2) 熱力学第 1 法則より,  $U_P$  はピストンからの力  $P_0 S$  がする仕事と一致するから,

$$U_P = \underline{P_0 S \Delta h}$$

(3) 状態方程式より,

$$\underline{P_0 S h = RT_1} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(4) 同じく,

$$\underline{P_0 S (2h - \Delta h) = 2RT_f} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

(5) ①×2 - ②より,

$$P_0 S \Delta h = \underline{2R(T_1 - T_f)} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

(6) 熱力学第 1 法則より,

$$2 \times \frac{3}{2} RT_f - \left( \frac{3}{2} RT_1 + \frac{3}{2} RT_2 \right) = P_0 S \Delta h$$

右辺に③を代入して,

$$2 \times \frac{3}{2} RT_f - \left( \frac{3}{2} RT_1 + \frac{3}{2} RT_2 \right) = 2R(T_1 - T_f) \quad \therefore \underline{T_f = \frac{7T_1 + 3T_2}{10}}$$

(7) ③/①より,

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{2(T_1 - T_f)}{T_1}$$

これに (6) の  $T_f$  を代入し,

$$\underline{\frac{\Delta h}{h} = \frac{3(T_1 - T_2)}{5T_1}}$$

(8) 内部エネルギーを  $\frac{3}{2} RT$  から  $\frac{n}{2} RT$  と書き変えて前問と同様に,

$$\underline{T_f = \frac{(n+4)T_1 + nT_2}{2(n+2)}}$$

$$(9) \underline{\frac{\Delta h}{h} = \frac{n(T_1 - T_2)}{(n+2)T_1}}$$

(10) 前問の結果で  $\frac{\Delta h}{h} > 0$  より  $\underline{T_1 > T_2}$

**配点**

- (1) 10 点    (2)~(4) 各 5 点    (5) 10 点    (6) 15 点    (7) 10 点    (8) 15 点  
 (9) 15 点    (10) 10 点

### 3章 波動演習

#### 問題

#### ■演習

【1】

《解答》

(1)

$$v_A = \frac{\lambda_A}{T} \quad \therefore \lambda_A = \underline{v_A T}$$

(2)

$$\overline{XY} = \frac{v_A T}{\sin \alpha} \quad \dots \textcircled{1}$$

(3)

$$\overline{XY} = \frac{v_B T}{\sin \beta} \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②式より,

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \underline{\frac{v_A}{v_B}}$$

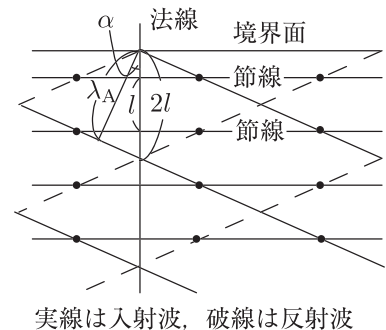
(4) (3) で  $\beta = 90^\circ$ ,  $\alpha = \alpha_0$  として,

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin 90^\circ} = \frac{v_A}{v_B} \quad \therefore \underline{\sin \alpha_0 = \frac{v_A}{v_B}}$$

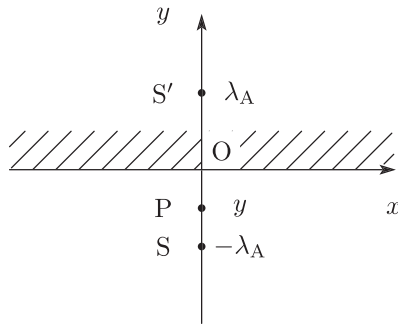
(5) 2a

(6) 節線は右図のようになり, 境界面と平行に分布する.  
その間隔を  $l$  とすると,

$$2l \cos \alpha = \lambda_A = v_A T \quad \therefore \underline{l = \frac{v_A T}{2 \cos \alpha}}$$



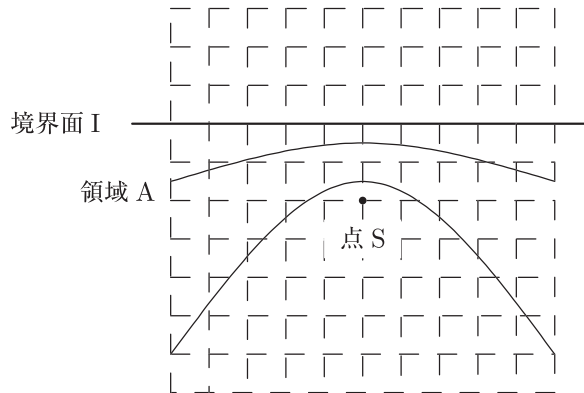
- (7) 自由端での反射波との干渉ゆえ、反射波は境界面との対称点から出る同位相の球面波と同等となる。よって下図で  $SS'$  上で位置  $y$  の点  $P$  が節となるとき、 $m$  を整数として、



$$\frac{2\pi}{\lambda_A} \{(\lambda_A - y) - (y - (-\lambda_A))\} = 2m\pi + \pi$$

$$\therefore y = -(2m + 1) \frac{\lambda_A}{4}$$

よって  $OS$  間では  $y = -\frac{\lambda_A}{4}$ ,  $y = -\frac{3\lambda_A}{4}$  のところで節が生じる。よってその本数は 2本。節線の様子は 下図。



【2】

《解答》

I (1) 求める時刻  $t_1$ , 振動数  $f_1$  は,

$$t_1 = \frac{l/2}{V} = \underline{\underline{\frac{l}{2V}}}$$

変化する波長を  $\lambda_1$  として

$$V - v_0 = f_0 \lambda_1 \quad \therefore \quad f_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \underline{\underline{\frac{V}{V - v_0} f_0}}$$

(2) 聞こえ始めの時刻:  $\frac{l/2}{v_0} = \underline{\underline{\frac{l}{2v_0}}}$

聞こえなくなるときの時刻:  $\frac{l}{2v_0} + \frac{l}{2v_0} + \frac{l/2}{V} = \frac{l}{v_0} + \frac{l}{2V}$

聞こえ始め
壁通過までの  
所要時間
反射音の  
到達時間

直接音の振動数  $f_2$  は, 変化する波長を  $\lambda_2$  として

$$V + v_0 = f_0 \lambda_2 \quad \therefore \quad f_2 = \frac{V}{\lambda_2} = \frac{V}{V + v_0} f_0$$

よって, うなりの回数は

$$\begin{aligned}
 |f_1 - f_2| &= \left( \frac{V}{V - v_0} - \frac{V}{V + v_0} \right) f_0 \\
 &= \underline{\underline{\frac{2v_0 V}{V^2 - v_0^2} f_0}}
 \end{aligned}$$

(3) 求める時刻  $t_2$ , 振動数  $f_3$  は

$$t_2 = \frac{l/2}{V + v_0} = \underline{\underline{\frac{l}{2(V + v_0)}}}$$

変化する波長を  $\lambda_3$  として

$$\begin{aligned}
 (V + v_0) - v_0 &= f_0 \lambda_3 \\
 \therefore \quad f_3 &= \frac{V + v_0}{\lambda_3} = \underline{\underline{\frac{V + v_0}{V} f_0}}
 \end{aligned}$$

(4)

$$\text{聞こえ始めの時刻: } \frac{l/2}{v_0} = \frac{l}{2v_0}$$

$$\text{聞こえなくなるときの時刻: } \frac{l}{2v_0} + \frac{l}{2v_0} + \frac{l/2}{V-v_0} = \frac{l}{v_0} + \frac{l}{2(V-v_0)}$$

直接音の振動数  $f_4$  は変化する波長を  $\lambda_4$  として

$$(V - v_0) + v_0 = f_0 \lambda_4$$

$$\therefore f_4 = \frac{V - v_0}{\lambda_4} = \frac{V - v_0}{V} f_0$$

よって、うなりの回数は

$$|f_3 - f_4| = \frac{2v_0}{V} f_0$$

II 図 2 より、うなりの周期  $T_0[\text{s}] = 12 \times 10^{-3} \text{ s}$ 、音波 1、2 の周期を  $T_1$ 、 $T_2$  とすると  $T_1[\text{s}] = 3.0 \times 10^{-3} \text{ s}$ 。ここで、うなりの振動数の関係より

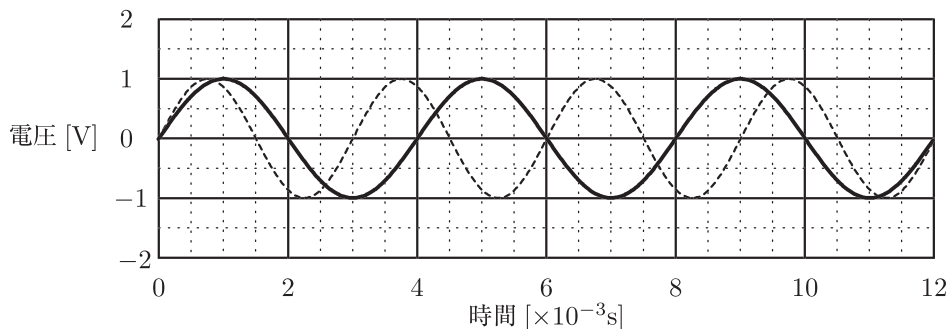
$$\frac{1}{T_0} = \left| \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right|$$

$$\therefore T_2[\text{s}] = 2.4 \times 10^{-3} \text{ s}, \quad \text{or} \quad 4.0 \times 10^{-3} \text{ s}$$

合成音の電圧が初めて極大、あるいは極小になるまでの時間は音波 1 よりも長くなっている  
ので  $T_2 > T_1$  である。

$$\therefore T_2[\text{s}] = 4.0 \times 10^{-3} \text{ s}$$

合成音の電圧の最大値がほぼ 2 V であることから、音波 2 の振幅は 1 V と判断できるので、求めるグラフは 下図(実線)。





**【3】****《解答》**

(1) あ :  $\underline{2nd}$

い :  $\underline{2n(d + \Delta d)}$

う :  $\underline{1}$

え :  $2n(d + \Delta d) - 2nd = \lambda \quad \therefore \Delta d = \underline{\frac{\lambda}{2n}}$

お :  $x_1 = \frac{d}{\tan \theta} = \underline{\frac{Ld}{t}}$

か :  $x_2 = \frac{L}{t}(d + \Delta d) = \underline{\frac{L}{t} \left( d + \frac{\lambda}{2n} \right)}$

き :  $f = x_2 - x_1 = \underline{\frac{L\lambda}{2nt}}$

く : (き) より,  $t = \underline{\frac{L\lambda}{2nf}}$

(2) け : (く) に数値を代入して,

$$t = \frac{50 \times 10^{-3} \times 5.0 \times 10^{-7}}{2 \times 1.0 \times 1.0 \times 10^{-3}} = 1.25 \times 10^{-5} \text{ (m)} \cong \underline{1.3 \times 10^{-5} \text{ (m)}}$$

(3) こ : (き) に数値を代入して,

$$f = \frac{50 \times 10^{-3} \times 6.0 \times 10^{-7}}{2 \times 1.0 \times 1.25 \times 10^{-5}} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ (m)} \quad \therefore \underline{1.2 \text{ (mm)}}$$

(4) さ : (き) において,  $f$  は屈折率  $n$  に反比例するので, 間隔は  $1.0/1.3 \cong \underline{0.77}$  倍.(5) (き) より, 可視光内で波長の長い赤色の光源を使い, すきまを屈折率最小の真空にする.(6) 明線は同心円状に広がり, 外側ほど球面の角度が急になるため間隔は狭くなる.

**【4】****《解答》**

(a)

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

(b) 気体を入れると、B<sub>2</sub> を往復する際の位相の進みが増加する。この量が F における位相の差に等しく、

$$\Delta\phi = 2\pi \left( \frac{2l}{\lambda} - \frac{2l}{\lambda_0} \right) = \underline{\underline{\frac{4\pi l}{\lambda_0}(n-1)}}$$

(c) 偶数(d) 奇数(e) 明るくなる条件は、整数  $m$  を用いて、

$$\frac{4\pi l}{\lambda_0}(n-1) = 2\pi \cdot m$$

これに、 $n = 1 + kp$  を代入すると、

$$p = \frac{\lambda_0}{2kl} m$$

これより、圧力が

$$\Delta p = \frac{\lambda_0}{2kl} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

増すたびに、F は明るくなる。

(f) ①より、

$$\begin{aligned} k &= \frac{\lambda_0}{2l\Delta p} = \frac{6.3 \times 10^{-7}}{2 \times 0.5 \times 2.3 \times 10^2} \\ &= \frac{6.3}{2.3} \times 10^{-9} \end{aligned}$$

1 気圧での屈折率は、

$$\begin{aligned} n &= 1 + kp \\ &= 1 + \frac{6.3}{2.3} \times 10^{-9} \times 1.013 \times 10^5 = \underline{\underline{1.00028}} \end{aligned}$$

【5】

《解答》

(1) ①  $\alpha - \beta$

②  $\alpha - \beta$

③  $\theta_1 = 2(\alpha - \beta)$

④  $\pi - 2\beta$

⑤ A, B, C での進行方向に対する時計回りの変化の和は

$$\begin{aligned} \theta_2^\circ &= (\alpha - \beta) + (\pi - 2\beta) + (\alpha - \beta) \\ &= \pi + 2\alpha - 4\beta \end{aligned}$$

従って,

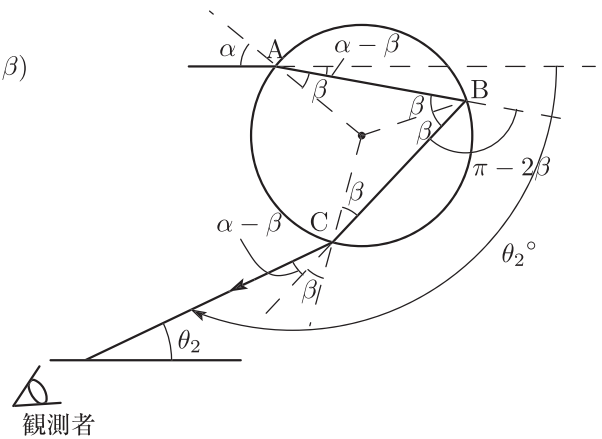
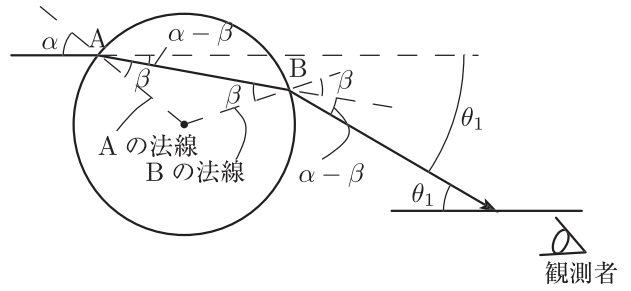
$$\theta_2 = \pi - \theta_2^\circ = \underline{4\beta - 2\alpha}$$

⑥  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$

⑦  $\sin \alpha = \frac{b}{r}$

⑧ 2

⑨ 42



(2) 点 B で反射した太陽光は  $b$  の値によらず  $42^\circ$  より小さい仰角に散乱されるから.

(3) 赤色, 黄色, 青色

(理由)

⑤ より仰角は  $\beta$  が増えると増え, ⑥ より  $\beta$  は  $n_2$  が減ると増える. また図 3 より  $n_2$  は波長が長くなると減る. 以上より仰角は波長が長くなると増大する. よって仰角の大きい順は波長の長い順となる.

## 添削課題

### 《解答》

(1) ア 4 (干渉)    イ 3 (固定端)    ウ 9 (逆位相)

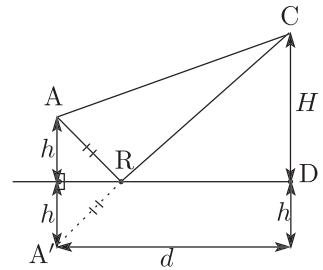
(2) 振動数  $f$  と波長  $\lambda$  の関係は  $f = \frac{c}{\lambda}$ . これと受信機の受信領域から,

$$50 \times 10^6 \text{ Hz} \leq \frac{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{\lambda} \leq 150 \times 10^6 \text{ Hz}$$

$$\therefore \underline{2.0 \text{ m} \leq \lambda \leq 6.0 \text{ m}}$$

(3) 右図でアンテナ A の海面との対称点を A' として,

$$\overline{AR} + \overline{RC} = \overline{A'C} = \sqrt{(H+h)^2 + d^2}$$



(4) 反射での位相のずれを考慮して,

$$\sqrt{(H+h)^2 + d^2} - \sqrt{(H-h)^2 + d^2} = 2m \times \frac{\lambda}{2}$$

$$\therefore \underline{\sqrt{(H+h)^2 + d^2} - \sqrt{(H-h)^2 + d^2} = m\lambda}$$

(5) 題意と与えられた近似を用いて,

$$\sqrt{(H+h)^2 + d^2} = d \left\{ 1 + \left( \frac{H+h}{d} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \approx d \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{H+h}{d} \right)^2 \right\}$$

$$\sqrt{(H-h)^2 + d^2} = d \left\{ 1 + \left( \frac{H-h}{d} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \approx d \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{H-h}{d} \right)^2 \right\}$$

これより, (4) の式は,

$$\underline{\frac{2Hh}{d} = m\lambda}$$

(6) 与えられたデータから,  $\lambda$  について整理して,

$$\lambda = \frac{2 \times 186 \text{ m} \times 20 \text{ m}}{m \times (2.4 \times 10^3 \text{ m})} = \frac{31}{10m} \text{ m}$$

これと (2) の結論より, 上式を満たす自然数は  $m = 1$  のみ. よって解の個数は 1 で,

$$\underline{\lambda = 3.1 \text{ m}}$$

### 配点

(1) 各 4 点    (2) 20 点    (3) 20 点    (4) 10 点    (5) 20 点    (6) 18 点

## 4章 電磁気演習

### 問題

#### ■演習

【1】

《解答》

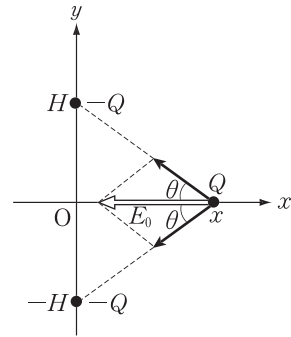
(1) (a) 原点の電位を  $V_0$  とすると  $V_0 = k_0 \frac{-Q}{H} + k_0 \frac{-Q}{H} = -\frac{2k_0Q}{H}$   
 よって、求める位置エネルギーの変化は  $Q(V_0 - 0) = -\frac{2k_0Q^2}{H}$

(b) 右図より、 $(x, 0)$  における電場の大きさ  $E_0$  は

$$\begin{aligned} E_0 &= k_0 \frac{Q}{\sqrt{x^2 + H^2}} \times 2 \cos \theta \\ &= k_0 \frac{Q}{x^2 + H^2} \times 2 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + H^2}} \\ &= \frac{2k_0Qx}{(x^2 + H^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

正電荷は電場の方向に力を受けるから、受ける力の  $x$  成分  $F_x$  は

$$F_x = -QE_0 = -\frac{2k_0Q^2x}{(x^2 + H^2)^{\frac{3}{2}}}$$



(c) 
$$F_x = -\frac{2k_0Q^2x}{(x^2 + H^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2k_0Q^2x}{H^3 \left\{ \left( \frac{x}{H} \right)^2 + 1 \right\}^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2k_0Q^2}{H^3}x$$

よって、加速度を  $\alpha$  とすると、電荷の運動方程式より

$$\begin{aligned} m\alpha &= -\frac{2k_0Q^2}{H^3}x \\ \alpha &= -\frac{2k_0Q^2}{mH^3}x \quad \therefore \quad \omega = \frac{Q}{H} \sqrt{\frac{2k_0}{mH}} \end{aligned}$$

振幅は  $a$ 、振動の中心は  $(0, 0)$ 、正の最大変位から振動が始まるので

$$x = a \cos \left( \frac{Q}{H} \sqrt{\frac{2k_0}{mH}} t \right)$$

(2) 求める仕事量を  $W$  とすると,  $x$  軸上の電位はつねに 0 なので  $W = 0$

(3) 運動エネルギーと点電荷による位置エネルギー, 一様な電場の仕事の関係から

$$\left(\frac{1}{2}m \cdot 0^2 + k_0 \frac{Q^2}{H}\right) - \left(\frac{1}{2}m \cdot 0^2 + k_0 \frac{Q^2}{Y+H}\right) = QEY$$

$$Q \neq 0 \text{ より } k_0 \frac{Q}{H} - k_0 \frac{Q}{Y+H} = EY$$

$$\{(Y+H) - H\} k_0 Q = H(Y+H)EY$$

$$Y \neq 0 \text{ より } k_0 Q = H(Y+H)E \quad \therefore Y = \underline{\underline{\frac{k_0 Q}{HE} - H}}$$

**【2】**

《解答》

(1)  $C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

- (2) 導体 D を挿入したコンデンサー  $K_1$  を、図 1 に示すように容量  $3C$  の 2 つのコンデンサーで置き換える。  
 $K_1$  上部の電荷を  $q$  とすると、電圧について、

$$V = \frac{q}{3C} + \frac{q}{3C} \quad \therefore q = \frac{3}{2}CV \quad \dots\dots ①$$

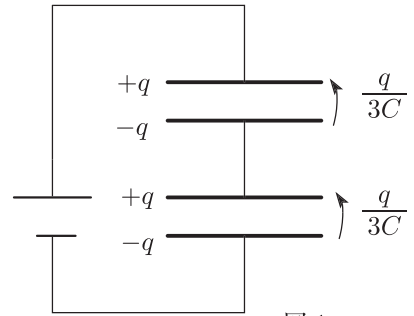


図 1

- (3)  $K_2$  の電位差を  $V_1$  とする。図 2 で、破線内は外部とつながっていないから、いつでも電荷の和は 0 であるので、

$$-q + 3CV_1 + CV_1 = 0$$

$$\therefore V_1 = \frac{3}{8}V \quad (\because ①)$$

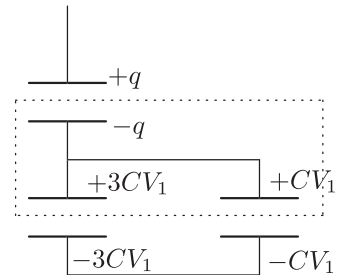


図 2

- (4)  $K_2$  上部の電荷  $CV_1$  と、導体 D の電荷  $Q_1$  との和は 0 である。よって、

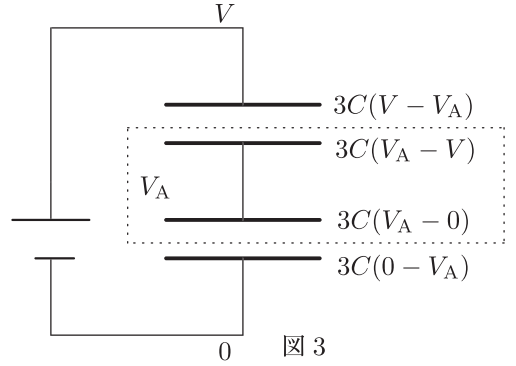
$$Q_1 = -CV_1$$

$$= \underline{\underline{-\frac{3}{8}CV}}$$



- (5) (a) (4) と同様,  $K_2$  上部の電荷  $CV_n$  と導体 D の電荷  $Q_n$  との和は 0 である. よって,

$$Q_n = \underline{-CV_n}$$



- (b)  $K_1$  下部の電位を 0, 導体 D の電位を  $V_A$  とする. 図 3 で, 破線内の電荷の和が  $-CV_n$  であるから,

$$-CV_n = 3C(V_A - V) + 3C(V_A - 0)$$

$$\therefore V_A = \frac{V}{2} - \frac{V_n}{6}$$

導体 D 上面の電荷は,

$$3C(V_A - V) = \underline{-C \left( \frac{3}{2}V + \frac{V_n}{2} \right)}$$

- (c) 図 4 で, 破線内の電荷の和が 0 であるから,

$$0 = -C \left( \frac{3}{2}V + \frac{V_n}{2} \right) + 3CV_{n+1} + CV_{n+1}$$

$$\therefore \underline{V_{n+1} = \frac{1}{8}V_n + \frac{3}{8}V}$$

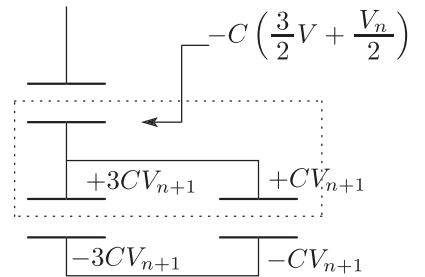


図 4

**【3】**

## 《解答》

(1) (a)

$$Q = \varepsilon_0 \frac{L^2}{d} V$$

(b)

$$U_C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\varepsilon_0 \frac{L^2}{d}} = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 L^2}$$

(2) (a)

$$\Delta U_C = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 L^2} \Delta x$$

(b)

$$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 L^2}$$

(3) (a)  $x = 0$  で,

$$m\ddot{x} = F - mg > 0 \quad \therefore Q > \sqrt{2\varepsilon_0 L^2 mg}$$

(b)

$$m\ddot{x} = -kx + F - mg = -k \left( x - \frac{F - mg}{k} \right)$$

初期条件を考慮して,

$$x_M = 2 \frac{F - mg}{k} = \frac{Q^2 - 2\varepsilon_0 L^2 mg}{k\varepsilon_0 L^2}$$

(c) 電極間に働く力は  $x$  によらず一定なので,  $E_x$  も一定である. よって, (ウ).

(4)

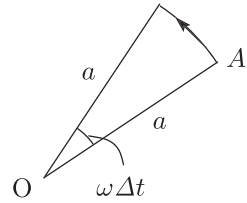
$$U_C - U_{R_2} = \frac{1}{2} k x_M^2 + \underline{mg x_M}$$

【4】

《解答》

- (1) (a) 右図の扇形部分の面積を通過するから、磁束の大きさは

$$\Delta\phi = \frac{1}{2}Ba^2\omega\Delta t$$



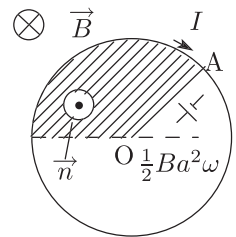
- (b) 求める大きさ  $V$  は

$$V = \left| -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right| = \frac{1}{2}Ba^2\omega$$

- (c) 右図の斜線部分を貫く磁束が減少するのでレンツの法則により  $A \rightarrow O$  の向きに誘導起電力が生じる。電流の大きさを  $I$  とすると、

$$RI + rI = \frac{1}{2}Ba^2\omega$$

$$\therefore I = \frac{Ba^2\omega}{2(R+r)} \quad (\underline{D \rightarrow C} \text{の向き})$$



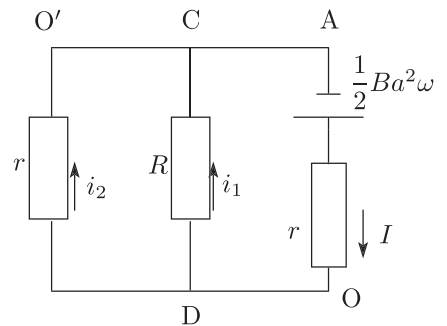
- (2) (a) 等価回路は右図。左右各ループ、時計回り正の回路の方程式は、

$$rI + Ri_1 = \frac{1}{2}Ba^2\omega$$

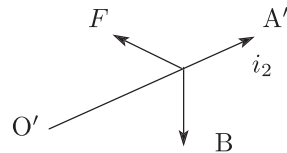
$$ri_2 - Ri_1 = 0$$

$$I = i_1 + i_2$$

$$\therefore i_2 = +\frac{R}{r(2R+r)} \cdot \frac{1}{2}Ba^2\omega$$

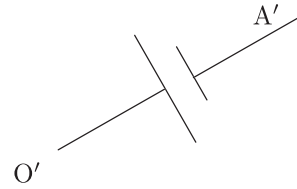


- (b)  $O' \rightarrow A'$  の向きに電流が流れるので、右図より、電流  $i_2$  が受けるローレンツ力は右側の金属棒の回転と 同方向。



(3) (a) ローレンツ力 0(角速度一定) ゆえ,  $\underline{0}$ .

(b) (1)(c) と同様に,  $\frac{1}{2}Ba^2\omega'$ .  $\underline{O'}$  が高い.

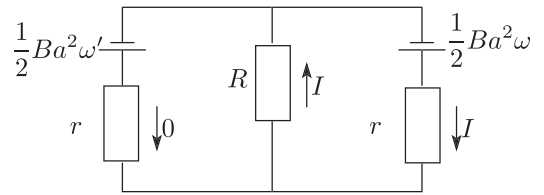


(c) 等価回路は右図. 左右各ループ時計回り  
正の回路の方程式は

$$rI + RI = \frac{1}{2}Ba^2\omega$$

$$r \cdot 0 - RI = -\frac{1}{2}Ba^2\omega'$$

$$\therefore \omega' = \frac{R}{R+r}\omega$$



(d) (c) で,

$$\omega' = \frac{R}{R+r}\omega \rightarrow \underline{0} \quad (R \rightarrow 0)$$

$$\omega' = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}}\omega \rightarrow \underline{\omega} \quad (R \rightarrow \infty)$$

<参考>  $R \rightarrow 0$  では CD 間の電圧が 0 となるので,  $O'A'$  間の誘導起電力も 0 となる.

$$\therefore \omega' \rightarrow 0$$

$R \rightarrow \infty$  では OD 間の電圧が 0 となるので,  $O'A'$  間と OA 間の誘導起電力は同じになる.

$$\therefore \omega' \rightarrow \omega$$

【5】

《解答》

- (1) 4つの抵抗からなる回路がホイートストン・ブリッジ回路の平衡条件を満たす。求める抵抗値  $R_X$  は、

$$R_X \cdot R_2 = R_1 \cdot R_3$$

$$\therefore R_X = \frac{R_1 R_3}{R_2}$$

- (2)  $t = 0$  において、コイルには電流は流れない。つまり A, B を右向きに流れる独立した電流  $I_A, I_B$  を考えることができる。両者は、

$$R_1 I_A + R_Y I_A = E \quad \therefore I_A = \frac{E}{R_1 + R_Y}$$

$$R_2 I_B + R_3 I_B = E \quad \therefore I_B = \frac{E}{R_2 + R_3}$$

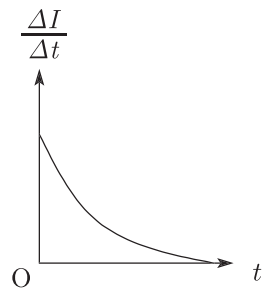
これより、B 点に対する A 点の電位  $E_{AB}$  は、

$$E_{AB} = R_Y I_A - R_3 I_B = \left( \frac{R_Y}{R_1 + R_Y} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) E$$

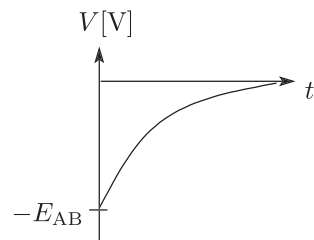
- (3) コイルに生じる誘導起電力は、電流の向きを正として、

$$V = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$\Delta I / \Delta t$  のグラフは図2のグラフの傾きから右図のようになるので、 $V$  のグラフは 右下図 のようになる。



- (4)  $S_2$  を閉じた直後の自己誘導起電力の大きさは  $E_{AB}$  であり、自己インダクタンスが  $L$  のときと同じである。  
 しかし、 $L' > L$  なので、 $\frac{\Delta I}{\Delta t}$  は小さくなる。  
 つまり電流の変化の立ち上がりが鈍くなる。  
 また、最終的に電流の変化がなくなり、自己誘導起電力が 0 となるので、電流の終端値は変わらない。  
 この事実を表すグラフは (e)。



## 添削課題

### 《解答》

(1) (ア) 電荷の平面分布の重ね合わせから、電場は  $P_1$  から  $P_2$  向きに、

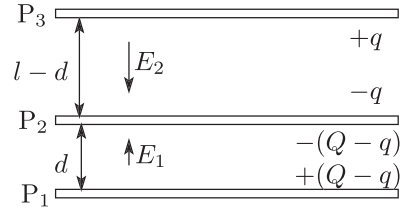
$$E_0 = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{Q}{S} + \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{Q}{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{S}$$

$$(イ) V_0 = E_0 d = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{S} d$$

(2) (ウ) 電荷分布と電場の様子は右図。共通電位差について、

$$\frac{1}{\epsilon_0} \frac{q}{S} (l-d) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q-q}{S} d$$

$$\therefore q = \frac{d}{l} Q$$



(エ)

$$E_1 = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q-q}{S} = \left(1 - \frac{d}{l}\right) \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

$$E_2 = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{q}{S} = \frac{d}{l} \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

(オ)  $E_1$ ,  $E_2$  を用いて上向き正とする合力は、

$$\left(-\frac{E_2}{2} + \frac{E_1}{2}\right) (-Q) = \left(\frac{2d}{l} - 1\right) \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}$$

これより、

$$\underline{d > \frac{l}{2} \text{で上, } d < \frac{l}{2} \text{で下.}}$$

$$(カ) \underline{V_1 = E_1 d = \left(1 - \frac{d}{l}\right) V_0}$$

### 配点

(1) (ア)10点, (イ)10点 (2) (ウ)30点, (エ)各10点, (オ)20点, (カ)10点

## 5章 電磁気・原子演習

### 問題

#### ■演習

【1】

《解答》

- (1) スイッチを a 側に閉じて十分長い時間が経過したのちに、抵抗 1 に流れる電流を  $i$  とおくと

$$V_0 - R_1 i = 0 \quad \therefore i = \frac{V_0}{R_1}$$

よって、抵抗 1 で消費される電力を  $P_1$  とおくと

$$P_1 = R_1 i^2 = \frac{V_0^2}{R_1}$$

- (2) スイッチを開く前にコンデンサーに蓄えられていた静電エネルギーとコイルに蓄えられていたエネルギーがスイッチを開いた直後から回路で消費されるので

$$\frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{1}{2} L \left( \frac{V_0}{R_1} \right)^2 + \frac{1}{2} C V_0^2$$

- (3) (a) 回路に流れる交流電流の実効値を  $I_e$ 、抵抗 1 で消費される平均電力を  $\bar{P}$  とおくと

$$\bar{P} = R_1 I_e^2 = R_1 \left( \frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{2} R_1 I_0^2$$

- (b)  $E = 0$  であるから  $P_4$  に対する  $P_2$ 、 $P_3$  の電位は等しいので、 $P_2 P_4$  間の電位差を  $V$  とおくと

$$V = R_1 I = R_1 I_0 \sin \omega t$$

よって、 $P_3 P_4$  間の電位差も  $V$  であり、コンデンサーを流れる電流の位相は電圧の位相に対して  $\frac{\pi}{2}$  進んでおり、コンデンサーのリアクタンスは  $\frac{1}{\omega C}$  であるから、 $P_3$  から  $P_4$  に流れる電流を  $I'$  とおくと

$$I' = \frac{R_1 I_0}{1/\omega C} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \underline{\omega C R_1 I_0 \cos \omega t}$$

(c)  $P_1P_3$  間の電位差を  $V'$  とおくと

$$V' = R_2 I' = \omega C R_1 R_2 I_0 \cos \omega t \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

よって、 $P_4$  に対する  $P_1$  の電位は

$$V + V' = R_1 I_0 \sin \omega t + \omega C R_1 R_2 I_0 \cos \omega t = \underline{R_1 I_0 (\sin \omega t + \omega C R_2 \cos \omega t)}$$

(d)  $P_1P_2$  間の電位差は、 $P_1P_3$  間の電位差と同じく  $V'$  である。コイルにかかる電圧の位相は流れる電流の位相に対して  $\frac{\pi}{2}$  進んでおり、コイルのリアクタンスは  $\omega L$  であるから

$$V' = \omega L I_0 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \omega L I_0 \cos \omega t \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

よって、①、②より

$$\omega C R_1 R_2 I_0 \cos \omega t = \omega L I_0 \cos \omega t \quad \therefore \quad L = \underline{C R_1 R_2}$$



**【2】****《解答》**

(1) 電子の運動量を  $p$  とおくと

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mV}$$

(2) 定常波ができるには、軌道の長さ (円周) が波長の整数倍であればよいから

$$\underline{2\pi r = n\lambda}$$

(3) 円運動の運動方程式より

$$m \frac{V^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}$$

$$\text{ここで, (1) と (2) より } 2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{mV} \quad \therefore V = \frac{nh}{2\pi r m}$$

$$\text{よって, } \frac{m}{r} \left( \frac{nh}{2\pi r m} \right)^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \quad \therefore r = \frac{\epsilon_0 h^2 n^2}{\pi m e^2}$$

(4) 力学的エネルギーは、運動エネルギーとクーロン力による位置エネルギーの和なので

$$E = \frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$$

$$\text{ここで, } m \frac{V^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \quad \text{より} \quad m V^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \quad \text{なので}$$

$$E = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \right) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} = - \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

(5) (3) を (4) に代入して、リュードベリ定数  $R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3}$  を用いて表すと

$$E = - \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\pi m e^2}{\epsilon_0 h^2 n^2} = - \frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} = - \frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \cdot \frac{ch}{n^2} = - Rch \frac{1}{n^2}$$

これは、内側から  $n$  番目の軌道を運動する電子の力学的エネルギーを表すので、内側から 4 番目の軌道と最も内側の軌道のエネルギー差を  $\Delta E$  とおくと

$$\Delta E = -Rch \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{1^2} \right) = \frac{15}{16} Rch$$

エネルギー差  $\Delta E$  に相当するエネルギーの光を放射するので

$$h \frac{c}{\lambda} = \frac{15}{16} Rch \quad \therefore \lambda = \frac{16}{15R} = \frac{16}{15 \times 1.10 \times 10^7} \doteq \underline{9.7 \times 10^{-8} \text{ (m)}}$$

【3】

《解答》

- ①  $\frac{c}{\lambda}$       ②  $h\nu$       ③  $\frac{h\nu}{c}$       ④ 光子  
 ⑤ 粒子      ⑥ 波動      ⑦  $\frac{h}{mv}$       ⑧  $\frac{1}{2}mv^2$   
 ⑨ 回折      ⑩  $eV_H = \frac{1}{2}mv_M^2$       ⑪  $eV_H$       ⑫ 仕事関数  
 ⑬  $\frac{hc}{\lambda_H} - eV_H$

- (1) 電極 T に当たる光子の最大運動エネルギーを  $K$  とおくと、⑩より P を飛び出した直後の光電子の最大運動エネルギーは  $\frac{1}{2}mv_M^2$  であり、さらに加速電圧  $V_T$  によって仕事をされるので

$$K = \frac{1}{2}mv_M^2 + eV_T = \underline{e(V_T + V_H)}$$

よって、光電子の運動量を  $p$ 、波長を  $\lambda_e$  とおくと

$$p = \sqrt{2mK} = \sqrt{2me(V_T + V_H)} \quad , \quad \lambda_e = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2me(V_T + V_H)}}$$

- (2) 光のエネルギーを  $E$  とおくと

$$E = \frac{hc}{\lambda_H} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{3.3 \times 10^{-7} \times 1.6 \times 10^{-19}} \doteq \underline{3.8(\text{eV})}$$

⑬より  $W = E - eV_H \doteq 3.8 - 1.3 = \underline{2.5(\text{eV})}$

- (3) 電流は 1 秒間に流れる電荷の電気量であるから、1 秒間に流れ込む光電子の個数を  $n$  とおくと

$$n = \frac{3.2 \times 10^{-7}}{1.6 \times 10^{-19}} = \underline{2.0 \times 10^{12}(\text{個})}$$

- (4)  $\frac{hc}{\lambda_L} = eV_L + W$ ,  $\frac{hc}{\lambda_H} = eV_H + W$  であり、図 2 より  $V_L < V_H$  であるから

$$\frac{hc}{\lambda_L} < \frac{hc}{\lambda_H} \quad \therefore \lambda_H < \lambda_L \text{ より } \underline{(c)}$$

**【4】****《解答》**

ア 固有(特性)X線

イ  $eV$

ウ  $eV = h \frac{c}{\lambda_0}$  より  $\lambda_0 = \frac{hc}{eV}$

エ  $\frac{ch}{\lambda}$

オ  $\frac{h}{\lambda}$

カ  $\frac{ch}{\lambda} = \frac{ch}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv^2$

キ  $\frac{h}{\lambda} = +\frac{h}{\lambda'} \cos \phi + mv \cos \theta$

ク 入射 X 線の振動数を  $\nu$ [Hz] とおくと

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3.0 \times 10^8}{2.5 \times 10^{19}} = 1.2 \times 10^{-11}$$

$\phi = 90^\circ$  のとき  $\lambda' - \lambda = 2.4 \times 10^{-12}$  であるから

$$\lambda' = 2.4 \times 10^{-12} + 1.2 \times 10^{-11} = 1.44 \times 10^{-11} \cong \underline{1.4 \times 10^{-11}} \text{ (m)}$$

ケ カより

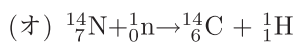
$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= ch \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) \\ &= 3.0 \times 10^8 \times 6.6 \times 10^{-34} \left( \frac{1}{1.2 \times 10^{-11}} - \frac{1}{1.44 \times 10^{-11}} \right) \cong \underline{2.8 \times 10^{-15}} \text{ (J)} \end{aligned}$$

コ ラウエ斑点

【5】

《解答》

(1) (ア) ~ (エ) 原子番号 6 は陽子数, 質量数 14 は陽子数と中性子数の和を表すから, 放射性炭素  $^{14}_6\text{C}$  は 6 個の 陽子 と 8 個の 中性子 とからなる原子核をもつ.



(カ) 炭素  $^{12}_6\text{C}$  の個数を  $m$  個とすると

$$m \times 1 \times 10^{-12} = 1 \quad \therefore m = \underline{1 \times 10^{12}} \text{ (個)}$$

(キ) (ク) 質量数は変化せず, 原子番号が 1 大きくなっているので  $\beta$  崩壊, すなわち 電子 を放出する.

(ケ) 5730 年は半減期であるから, 放射性炭素  $^{14}_6\text{C}$  の原子数は 50 % に減少し, 放射能の強さも 50 % に減少する.

(コ) 原子数が 25 % に減少する時間は, 半減期の 2 倍であるから

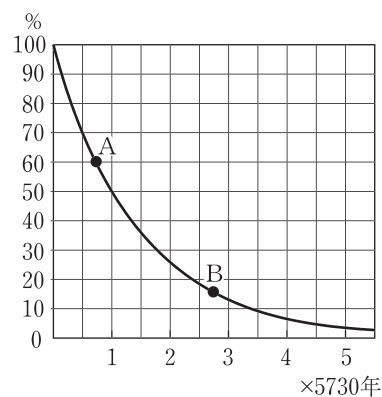
$$5730 \times 2 = \underline{11460} \text{ (年後)}$$

(2) 右図.

(3) グラフより

A :  $5730 \times 0.75 \doteq \underline{4300}$  (年前)

B :  $5730 \times 2.75 \doteq \underline{15800}$  (年前)











会員番号	
------	--

氏名	
----	--