

Z会東大進学教室

中2 数学

中2 東大数学



【1】(1) ① $3a - 2(a - b) = 3a - 2a + 2b$
 $= a + 2b$

② $\frac{x - 3y}{4} + \frac{2(-2x + y)}{3} = \frac{3x - 9y - 16x + 8y}{12}$
 $= \frac{-13x - y}{12}$
 $\left(= -\frac{13x + y}{12} = -\frac{13}{12}x - \frac{y}{12} \right)$

③ $a^2b^2 \div \frac{2}{3}ab^3 \times (2ab^2)^2 = \frac{a^2b^2 \times 3 \times 4a^2b^4}{2ab^3}$
 $= 6a^3b^3$

④ $(x + 3)(x - 5) = x^2 - 2x - 15$

⑤ $(2a - 1)(4a^2 + 2a - 3) = 8a^3 + 4a^2 - 6a - 4a^2 - 2a + 3$
 $= 8a^3 - 8a + 3$

(2) ① $\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} & \dots\dots ① \\ \frac{x+1}{2} = \frac{x+y}{4} & \dots\dots ② \end{cases}$

①より,

$3(x+1) = 2(y-2) \quad \therefore 3x - 2y = -7 \quad \dots\dots ①'$

②より,

$2(x+1) = x+y \quad \therefore x - y = -2 \quad \dots\dots ②'$

①' - ②' $\times 2$ より, $x = -3$

②' に代入して,

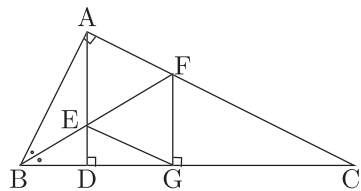
$-3 - y = -2 \quad \therefore y = -1$

よって, $x = -3, y = -1$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & \begin{cases} x + y + z = 2 & \dots\dots\textcircled{1} \\ 2x + 3y - z = -7 & \dots\dots\textcircled{2} \\ -x + 2y + 4z = 7 & \dots\dots\textcircled{3} \end{cases} \\
 & \textcircled{1} + \textcircled{3} \text{ より,} \\
 & \quad 3y + 5z = 9 \quad \dots\dots\textcircled{4} \\
 & \textcircled{2} + \textcircled{3} \times 2 \text{ より,} \\
 & \quad 2x + 3y - z = -7 \\
 & +) \quad -2x + 4y + 8z = 14 \\
 & \hline
 & \quad \quad 7y + 7z = 7 \\
 & \quad \quad y + z = 1 \dots\dots\textcircled{5} \\
 & \textcircled{4} - \textcircled{5} \times 3 \text{ より,} \\
 & \quad 3y + 5z = 9 \\
 & -) \quad 3y + 3z = 3 \\
 & \hline
 & \quad \quad 2z = 6 \\
 & \quad \quad z = 3 \\
 & \textcircled{5} \text{ より,} \\
 & \quad y = -2 \\
 & \textcircled{1} \text{ より,} \\
 & \quad x - 2 + 3 = 2 \quad \therefore x = 1 \\
 & \text{よって, } \mathbf{x = 1, y = -2, z = 3}
 \end{aligned}$$

- 【2】 (1) ア. 1組の対辺が平行で、その長さが等しくなるので、 $\textcircled{2}$
 イ. 4つの角がすべて等しくなるので、 $\textcircled{4}$

- (2) $\triangle ABF \equiv \triangle GBF$ より、 $AF=GF$ $\dots\dots\textcircled{1}$
 $\angle AFE = \angle AEF (= \angle GFE)$ より、
 $AF=AE$
 よって、 $AE=FG$
 また、 $AE \parallel FG$ であるから、1組の対辺



- が平行で、その長さが等しいので、四角形 AEGF は平行四辺形 $\dots\dots\textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より、
 となり合う 2 辺の長さが等しい平行四辺形なので
 四角形 AEGF はひし形である。

【3】(1) (ア) $a = -2, b = -1, c = 3$ を代入して

$$4 = 1 + 9 - 2 \times (-1) \times 3x$$

$$4 = 10 + 6x$$

$$6x = -6$$

$$x = -1$$

$$(イ) 2bcx = b^2 + c^2 - a^2$$

$$x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

(2)(ア) $k = -2, y = -1$ より

$$\frac{x - (-1)}{-1} = (-2)^2$$

$$-x - 1 = 4$$

$$-x = 5$$

$$x = -5$$

(イ) 両辺に y をかけて

$$x - y = k^2 y$$

$$-y - k^2 y = -x$$

$$-(k^2 + 1)y = -x$$

$$y = \frac{x}{k^2 + 1}$$

【4】 A の百の位, 十の位, 一の位の数字をそれぞれ x, y, z とおくと, 与えられた条件より,

$$A = 100x + 10y + z$$

$$B = 100y + 10z + x$$

$$C = 100z + 10x + y$$

となる. よって, 与えられた条件を方程式に表すと,

$$(各桁の和) = x + y + z = 17$$

$$A + B = (100x + 10y + z) + (100y + 10z + x) = 934$$

$$B + C = (100y + 10z + x) + (100z + 10x + y) = 1348$$

整理して,

$$x + y + z = 17 \cdots \textcircled{1}$$

$$101x + 110y + 11z = 934 \cdots \textcircled{2}$$

$$11x + 101y + 110z = 1348 \cdots \textcircled{3}$$

② - ① $\times 11$ より,

$$90x + 99y = 747$$

$$\therefore 10x + 11y = 83 \cdots \textcircled{4}$$

② $\times 10$ - ③ より,

$$999x + 999y = 7992$$

$$\therefore x + y = 8 \cdots \textcircled{5}$$

④ - ⑤ $\times 10$ より,

$$y = 3$$

$$\therefore x = 5, z = 9$$

これらは問題に適する. したがって, $A = 539$

【5】 CD の延長上に $DG = BF$ となる点 G をとる.

$\triangle ABF$ と $\triangle ADG$ において,
正方形のすべての辺は等しいから,

$$AB = AD \dots \textcircled{1}$$

正方形のすべての角は等しいから,

$$\angle ABF = \angle ADG \dots \textcircled{2}$$

また作図より,

$$BF = DG \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③ より, 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle ABF \equiv \triangle ADG$$

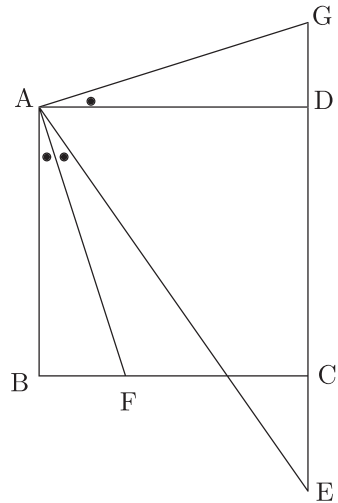
このとき,

$$\begin{aligned} \angle AGE &= \angle AFB && (\triangle ABF \equiv \triangle ADG) \\ &= \angle FAD && (AD \parallel BC \text{ で錯角が等しい}) \\ &= \angle EAD + \angle FAE \\ &= \angle EAD + \angle BAF && (\text{仮定}) \\ &= \angle EAD + \angle DAG && (\triangle ABF \equiv \triangle ADG) \\ &= \angle EAG \end{aligned}$$

よって, 2 つの角が等しいので, $AE = GE$.

これと $GE = DG + DE = BF + DE$ (作図) より,

$$AE = BF + DE \quad (\text{証明終})$$



【6】 $\triangle OBE$ と $\triangle ODF$ において、
 平行四辺形の対角線はそれぞれの中
 点で交わるので
 $OB = OD$

また、
 $\angle EOB = \angle FOD$ (対頂角)
 $\angle OBE = \angle ODF$ (錯角)
 $\therefore \triangle OBE \equiv \triangle ODF$ (1 辺両端角相等)

よって、 $BE = FD$. これと $BC = AD$ (平行四辺形の対辺) より、
 $BC - BE = AD - FD$

$$\therefore EC = AF \dots \textcircled{1}$$

また、 $BE = FD$ と仮定 $BE \parallel FD$ より、1 組の対辺が平行かつ等しいので、 $BEDF$ は
 平行四辺形.

さらに、仮定より対角線が直交しているので、 $BEDF$ はひし形.

ひし形の対角線は内角を 2 等分するので、

$$\angle BEO = \angle DEO \dots \textcircled{2}$$

A を通り ED に平行な直線と EF の延長との交点を I とする. 平行線の錯角は等しい
 ので、

$$\angle AIF = \angle DEO \dots \textcircled{3}$$

平行線の同位角は等しいので

$$\angle AFI = \angle BEO \dots \textcircled{4}$$

②, ③, ④ より

$$\angle AIF = \angle AFI$$

2 つの角が等しいので $AI = AF$. これと ① および仮定より

$$\begin{aligned} AI &= AF \\ &= EC \quad (\textcircled{1} \text{より}) \\ &= EG \quad (\text{仮定}) \end{aligned}$$

これと $AI \parallel EG$ (作図) より、1 組の対辺が平行かつ長さが等しいので $AIGE$ は平行四
 辺形.

平行四辺形の対角線は中点で交わるので、 $AH = HG$ (証明終)

