M3MA

本科１期４月度

解答

Ｚ会東大進学教室

難関大数学Ⅲ

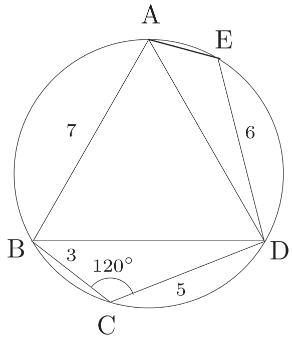
難関大理系数学Ｍ

問題

【1】(1) $\triangle$ BCD に余弦定理を適用して

$$\mathrm{BD}^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos 120^\circ = 49$$

$\therefore$ $\mathbf{BD = 7}$ 　(答)



(2) 4 角形 ABCD は円に内接しているので

$$\angle\mathrm{BAD} = 180^\circ - \angle\mathrm{BCD} = \mathbf{60^\circ}$$ 　(答)

(3) (1) より，$\triangle$ ABD は AB $=$ BD $= 7$ の 2 等辺 3 角形で，また，$\angle$BAD $= 60^\circ$ なので，$\triangle$ ABD は正 3 角形となる．よって

$$\mathrm{AD} = 7,\ \angle\mathrm{AED} = 180^\circ - \angle\mathrm{ABD} = 120^\circ$$

であり，AE $= x$ として，$\triangle$ AED に余弦定理を適用すると

$$7^2 = x^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot x \cos 120^\circ$$

$$x^2 + 6x - 13 = 0$$

$x > 0$ より，求める AE の長さは

$$\mathbf{AE = -3 + \sqrt{22}}$$ 　(答)

【2】(1) 余弦定理より

$$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

ここで，与えられた条件より $\cos C = \dfrac{a}{2b}$ であり，上式に代入して

$$\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{a}{2b} \iff b^2 = c^2 \iff b = c$$

よって，$\boldsymbol{b = c}$ **の 2 等辺 3 角形**である． (答)

(2) △ ABC の外接円の半径を R とすると，正弦定理より

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \qquad \therefore \quad \sin A = \frac{a}{2R},\ \sin B = \frac{b}{2R},\ \sin C = \frac{c}{2R}$$

であり，与えられた条件 $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$ より

$$\left(\frac{a}{2R}\right)^2 = \left(\frac{b}{2R}\right)^2 + \left(\frac{c}{2R}\right)^2$$

$$\iff a^2 = b^2 + c^2$$

よって，$\angle \mathrm{A} = \boldsymbol{90^\circ}$ **の直角 3 角形**である． (答)

(3) 余弦定理より

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

与えられた条件 $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ より

$$b^2 + c^2 - 2bc\cos A = b^2 + c^2 + bc \iff bc(1 + 2\cos A) = 0$$

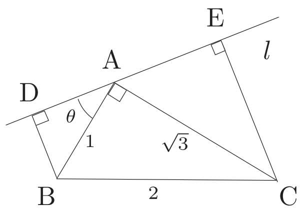
ここで，$b \fallingdotseq 0$ かつ $c \fallingdotseq 0$ より

$$\cos A = -\frac{1}{2}$$

よって，$\angle \mathrm{A} = \boldsymbol{120^\circ}$ **の 3 角形**である． (答)

【3】△ ABC に三平方の定理を用いて，

$\mathrm{BC}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2 = 4 \qquad \therefore\ \mathrm{BC} = 2$



$\angle\mathrm{BAD} = \theta$ とすると，l は頂点 A を通り，頂点 A 以外の△ ABC の辺，頂点と共有点をもたないので

$0^\circ < \theta < 90^\circ$

このとき，△ ADB は $\angle\mathrm{ADB} = 90^\circ$ の直角 3 角形であるから

$\mathrm{AD} = \mathrm{AB}\cos\theta = \cos\theta$

$\mathrm{DB} = \mathrm{AB}\sin\theta = \sin\theta$

また

$\angle\mathrm{CAE} = 180^\circ - \angle\mathrm{CAD} = 90^\circ - \theta$

であり，△ ACE は $\angle\mathrm{AEC} = 90^\circ$ の直角 3 角形であるから

$\mathrm{AE} = \mathrm{AC}\cos(90^\circ - \theta) = \sqrt{3}\sin\theta$

$\mathrm{CE} = \mathrm{AC}\sin(90^\circ - \theta) = \sqrt{3}\cos\theta$

よって，4 角形 BCED の周の長さ L は

$$\begin{aligned} L &= \mathrm{DB} + \mathrm{BC} + \mathrm{CE} + \mathrm{ED} \\ &= \sin\theta + 2 + \sqrt{3}\cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta \\ &= (\sqrt{3}+1)(\sin\theta + \cos\theta) + 2 \\ &= \sqrt{2}(\sqrt{3}+1)\sin(\theta + 45^\circ) + 2 \end{aligned}$$

$45^\circ < \theta + 45^\circ < 135^\circ$ なので，L は

$\theta + 45^\circ = 90^\circ \qquad \therefore\ \theta = 45^\circ$

のとき最大で，その最大値は

$\sqrt{2}(\sqrt{3}+1) + 2 = \boldsymbol{\sqrt{2} + \sqrt{6} + 2}$ 　　(答)

問題

【1】(1) $y=-\dfrac{1}{4}x+1\ \ (0 \leqq x \leqq 4)$ の値域は $0 \leqq y \leqq 1$ である．また

$$y=-\frac{1}{4}x+1 \iff x=-4y+4$$

よって，求める逆関数は

$\boldsymbol{y=-4x+4\ \ (0 \leqq x \leqq 1)}$　　(答)

(2) $y=2^x+1$ を x について解くと

$2^x=y-1$　　$\therefore\ \ x=\log_2(y-1)$

よって，求める逆関数は

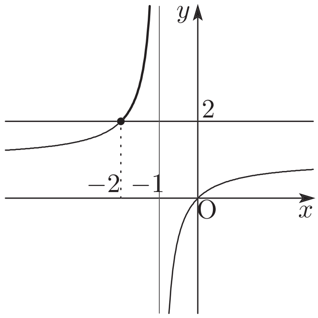
$\boldsymbol{y=\log_2(x-1)}$　　(答)

(3) $f(x)$ の定義域，値域が，それぞれ $g(x)$ の値域，定義域になるから

$\boldsymbol{a=1,\ c=\dfrac{1}{2}}$　　(答)

このとき，$g(5)=1$ すなわち $f(1)=5$ であるから

$5=1+b$　　$\therefore\ \ \boldsymbol{b=4}$　　(答)



(4) (i) $\dfrac{x-2}{2x-3}=x+2$ より

$x-2=2x^2+x-6$　　$\therefore\ \ 2x^2-4=0$

これを解くと

$\boldsymbol{x=\pm\sqrt{2}}$　　(答)

(ii)

$$\frac{x}{x+1}=-\frac{1}{x+1}+1$$

これより，$y=\dfrac{x}{x+1}$ と $y=2$ のグラフの位置関係は上図のようになるから，

$\dfrac{x}{x+1} \geqq 2$ を解くと

$\boldsymbol{-2 \leqq x < -1}$　　(答)

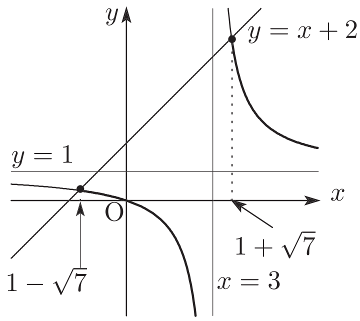
(iii)

$$\frac{x}{x-3}=\frac{3}{x-3}+1$$

これより，$y=\dfrac{x}{x-3}$ と $y=x+2$ のグラフの位置関係は右図のようになるから，

$\dfrac{x}{x-3} \leqq x+2$ を解くと

$\boldsymbol{1-\sqrt{7} \leqq x < 3,\ 1+\sqrt{7} \leqq x}$　　(答)



(5) (i) 両辺を 2 乗すると

$$x+1=x^2-10x+25$$

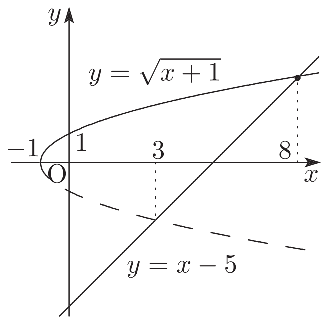
$\therefore\quad x^2-11x+24=0$

よって

$x=3,\ 8$

右図より

$\boldsymbol{x=8}$　　(答)



(ii) 両辺を 2 乗すると

$$1-3x=\frac{1}{4}x^2-x+1$$

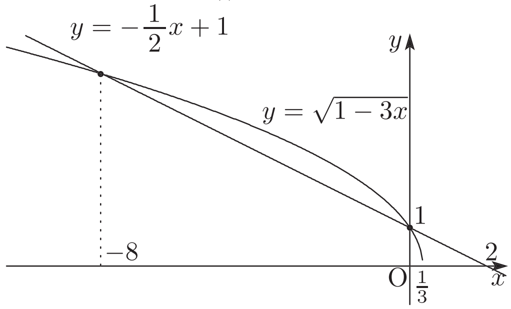
$\therefore\quad x^2+8x=0$

よって

$x=0,\ -8$

右図より

$\boldsymbol{x=0,\ -8}$　　(答)



(iii) (i) の図より，

不等式 $\sqrt{x+1}\geqq x-5$ を解くと

$\boldsymbol{-1\leqq x\leqq 8}$　　(答)

(iv) (ii) の図より，不等式 $\sqrt{1-3x}\leqq -\frac{1}{2}x+1$ を解くと

$\boldsymbol{x\leqq -8,\ 0\leqq x\leqq \frac{1}{3}}$　　(答)

【2】(1) $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ と $y=x+k$ が接するときの k の値を求める．2 式より y を消去すると，$x \fallingdotseq 1$ のもとで

$\dfrac{2x-3}{x-1}=x+k$

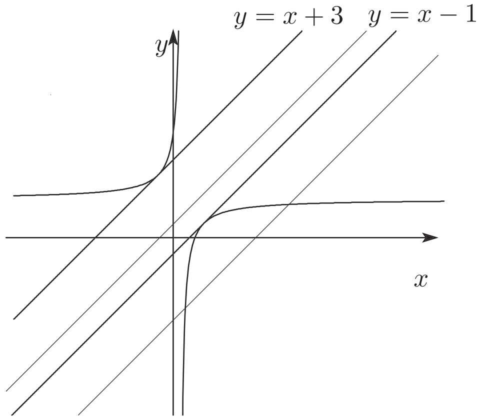
$\therefore \quad x^2+(k-3)x-k+3=0 \ \cdots(*)$

2 次方程式 $(*)$ の判別式を D とすると

$D=(k-3)^2-4(-k+3)=0$

$\therefore \quad k=-1,\ 3$

また，$y=\dfrac{2x-3}{x-1}=2-\dfrac{1}{x-1}$ となるので，右図より



$k<-1$，$3<k$ のとき，2 個

$k=-1$，3 のとき，1 個

$-1<k<3$ のとき，0 個

となる．　　(答)

(2) $y=\sqrt{3x-2}$ と $y=kx$ が接するときの k の値を求める．2 式より y を消去すると，$3x-2 \geqq 0$，$kx \geqq 0$ のもとで

$kx=\sqrt{3x-2}$

$k^2x^2-3x+2=0 \ \cdots(*)$

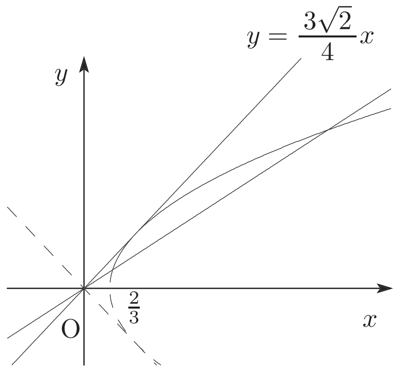
$k=0$ のとき，2 つのグラフは点 $\left(\dfrac{2}{3},\ 0\right)$ で共有点をもつ．

$k^2 \fallingdotseq 0$ すなわち $k \fallingdotseq 0$ のとき，2 次方程式 $(*)$ の判別式を D とすると

$D=(-3)^2-8k^2=0$

$\therefore \quad k=\pm\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

接するときは $k>0$ であることに注意して，右図より



$k<0$，$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}<k$ のとき，0 個

$k=0$，$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$ のとき，1 個

$0<k<\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$ のとき，2 個

となる．　　(答)

【3】(1) 分母・分子を n で割ると

$$\frac{2n+1}{3n-2}=\frac{2+\dfrac{1}{n}}{3-\dfrac{2}{n}}\longrightarrow \boldsymbol{\frac{2}{3}} \qquad \text{(答)}$$

(2) 分母・分子を n で割ると

$$\frac{n+3}{2n^2-3}=\frac{1+\dfrac{3}{n}}{2n-\dfrac{3}{n}}\longrightarrow \mathbf{0} \qquad \text{(答)}$$

(3) 分母・分子を n^2 で割ると

$$\frac{2n^2-3n+5}{7n^2+n+1}=\frac{2-\dfrac{3}{n}+\dfrac{5}{n^2}}{7+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}}\longrightarrow \boldsymbol{\frac{2}{7}} \qquad \text{(答)}$$

(4) 分母・分子を n^2 で割ると

$$\frac{n^2-3n+2}{2(n-1)(n+4)}=\frac{1-\dfrac{3}{n}+\dfrac{2}{n^2}}{2\left(1-\dfrac{1}{n}\right)\left(1+\dfrac{4}{n}\right)}\longrightarrow \boldsymbol{\frac{1}{2}} \qquad \text{(答)}$$

(5) 分母・分子に $\sqrt{n^2+3}+n$ をかけて

$$\frac{3}{\sqrt{n^2+3}-n}=\frac{3(\sqrt{n^2+3}+n)}{n^2+3-n^2}=\sqrt{n^2+3}+n\longrightarrow \boldsymbol{\infty} \qquad \text{(答)}$$

(6) 分母・分子に $\sqrt{4+\dfrac{1}{n}}+2$ をかけて

$$n\left(\sqrt{4+\frac{1}{n}}-2\right)=n\cdot\frac{\left(\sqrt{4+\dfrac{1}{n}}\right)^2-2^2}{\sqrt{4+\dfrac{1}{n}}+2}$$

$$=\frac{n\cdot\dfrac{1}{n}}{\sqrt{4+\dfrac{1}{n}}+2}\longrightarrow \boldsymbol{\frac{1}{4}} \qquad \text{(答)}$$

【4】(1) (i) 与式を整理して

$$\frac{3^{n+1}-2^{n+1}}{3^n}=3-2\left(\frac{2}{3}\right)^n \longrightarrow \mathbf{3} \qquad (答)$$

(ii) 分母・分子を 3^n で割ると

$$\frac{4\cdot 3^n-1}{3^n+2}=\frac{4-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1+2\left(\frac{1}{3}\right)^n} \longrightarrow \mathbf{4} \qquad (答)$$

(2) (i) $\boldsymbol{0<r<1}$ のとき，$\lim_{n\to\infty} r^n=0$ なので

$$\frac{r^{n+1}-1}{r^n+1} \longrightarrow \mathbf{-1} \qquad (答)$$

$\boldsymbol{r=1}$ のとき

$$\frac{r^{n+1}-1}{r^n+1}=\frac{1-1}{1+1}=\mathbf{0} \qquad (答)$$

$\boldsymbol{r>1}$ のとき，$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{r^n}=0$ なので，分子・分母を r^n で割ると

$$\frac{r^{n+1}-1}{r^n+1}=\frac{r-\frac{1}{r^n}}{1+\frac{1}{r^n}} \longrightarrow \boldsymbol{r} \qquad (答)$$

(ii) $\boldsymbol{0<r<3}$ のとき，$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{r}{3}\right)^n=0$ なので，分子・分母を 3^n で割ると

$$\frac{r^{n-1}-3^{n+1}}{r^n+3^{n-1}}=\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{r}{3}\right)^{n-1}-3}{\left(\frac{r}{3}\right)^n+\frac{1}{3}} \longrightarrow \mathbf{-9} \qquad (答)$$

$\boldsymbol{r=3}$ のとき

$$\frac{r^{n-1}-3^{n+1}}{r^n+3^{n-1}}=\frac{3^{n-1}-3^{n+1}}{3^n+3^{n-1}}=-\frac{8\cdot 3^{n-1}}{4\cdot 3^{n-1}}=\mathbf{-2} \qquad (答)$$

$\boldsymbol{r>3}$ のとき，$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3}{r}\right)^n=0$ なので，分子・分母を r^{n-1} で割ると

$$\frac{r^{n-1}-3^{n+1}}{r^n+3^{n-1}}=\frac{1-9\left(\frac{3}{r}\right)^{n-1}}{r+\left(\frac{3}{r}\right)^{n-1}} \longrightarrow \boldsymbol{\frac{1}{r}} \qquad (答)$$

問題

【1】(1) $a^x = A$ とおくと，与えられた不等式は

$$\frac{1}{a}A^2 - 8aA - \frac{1}{a^2}A + 8 < 0 \iff \left(\frac{1}{a}A - 8a\right)A - \frac{1}{a}\left(\frac{1}{a}A - 8a\right) < 0$$

$$\iff \frac{1}{a}\left(A - 8a^2\right)\left(A - \frac{1}{a}\right) < 0$$

$0 < a < \frac{1}{2}$ より

$$(2a)^2 < (2a)^{-1} \qquad \therefore \quad 8a^2 < \frac{1}{a}$$

であるから，①を解くと

$$8a^2 < A < \frac{1}{a} \qquad \therefore \quad 8a^2 < a^x < a^{-1}$$

ここで，底を a とする対数をとると $0 < a < \frac{1}{2}$ より

$\boldsymbol{-1 < x < \log_a 8 + 2}$　　(答)

(2) 真数条件より

$5x + 4 > 0$ かつ $x + 3 > 0$ かつ $x - 4 > 0$

$\therefore \quad x > 4$

このもとで，与えられた不等式において対数の底を 2 に統一すると

$$2 \cdot \frac{\log_2(5x+4)}{\log_2 4} + \frac{\log_2(x+3)}{\log_2 \frac{1}{2}} \geqq \log_2(x-4)$$

$$\iff \log_2(5x+4) - \log_2(x+3) \geqq \log_2(x-4)$$

$$\iff \log_2(5x+4) \geqq \log_2(x+3)(x-4)$$

よって，底が $2 > 1$ なので

$$5x + 4 \geqq (x+3)(x-4)$$

$$x^2 - 6x - 16 \leqq 0$$

$$(x+2)(x-8) \leqq 0$$

$x > 4$ のもとで解くと

$\boldsymbol{4 < x \leqq 8}$　　(答)

【2】(1) 真数条件より

$x>0$

のもとで考える．ここで

$$
\begin{aligned}
g(x)-f(x) &= \log_2 4-\log_2 x^3-1-(\log_2 x)^2+\log_2 x^4+5\\
&= -(\log_2 x)^2+\log_2 x+6\\
&= -(\log_2 x-3)(\log_2 x+2)
\end{aligned}
$$

よって，$f(x)\leqq g(x)$ すなわち $g(x)-f(x)\geqq 0$ より

$-(\log_2 x-3)(\log_2 x+2)\geqq 0$

$-2\leqq \log_2 x\leqq 3$ ……①

$\boldsymbol{\dfrac{1}{4}\leqq x\leqq 8}$　　(答)

次に

$$
\begin{aligned}
f(x)+g(x) &= (\log_2 x)^2-4\log_2 x-5+2-3\log_2 x-1\\
&= (\log_2 x)^2-7\log_2 x-4\\
&= \left(\log_2 x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{65}{4}
\end{aligned}
$$

よって，①より，$f(x)+g(x)$ は $\log_2 x=3$ のとき最小で，その最小値は

$\boldsymbol{-16}$　　(答)

また，$f(x)+g(x)$ は $\log_2 x=-2$ のとき最大で，その最大値は

$\boldsymbol{14}$　　(答)

である．

(2) $\log_{\frac{1}{2}} x=X,\ \log_{\frac{1}{2}} y=Y$ とおくと底 $\dfrac{1}{2}$ は 1 より小さいので

$X+Y=X^2+Y^2,\ X>0,\ Y>0$

$\left(X-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(Y-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{2},\ X>0,\ Y>0$ ……①

をみたし，いま，$\log_{\frac{1}{2}} xy=k$ とおくと

$X+Y=k$ ……②

となる．よって，①は XY 平面上の $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ を中心とする半径 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の円の $X>0,\ Y>0$ の部分であり，①，②を同時にみたす $X,\ Y$ が存在する，すなわち，①と②が共有点をもてばよいので，次ページ図より，①と②が接するとき k の値は最大となる．よって円 $\left(X-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(Y-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{2}$ と直線 $X+Y-k=0$ が接するとき

$$
\frac{\left|\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-k\right|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\qquad \therefore\ \ |1-k|=1 \text{ すなわち } k=0,\ 2
$$

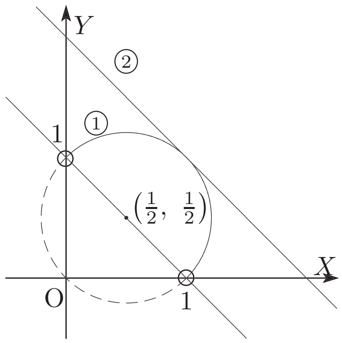
$X > 0,\ Y > 0$ の部分と接するのは $k = 2$ のときである．

また，②が $(1, 0)$，$(0, 1)$ を通るときの k の値は

$k = 1$

よって，$1 < k \leqq 2$ の範囲でくまなく変化させるとき，①と②は必ず共有点をもつので，k のとりうる値の範囲は

$1 < k \leqq 2$



よって，xy のとり得る値の範囲は

$\boldsymbol{\frac{1}{4} \leqq xy < \frac{1}{2}}$　　(答)

(3) $xy = 100$ より $x > 0,\ y > 0$ なので $\log_{10} x = X,\ \log_{10} y = Y$ とおけて

$\log_{10} xy = \log_{10} 100$　　$\therefore\ \ X + Y = 2$

$Y = 2 - X$ なので

$$(\log_{10} x)^3 + (\log_{10} y)^3 = X^3 + (2 - X)^3$$
$$= 6X^2 - 12X + 8 = 6(X-1)^2 + 2$$

よって，$(\log_{10} x)^3 + (\log_{10} y)^3$ は $X = 1$ のとき最小で，その最小値は

2　　(答)

【3】(1) $a^x = b^y = \dfrac{b}{a}$ より $a^x = \dfrac{b}{a}$, $b^y = \dfrac{b}{a}$ なので

$$\log_a a^x = \log_a \frac{b}{a},\ \log_b b^y = \log_b \frac{b}{a}$$

$\therefore\quad x = \log_a b - 1,\ y = 1 - \log_b a$

よって

$$\begin{aligned}(1+x)(1-y) &= (\log_a b)(\log_b a)\\ &= \log_a b \cdot \frac{1}{\log_a b} = \mathbf{1} \qquad (\text{答})\end{aligned}$$

(2) (1) より

$$\begin{aligned}(1-x^2)(1-y^2) &= (1+x)(1-x)(1+y)(1-y) = (1-x)(1+y)\\ &= (2-\log_a b)(2-\log_b a)\\ &= 4 - 2\log_a b - 2\log_b a + (\log_a b)(\log_b a)\\ &= 5 - 2(\log_a b + \log_b a)\end{aligned}$$

ここで，$a > 1$, $b > 1$ より $\log_a b > 0$, $\log_b a > 0$ なので相加・相乗平均の関係より

$$\log_a b + \log_b a \geqq 2\sqrt{(\log_a b)(\log_b a)}$$

$\therefore\quad \log_a b + \log_b a \geqq 2$

すなわち

$$(1-x^2)(1-y^2) \leqq 5 - 2\cdot 2 = 1$$

等号は

$$\log_a b = \log_b a \iff \log_a b = \frac{1}{\log_a b} \iff (\log_a b)^2 = 1$$

$\log_a b > 0$ より

$\log_a b = 1 \qquad \therefore\quad a = b$

のとき，確かに成立する．よって，$(1-x^2)(1-y^2)$ の最大値は

1　(答)

である．

２章－２　数列の極限（２）

問題

【1】(1) (i) 分子を整理すると

$$（分子）= \sum_{k=1}^{n} 2k = 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$$

であるから

$$\frac{2+4+6+\cdots+2n}{n^2} = \frac{n(n+1)}{n^2} = 1 + \frac{1}{n}$$

$$\longrightarrow \mathbf{1} \qquad (答)$$

(ii) 分母を整理すると

$$（分母）= \sum_{k=1}^{n} (2k)^2 = \frac{2}{3}n(n+1)(2n+1)$$

であるから

$$\frac{n^3}{2^2+4^2+\cdots+(2n)^2} = \frac{n^3}{\frac{2}{3}n(n+1)(2n+1)}$$

$$= \frac{1}{\frac{2}{3}\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(2+\frac{1}{n}\right)} \longrightarrow \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} \qquad (答)$$

(2) (i) $-1 \leqq \cos n \leqq 1$ が成立するので

$$-\frac{1}{n^2} \leqq \frac{\cos n}{n^2} \leqq \frac{1}{n^2}$$

よって，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2} = 0$ であるから，はさみうちの原理より

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\cos n}{n^2} = \mathbf{0} \qquad (答)$$

(ii) $10^n\pi - 1 < [10^n\pi] \leqq 10^n\pi$ が成立するので

$$10^n\pi - 1 < [10^n\pi] \leqq 10^n\pi$$

$$\iff \frac{10^n\pi - 1}{10^n} < \frac{[10^n\pi]}{10^n} \leqq \frac{10^n\pi}{10^n}$$

$$\iff \pi - \frac{1}{10^n} < \frac{[10^n\pi]}{10^n} \leqq \pi$$

よって $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\pi - \frac{1}{10^n}\right) = \pi$ であるから，はさみうちの原理より

$$\lim_{n\to\infty} \frac{[10^n\pi]}{10^n} = \boldsymbol{\pi} \qquad (答)$$

【2】(1)

$$\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+an+2}-\sqrt{n^2+2n+3})$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(n^2+an+2)-(n^2+2n+3)}{\sqrt{n^2+an+2}+\sqrt{n^2+2n+3}}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(a-2)-\dfrac{1}{n}}{\sqrt{1+\dfrac{a}{n}+\dfrac{2}{n^2}}+\sqrt{1+\dfrac{2}{n}+\dfrac{3}{n^2}}}$$
$$=\frac{a-2}{2}$$

よって，極限値が 3 であるから

$$\frac{a-2}{2}=3 \qquad \therefore\quad \boldsymbol{a=8} \qquad \text{(答)}$$

(2)

$$\lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+an+b}-n-\frac{a}{2}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{n\left\{n^2+an+b-\left(n+\dfrac{a}{2}\right)^2\right\}}{\sqrt{n^2+an+b}+n+\dfrac{a}{2}}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{b-\dfrac{a^2}{4}}{\sqrt{1+\dfrac{a}{n}+\dfrac{b}{n^2}}+1+\dfrac{a}{2n}}$$
$$=\boldsymbol{\frac{b}{2}-\frac{a^2}{8}} \qquad \text{(答)}$$

【3】(1) 数列 $\{a_n\}$ が等差数列となるための必要十分条件は，すべての自然数 n に対して

$a_{n+1}-a_n=d$ (d は定数)

が成り立つことである．よって，与えられた漸化式 $a_{n+1}=(3p-1)a_n-1$ より

$(3p-1)a_n-a_n-1=d$

$\therefore\quad (3p-2)(n-1)d-1=d$

上式が n についての恒等式なので

$$3p-2=0 \qquad \therefore\quad \boldsymbol{p=\frac{2}{3}} \qquad \text{(答)}$$

(2) $p=\dfrac{2}{3}$ のとき収束しないので，$p\fallingdotseq\dfrac{2}{3}$ のもとで考える．

このとき，与えられた漸化式は

$$a_{n+1}-\frac{1}{3p-2}=(3p-1)\left(a_n-\frac{1}{3p-2}\right)$$

と変形できるので

$$a_n=(3p-1)^{n-1}\left(a_1-\frac{1}{3p-2}\right)+\frac{1}{3p-2}=\frac{1}{3p-2}\{1-(3p-1)^{n-1}\}$$

この数列が収束するための必要十分条件は

$$p\fallingdotseq\frac{2}{3} \text{ かつ } -1<3p-1\leqq 1$$

であるから

$$\boldsymbol{0<p<\frac{2}{3}} \qquad \text{(答)}$$

このとき

$$\lim_{n\to\infty}a_n=\boldsymbol{\frac{1}{3p-2}} \qquad \text{(答)}$$

【4】(1) $k=0$ のとき

$$a_1=\sqrt{a},\quad a_n=\sqrt{a_{n-1}}$$

底を a とする対数をとって（以下底を省略）

$$\log a_n=\frac{1}{2}\log a_{n-1}$$

よって，数列 $\{\log a_n\}$ は初項 $\log a_1=\frac{1}{2}$，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列であるから

$$\log a_n=\frac{1}{2^n}\qquad\therefore\quad a_n=a^{\frac{1}{2^n}}$$

したがって

$$\lim_{n\to\infty}a_n=a^0=\mathbf{1}\qquad\text{(答)}$$

(2) $0<a<4$ のとき

$$2<a_n<4$$

が成り立つことを数学的帰納法により示す.

(I) $n=1$ のとき，$a_1=2+\sqrt{a}$ より

$$2<a_1<4$$

(II) $n=i$ のときの成立，すなわち $2<a_i<4$ が成り立つと仮定すると $a_{n+1}=2+\sqrt{a_n}$ より

$$2<2+\sqrt{a_i}<4\qquad\therefore\quad 2<a_{i+1}<4$$

をみたすので，$n=i+1$ のときも成立する.

(I)(II) より，$2<a_n<4$ であることが示された.

よって

$$4-a_n=2-\sqrt{a_{n-1}}=\frac{(2+\sqrt{a_{n-1}})(2-\sqrt{a_{n-1}})}{2+\sqrt{a_{n-1}}}$$

$$=\frac{4-a_{n-1}}{2+\sqrt{a_{n-1}}}<\frac{4-a_{n-1}}{2}\quad(\because\quad a_{n-1}<4,\ \sqrt{a_{n-1}}>0\text{ より})$$

が成立する. （証終）

次に，この不等式を繰り返し用いると

$$0<4-a_n<\frac{4-a_{n-1}}{2}<\frac{4-a_{n-2}}{2^2}<\cdots<\frac{4-a_1}{2^{n-1}}$$

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{4-a_1}{2^{n-1}}=0$ であるから，はさみうちの原理より

$$\lim_{n\to\infty}(4-a_n)=0\qquad\therefore\quad\lim_{n\to\infty}a_n=\mathbf{4}\qquad\text{(答)}$$

(3) $a\geqq 4$ のとき

$$a_n\geqq 4$$

が成り立つことを数学的帰納法により示す.

(I) $n=1$ のとき，$a_1=2+\sqrt{a}$ より

$$a_1\geqq 4$$

(II) $n=i$ のときの成立，すなわち $a_i\geqq 4$ が成り立つと仮定すると，$a_{n+1}=2+\sqrt{a_n}$ より

$$a_{i+1}\geqq 2+2=4$$

となり，$n=i+1$ のときも成立する.

(I)(II) より，$a_n\geqq 4$ であることが示された.

よって

$$a_n-4=\sqrt{a_{n-1}}-2=\frac{(\sqrt{a_{n-1}}-2)(\sqrt{a_{n-1}}+2)}{\sqrt{a_{n-1}}+2}$$

$$=\frac{a_{n-1}-4}{\sqrt{a_{n-1}}+2}\leqq\frac{a_{n-1}-4}{4}\quad(\because\quad a_{n-1}-4\geqq 0,\ \sqrt{a_{n-1}}\geqq 2\text{ より})$$

が成立する．（証終）

この不等式を繰り返し用いると

$$0\leqq a_n-4\leqq\frac{a_{n-1}-4}{4}\leqq\frac{a_{n-2}-4}{4^2}\leqq\cdots\leqq\frac{a_1-4}{4^{n-1}}$$

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_1-4}{4^{n-1}}=0$ であるから，はさみうちの原理より

$$\lim_{n\to\infty}(a_n-4)=0\qquad\therefore\quad\lim_{n\to\infty}a_n=\mathbf{4}\qquad(\text{答})$$

添削課題

【1】(1)　(i)

$$(\text{分子})=2\cdot\frac{1-3^{n+1}}{1-3}=3^{n+1}-1$$

よって

$$\frac{2+6+18+\cdots+2\cdot 3^n}{3^n}=\frac{3^{n+1}-1}{3^n}=3-\frac{1}{3^n}\to \mathbf{3}\quad\textbf{(答)}$$

(ii)

$$(\text{分母})=\sum_{k=1}^{n}k^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

よって

$$\frac{n^4}{1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3}=\frac{n^4}{\frac{n^2(n+1)^2}{4}}=4\cdot\frac{1^4}{1^2\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}\to \mathbf{4}\quad\textbf{(答)}$$

(2)

(i) $-1\leqq \sin n\leqq 1$ より

$$-\frac{1}{n}\leqq\frac{\sin n}{n}\leqq\frac{1}{n}$$

ここで，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$ であるので，はさみうちの原理より

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sin n}{n}=\mathbf{0}\qquad\textbf{(答)}$$

(ii) $\sqrt{3}n^2-1<[\sqrt{3}n^2]\leqq\sqrt{3}n^2$ より

$$\frac{\sqrt{3}n^2-1}{n^2}<\frac{[\sqrt{3}n^2]}{n^2}\leqq\frac{\sqrt{3}n^2}{n^2}$$

$$\Longleftrightarrow\sqrt{3}-\frac{1}{n^2}<\frac{[\sqrt{3}n^2]}{n^2}\leqq\sqrt{3}$$

ここで，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{3}-\frac{1}{n^2}\right)=\sqrt{3}$ であるので，はさみうちの原理より

$$\lim_{n\to\infty}\frac{[\sqrt{3}n^2]}{n^2}=\boldsymbol{\sqrt{3}}\qquad\textbf{(答)}$$

【2】まず, 真数条件よりすべての実数 x に対して

$$\begin{cases}ax^2+2x+2>0 & \cdots①\\ x^2+5x+7>0 & \cdots②\end{cases}$$

が成り立たなければならない. すると, ①において $a>0$ より，$ax^2+2x+2=0$ の判別式 D について

$$\frac{D}{4}=1^2-2a<0\qquad\therefore\quad a>\frac{1}{2}\quad\cdots③$$

また, ②については

$$x^2+5x+7=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$$

より, つねに成り立つ.

次に, 与えられた不等式は $x=0$ のときにも成り立つので

$$\log_a 2>\log_a 2+\log_a 7\qquad\therefore\quad\log_a 7<0$$

これより, $0 < a < 1$ でなければならないから, ③とあわせて

$$\frac{1}{2} < a < 1 \quad \cdots ④$$

このもとで

$$\log_a(ax^2+2x+2) > \log_a 2 + \log_a(x^2+5x+7)$$

$$\iff \log_a(ax^2+2x+2) > \log_a 2(x^2+5x+7)$$

$$\iff ax^2+2x+2 < 2(x^2+5x+7)$$

$$\iff (2-a)x^2+8x+12 > 0$$

これが任意の実数 x に対して成り立つ．よって, ④より $2-a>0$ なので，$(2-a)x^2+8x+12=0$ の判別式 D' について

$$\frac{D'}{4} = 4^2-12(2-a) = 12a-8 < 0 \qquad \therefore \quad a < \frac{2}{3}$$

④と合わせて, 求める a の値の範囲は

$$\boldsymbol{\frac{1}{2} < a < \frac{2}{3}} \qquad \text{(答)}$$

３章－１　数列（１）

問題

【1】(1) 数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると

a_n ： 5, 11, 21, 35, 53, $\cdots$

b_n ： 6, 10, 14, 18, $\cdots$

$\{b_n\}$ は初項 6，公差 4 の等差数列であるから

$b_n = 6 + 4(n-1) = 4n + 2$

したがって，$n \geqq 2$ のとき

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1}(4k+2) \\ &= 5 + 4 \cdot \frac{(n-1)n}{2} + 2(n-1) \\ &= \boldsymbol{2n^2+3} \quad \text{(答)} \end{aligned}$$

であり，$n = 1$ のときも成立する．

(2) 初項から第 n 項までの和 S_n は

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n}(2k^2+3) \\ &= 2 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 3n \\ &= \boldsymbol{\frac{n(2n^2+3n+10)}{3}} \quad \text{(答)} \end{aligned}$$

【2】(1) 与えられた等式の右辺は

$$(\text{右辺}) = \frac{a}{n(n+1)} + \frac{2b}{(n+1)(n+3)} = \frac{a(n+3)+2bn}{n(n+1)(n+3)} = \frac{(a+2b)n+3a}{n(n+1)(n+3)}$$

と変形できるので，与式がすべての n について成立するためには

$a + 2b = 0,\ 3a = 1$

$$\therefore\ \boldsymbol{a = \frac{1}{3},\ b = -\frac{1}{6}} \quad \text{(答)}$$

(2) (1) より

$$\begin{aligned} S(n) &= \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+3)} \\ &= \sum_{k=1}^{n} \left\{ \frac{1}{3}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) - \frac{1}{6}\left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+3}\right) \right\} \\ &= \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) - \frac{1}{6}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+3}\right) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) &= \left(\frac{1}{1} - \cancel{\frac{1}{2}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}}\right) + \cdots + \left(\cancel{\frac{1}{n}} - \frac{1}{n+1}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{n+1} \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+3}\right)=\left(\frac{1}{2}-\cancel{\frac{1}{4}}\right)+\left(\frac{1}{3}-\cancel{\frac{1}{5}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{4}}-\cancel{\frac{1}{6}}\right)+\cdots$$
$$+\left(\cancel{\frac{1}{n-1}}-\cancel{\frac{1}{n+1}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{n}}-\frac{1}{n+2}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{n+1}}-\frac{1}{n+3}\right)$$
$$=\frac{5}{6}-\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+3}$$

であるから

$$S(n)=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)-\frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+3}\right)$$
$$=\boldsymbol{\frac{7}{36}-\frac{1}{3(n+1)}+\frac{1}{6(n+2)}+\frac{1}{6(n+3)}} \qquad \text{(答)}$$

(3) (2) より

$$S(10)=\frac{7}{36}-\frac{1}{3\cdot 11}+\frac{1}{6\cdot 12}+\frac{1}{6\cdot 13}$$
$$=\frac{23}{104}-\frac{1}{33}=\boldsymbol{\frac{655}{3432}} \qquad \text{(答)}$$

【3】 求める和を S_n とすると

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)2^{k-1}=\sum_{k=1}^{n}(k\cdot 2^k-2^{k-1})$$
$$=\sum_{k=1}^{n}k\cdot 2^k-\sum_{k=1}^{n}2^{k-1}$$

であり，$T_n=\sum\limits_{k=1}^{n}k\cdot 2^k$ とおくと

$$\begin{array}{rllllll} T_n= & 1\cdot 2 & +2\cdot 2^2 & +3\cdot 2^3 & +\cdots & +n\cdot 2^n & \\ 2T_n= & & 1\cdot 2^2 & +2\cdot 2^3 & +\cdots & +(n-1)2^n & +n\cdot 2^{n+1} \end{array}$$

よって，2 式の差をとると

$$T_n-2T_n=2+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\cdot 2^{n+1}$$
$$=2\cdot\frac{1-2^n}{1-2}-n\cdot 2^{n+1}$$
$$=2^{n+1}-2-n\cdot 2^{n+1}$$

であるから

$$T_n=n\cdot 2^{n+1}-2^{n+1}+2$$

一方，$\sum\limits_{k=1}^{n}2^{k-1}$ は初項 1，公比 2 の等比数列の初項から第 n 項までの和なので，求める和 S_n は

$$S_n=n\cdot 2^{n+1}-2^{n+1}+2-1\cdot\frac{1-2^n}{1-2}$$
$$=n\cdot 2^{n+1}-2^{n+1}+2-(2^n-1)$$
$$=\boldsymbol{(2n-3)\cdot 2^n+3} \qquad \text{(答)}$$

問題

【1】以下第 n 部分和を S_n とする.

(1) $S_n = \left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{3}{5}\right) + \left(\dfrac{3}{5} - \dfrac{5}{7}\right) + \cdots + \left(\dfrac{2n-1}{2n+1} - \dfrac{2n+1}{2n+3}\right) = \dfrac{1}{3} - \dfrac{2n+1}{2n+3}$ より

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$$

よって，与えられた無限級数は $\boldsymbol{-\dfrac{2}{3}}$ **に収束する**.　(答)

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ であるから

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} \\ &= (\sqrt{2}-\sqrt{1}) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \cdots + (\sqrt{n+1}-\sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1 \end{aligned}$$

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty} S_n = \infty$$

よって，与えられた無限級数は $\boldsymbol{\infty}$ **に発散する**.　(答)

(3) $3+5+7+\cdots+(2n+1) = \dfrac{(3+2n+1)n}{2} = n(n+2)$ より

$$\frac{1}{3+5+7+\cdots+(2n+1)} = \frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)$$

であるから

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{3} + \frac{1}{3+5} + \frac{1}{3+5+7} + \cdots + \frac{1}{3+5+7+\cdots+(2n+1)} \\ &= \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right\} \\ &= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) \end{aligned}$$

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$$

よって，与えられた無限級数は $\boldsymbol{\dfrac{3}{4}}$ **に収束する**.　(答)

(4) n の偶奇で場合を分けて考えると，m を正の整数として

$$S_{2m} = \cos\pi + \cos 2\pi + \cos 3\pi + \cdots + \cos 2m\pi = 0$$

$$S_{2m-1} = \cos\pi + \cos 2\pi + \cos 3\pi + \cdots + \cos(2m-2)\pi + \cos(2m-1)\pi = -1$$

であるから，与えられた無限級数は**発散する**.　(答)

(5) 第 n 項について

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1 \fallingdotseq 0$$

であるから，与えられた無限級数は**発散する**.　(答)

【2】(1) 初項 4，公比 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ の無限等比級数は**収束し**，和は

$$\frac{4}{1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}} = \mathbf{4(2+\sqrt{2})} \qquad \text{(答)}$$

(2) 初項 $0.3=\dfrac{3}{10}$，公比 $0.8=\dfrac{4}{5}$ の無限等比級数なので，**収束し**，和は

$$\frac{\dfrac{3}{10}}{1-\dfrac{4}{5}} = \mathbf{\frac{3}{2}} \qquad \text{(答)}$$

(3) 第 n 項は

$$\frac{2^{n+1}+3^n}{6^{n-1}} = \frac{4}{3^{n-1}} + \frac{3}{2^{n-1}}$$

であり，無限等比級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{3^{n-1}}$，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{2^{n-1}}$ は収束し，それぞれ和は

$$\frac{4}{1-\dfrac{1}{3}} = 6,\quad \frac{3}{1-\dfrac{1}{2}} = 6$$

であるから，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}+3^n}{6^{n-1}}$ は**収束し**，和は

$$6+6=\mathbf{12} \qquad \text{(答)}$$

(4) 与式は

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\cos n\pi = -\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\cdots$$

であるから，この無限級数は初項 $-\dfrac{1}{2}$，公比 $-\dfrac{1}{2}$ の無限等比級数であるから**収束し**，その和は

$$\frac{-\dfrac{1}{2}}{1+\dfrac{1}{2}} = -\mathbf{\frac{1}{3}} \qquad \text{(答)}$$

【3】(1) $S_m=\displaystyle\sum_{n=1}^{m} a^n \sin\frac{n\pi}{2}$ とおく．

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a^n\sin\frac{n\pi}{2}$ が収束することは S_{4m} が収束し，かつ S_{4m}，S_{4m+1}，S_{4m+2}，S_{4m+3} が同じ値に収束することと同値である．

ここで

$$S_{4m+1}=S_{4m}+a^{4m+1},\ S_{4m+2}=S_{4m+1}=S_{4m}+a^{4m+1},$$

$$S_{4m+3}=S_{4m+2}-a^{4m+3}=S_{4m}+a^{4m+1}-a^{4m+3}$$

であり，S_{4m}，S_{4m+1}，S_{4m+2}，S_{4m+3} が同じ値に収束するためには

$$-1<a<1$$

が必要であり，$a \fallingdotseq \pm 1$ のもとで

$$S_{4m}=(a-a^3)+(a^5-a^7)+\cdots\cdots+(a^{4m-3}-a^{4m-1})=(a-a^3)\frac{1-a^{4m}}{1-a^4}$$

と変形でき，これは $-1<a<1$ のとき収束する．

一方，$|a| \geqq 1$ のとき，数列 $\left\{a^n\sin\dfrac{n\pi}{2}\right\}$ は収束しないので，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a^n\sin\frac{n\pi}{2}$ は発

散する．以上より

$$\begin{cases} \boldsymbol{-1 < a < 1}\text{のとき，収束} \\ \boldsymbol{a \leqq -1,\ a \geqq 1}\text{のとき，発散} \end{cases} \qquad \text{(答)}$$

(2) (1) より

$$\lim_{m\to\infty}(a-a^3)\frac{1-a^{4m}}{1-a^4} = \boldsymbol{\frac{a}{1+a^2}} \qquad \text{(答)}$$

【4】(1) $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1} = \mathrm{OP}_{n+1}$ である．よって△ $\mathrm{OP}_1\mathrm{P}_2$ と △ $\mathrm{OP}_n\mathrm{P}_{n+1}$ は相似な図形であり

$$\mathrm{OP}_{n+1}\cos\theta = \frac{1}{2}\mathrm{OP}_n$$

よって

$$\mathrm{OP}_{n+1} = \frac{1}{2\cos\theta}\mathrm{OP}_n$$

ゆえに

$$\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1} = \mathrm{OP}_{n+1} = \left(\frac{1}{2\cos\theta}\right)^n \mathrm{OP}_1 = \boldsymbol{\left(\frac{1}{2\cos\theta}\right)^n} \qquad \text{(答)}$$

(2) $\angle\mathrm{O} = \angle\mathrm{P}_1 = \theta$ より

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \qquad \therefore\quad \cos\theta > 0$$

ゆえに，無限級数 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2+\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3+\cdots+\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}+\cdots$ が収束するための条件は

$$0 < \frac{1}{2\cos\theta} < 1 \Longleftrightarrow \cos\theta > \frac{1}{2}$$

すなわち

$$\boldsymbol{0 < \theta < \frac{\pi}{3}} \qquad \text{(答)}$$

このとき，無限級数の和は

$$\frac{\dfrac{1}{2\cos\theta}}{1-\dfrac{1}{2\cos\theta}} = \boldsymbol{\frac{1}{2\cos\theta - 1}} \qquad \text{(答)}$$

M3MA

難関大数学Ⅲ

難関大理系数学 M

Z-KAI

会員番号		氏　名	

不許複製