2MJSS/2MJS/2MJ

本科 1 期 4 月度

解答

Ｚ会東大進学教室

中２選抜東大・医学部数学

中２数学

中２東大数学

問題

【1】(1)

x（g）	0	10	20	30	40	50
y（cm）	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**

(2) 10g で 1cm のびるので，1g では $\dfrac{1}{10}$cm のびる．したがって，$\boldsymbol{y=\dfrac{1}{10}x+10}$

(3) 50g までのおもりをつるすことができるとあるので，$\boldsymbol{0 \leqq x \leqq 50}$．50g のおもりをつるしたときの長さは (1) より，15cm なので，$\boldsymbol{10 \leqq y \leqq 15}$

【2】(1) $\boldsymbol{y=0.5x+10\left(=\dfrac{1}{2}x+10\right)}$

x の変域　$\boldsymbol{0 \leqq x \leqq 40}$，$y$ の変域　$\boldsymbol{10 \leqq y \leqq 30}$

(2) $2(x+y)=20$ より，$\boldsymbol{y=-x+10\ (=10-x)}$

x の変域　$\boldsymbol{0<x<10}$，y の変域　$\boldsymbol{0<y<10}$

(3) $\boldsymbol{y=40x+300}$

x の変域　$\boldsymbol{\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}}$，$y$ の変域　$\boldsymbol{\{300,\ 340,\ 380,\ 420,\ 460,\ 500\}}$

＜注＞少なくとも 1 本は鉛筆を買っていると解釈して，x を 1 以上，y を 340 以上と考えることもできる．

【3】(1) $x=-2$ のとき，$y=-3\times(-2)+5=11$

$x=4$ のとき，$y=-3\times4+5=-7$

よって，y の増加量は，$-7-11=\boldsymbol{-18}$

また，変化の割合は，$\dfrac{-18}{4-(-2)}=\boldsymbol{-3}$

(2) $x=0$ のとき，$y=-3\times0+5=5$

$x=2$ のとき，$y=-3\times2+5=-1$

よって，y の増加量は，$-1-5=\boldsymbol{-6}$

また，変化の割合は，$\dfrac{-6}{2-0}=\boldsymbol{-3}$

【4】

(1) 傾き $\mathbf{3}$，y 切片 $\mathbf{-2}$

(2) $x=-2$ のとき，$y=8$

$x=3$ のとき，$y=-2$

よって，y の変域は,

$$\boldsymbol{-2 \leqq y \leqq 8}$$

(3) 傾き $\boldsymbol{-\frac{1}{3}}$，$y$ 切片 $\mathbf{5}$

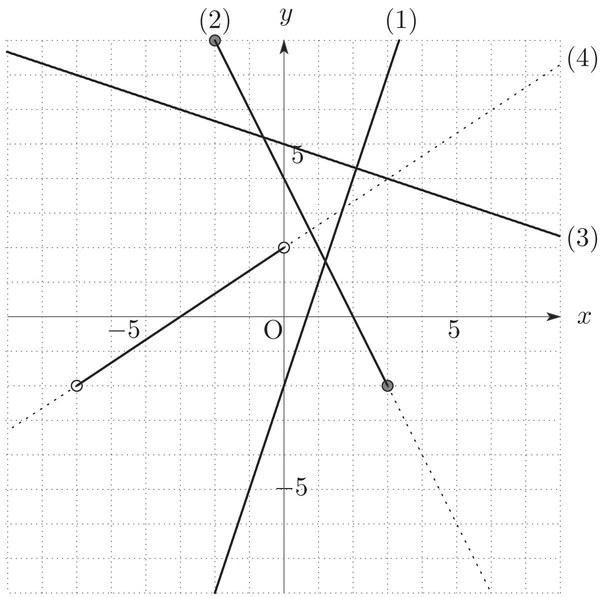
(4) $x=-6$ のとき,

$y=-2$

$x=0$ のとき，$y=2$

よって，y の変域は,

$$\boldsymbol{-2 < y < 2}$$



【5】① $\boldsymbol{y=4x-3}$

② $\boldsymbol{y=-\frac{1}{2}x+4}$

③ $\boldsymbol{y=-\frac{5}{2}x-4}$

【6】(1)　$x=1$ のとき $y=-2$ だから，$-2=a+b$ ……①
$x=4$ のとき $y=4$ だから，$4=4a+b$ ……②
①，② より，$\boldsymbol{a=2}$，$\boldsymbol{b=-4}$

(2)　$x=3$ のとき $y=5$ だから，$5=3a+b$ ……①
$x=-1$ のとき $y=7$ だから，$7=-a+b$ ……②
①，② より，$\boldsymbol{a=-\frac{1}{2}}$，$\boldsymbol{b=\frac{13}{2}}$

(3) $a=2$ より，$y=2x+b$ とおける．
$x=3$ のとき，$y=-1$ より，$-1=2\times3+b$
よって，$b=-7$
以上より，$\boldsymbol{a=2}$，$\boldsymbol{b=-7}$

(4) $b=4$ より，$y=ax+4$ とおける．
$x=-2$ のとき，$y=3$ より，$3=-2a+4$
よって，$a=\frac{1}{2}$
したがって，$\boldsymbol{a=\frac{1}{2}}$，$\boldsymbol{b=4}$

(5) $a=\frac{-6}{2}=-3$ より，$y=-3x+b$ とおける．
$x=1$ のとき，$y=5$ より，$5=-3\times1+b$
よって，$b=8$
したがって，$\boldsymbol{a=-3}$，$\boldsymbol{b=8}$

【7】(1) $y=ax+b$ とおくと，
$x=1$ のとき $y=-2$ だから，$-2=a+b$ ……①
$x=-2$ のとき $y=-8$ だから，$-8=-2a+b$ ……②
①，② より，$a=2$，$b=-4$
$\boldsymbol{y=2x-4}$

(2) $y=ax+b$ とおくと，
$a>0$ のとき，
$x=2$ のとき $y=-4$ だから，$-4=2a+b$ ……①
$x=5$ のとき $y=8$ だから，$8=5a+b$ ……②
①，② より，$a=4$，$b=-12$
$\boldsymbol{y=4x-12}$
$a<0$ のとき，
$x=2$ のとき $y=8$ だから，$8=2a+b$ ……③
$x=5$ のとき $y=-4$ だから，$-4=5a+b$ ……④
③，④ より，$a=-4$，$b=16$
$\boldsymbol{y=-4x+16}$

【8】(1) ① BP$=x$ より，$y=\dfrac{1}{2}\times x\times 4$

整理して，$\boldsymbol{y=2x}$

② BP$=12-x$ より，$y=\dfrac{1}{2}\times(12-x)\times 4$

整理して，$\boldsymbol{y=24-2x}$

(2) ① BP$=x$ より，$y=\dfrac{1}{2}\times x\times 4$

整理して，$\boldsymbol{y=2x}$

② 底辺 AB=4，高さ BC=6 より，$y=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6=12$

よって，$\boldsymbol{y=12}$

③ AP$=16-x$ より，$y=\dfrac{1}{2}\times(16-x)\times 4=32-2x$

よって，$\boldsymbol{y=32-2x}$

【9】(1) 点 P は，BC 上にある．

△ EAP = △ ABC − △ ABP − △ EPC だから，

$y=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2-\dfrac{1}{2}\times(x-2)\times 2-\dfrac{1}{2}\times(4-x)\times 1$

整理して，$\boldsymbol{y=-\dfrac{1}{2}x+2}$

(2) 点 P は，CD 上にある．

△ EAP = △ ADC − △ PEC − △ ADP だから，

$y=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2-\dfrac{1}{2}\times(x-4)\times 1-\dfrac{1}{2}\times(6-x)\times 2$

整理して，$\boldsymbol{y=\dfrac{1}{2}x-2}$

【10】(1) $0\leqq x\leqq a$ のとき，$y=b$

$x>a$ のとき，$32-27=5(\mathrm{m}^3)$ あたりの料金は，$3160-2760=400$(円)

よって，基本使用量を 1 m^3 越えるごとに，

$400\div 5=80$(円)

ずつ加算される．したがって，$y=b+80(x-a)$

以上より，$y=\begin{cases}\boldsymbol{b} & (\boldsymbol{0\leqq x\leqq a\leqq 10}\ \textbf{のとき})\\ \boldsymbol{80x-80a+b} & (\boldsymbol{x>a}\ \textbf{のとき})\end{cases}$

(2) $a=5$ のとき，(1) より，$x>5$ に対し，$y=80x-400+b$

$x=32$ のとき，$y=3160$ より，$3160=80\times 32-400+b$

よって，$b=\boldsymbol{1000}$

したがって，$y=80x-400+1000$

整理して，$y=80x+600$

以上から，12 月分の料金は，$y=80\times 38+600=$ **3640(円)**

【11】(1) $y=ax-3$ は，y 切片が -3 の直線だから，A(1，6) を通るとき，傾きは最大となり，
$6=a-3$ より，　$a=9$

B(3，1) を通るとき，傾きは最小となり，
$1=3a-3$ より，　$a=\dfrac{4}{3}$

以上より，$\boldsymbol{\dfrac{4}{3} \leqq a \leqq 9}$

(2) $y=x+b$ は，傾きが 1 の直線だから，A(1，6) を通るとき，y 切片は最大となり，
$6=1+b$ より，　$b=5$

B(3，1) を通るとき，y 切片は最小となり，
$1=3+b$ より，　$b=-2$

以上より，$\boldsymbol{-2 \leqq b \leqq 5}$

(3) B，C を通るとき，a は最大となり，$a=\dfrac{5-(-3)}{2-(-1)}=\dfrac{8}{3}$

A，D を通るとき，a は最小となり，$a=\dfrac{3-(-3)}{2-(-2)}=\dfrac{3}{2}$

以上より，$\boldsymbol{\dfrac{3}{2} \leqq a \leqq \dfrac{8}{3}}$

B，D を通るとき，b は最大となり，BD；$y=2x+1$ より，$b=1$

A，C を通るとき，b は最小となり，AC；$y=2x-1$ より，$b=-1$

以上より，$\boldsymbol{-1 \leqq b \leqq 1}$

添削課題

【1】(1)

x(km)	10	20	30	40	$\cdots$
y(L)	**49**	**48**	**47**	**46**	$\cdots$

1km あたり，$\dfrac{1}{10}$ L のガソリンで走るので，$x$km 走ったときのガソリンは，$\dfrac{x}{10}$ L

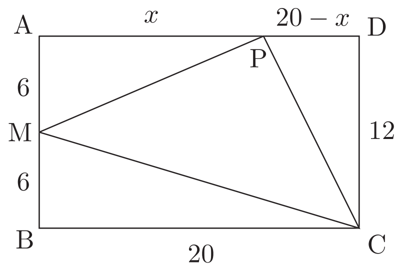
よって，$\boldsymbol{y = 50 - \dfrac{x}{10}}$

50 L では，$10 \times 50 = 500$(km) 走れるので，x の変域は，$\boldsymbol{0 \leqq x \leqq 500}$

また，y の変域は，$\boldsymbol{0 \leqq y \leqq 50}$

(2)

x(秒後)	1	2	3	4	$\cdots$
y(cm^2)	**63**	**66**	**69**	**72**	$\cdots$



AP$=x$cm だから，

$\triangle$ PMC$=$ 長方形 ABCD$-\triangle$ AMP

$-\triangle$ MBC$-\triangle$ PCD

より，

$$\begin{aligned} y &= 12 \times 20 - \frac{1}{2} \times 6 \times x - \frac{1}{2} \times 6 \times 20 - \frac{1}{2} \times (20-x) \times 12 \\ &= 240 - 3x - 60 - 120 + 6x \\ &= 3x + 60 \end{aligned}$$

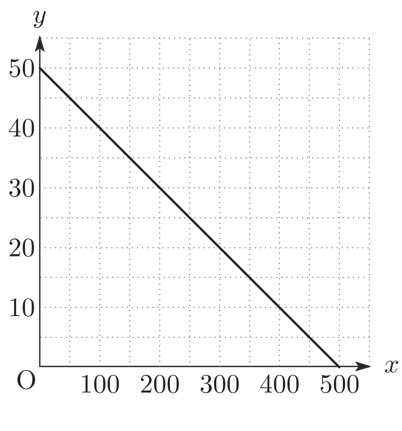
よって，$\boldsymbol{y = 3x + 60}$

20 秒後に，点 P は D に到着するので，x の変域は，$\boldsymbol{0 \leqq x \leqq 20}$

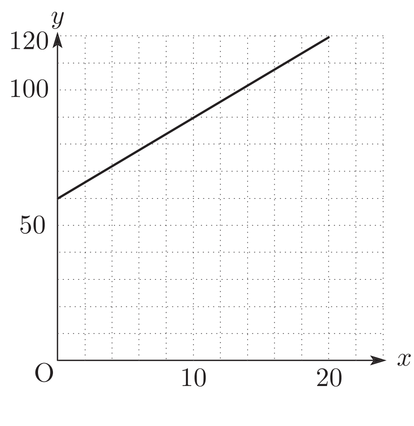
$x=0$ のとき，$y=60$，$x=20$ のとき，$y = 3 \times 20 + 60 = 120$ で，変化の割合が正だから，x が増加すると y も増加する．

したがって，y の変域は，$\boldsymbol{60 \leqq y \leqq 120}$

(1)



(2)

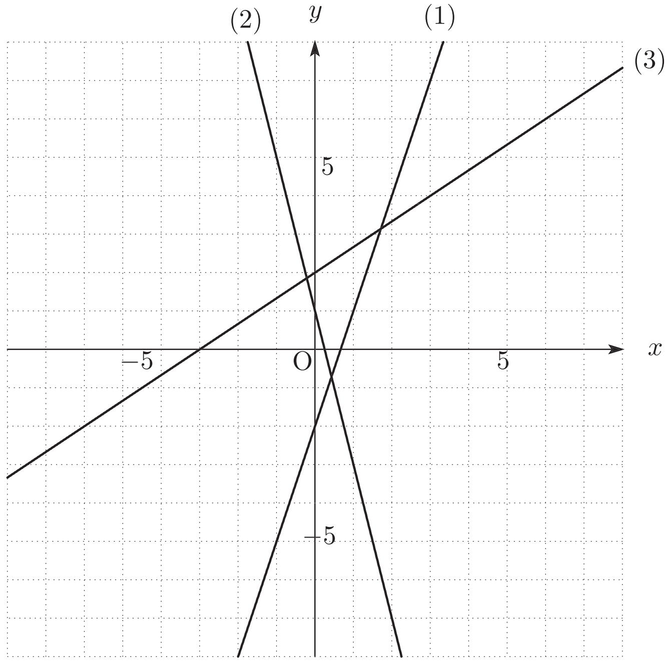


【2】1 次関数 $y = ax + b$ において，a が傾き，b が y 切片を表す．

(1) $y = 3x - 2$ より，傾き $\cdots\cdots$ $\mathbf{3}$，y 切片 $\cdots\cdots$ $\mathbf{-2}$

(2) $y = -4x + 1$ より，傾き $\cdots\cdots$ $\mathbf{-4}$，y 切片 $\cdots\cdots$ $\mathbf{1}$

(3) $y = \dfrac{2}{3}x + 2$ より，傾き $\cdots\cdots$ $\boldsymbol{\dfrac{2}{3}}$，$y$ 切片 $\cdots\cdots$ $\mathbf{2}$



【3】(1) $y = -2x + b$ とおける．

$x = 1$ のとき $y = 3$ より，$3 = -2 + b$

よって，$b = 5$

以上より，$\boldsymbol{y = -2x + 5}$

(2) $y = ax + b$ とおける．

$x = 2$ のとき $y = 10$ より，$10 = 2a + b$ $\cdots\cdots$ ①

$x = -3$ のとき $y = -5$ より，$-5 = -3a + b$ $\cdots\cdots$ ②

①，② を a，b についての連立方程式として解くと，$a = 3$，$b = 4$

よって，$\boldsymbol{y = 3x + 4}$

＜別解＞

変化の割合は，$\dfrac{10 - (-5)}{2 - (-3)} = \dfrac{15}{5} = 3$

よって，求める式は，$y = 3x + b$ とおける．

$x = 2$ のとき $y = 10$ より，$10 = 6 + b$

よって，$b = 4$

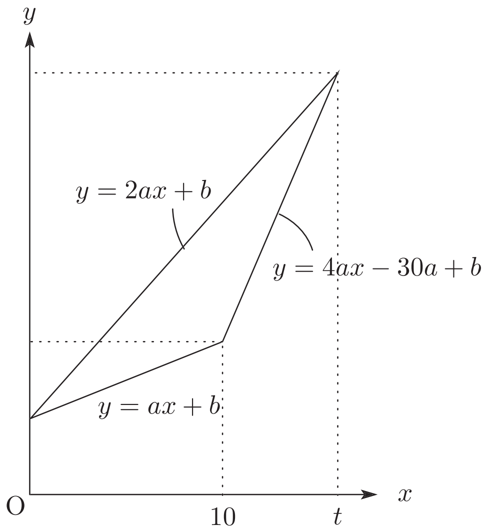
したがって，$\boldsymbol{y = 3x + 4}$

(3) $x=-1$ のとき $y=7$，$x=2$ のとき $y=-2$ であるから，$y=-3x+4$
よって，この式に $x=-2$ を代入すると，$y=10$
同様に，$x=0$ のとき $y=4$，$x=1$ のとき $y=1$
以上より，表は次のようになる．

x	-2	-1	0	1	2
y	**10**	7	**4**	**1**	-2

【4】(1) $\boldsymbol{(10a+b)}$**L**

(2) 傾きは $4a$ なので
$$y=4ax+k \quad (k \text{ は定数})$$
とおける．$x=10$ のとき $y=10a+b$
なので
$$10a+b=40a+k$$
$$\therefore k=-30a+b$$
$\boldsymbol{y=4ax-30a+b}$



(3) t 分後の水の量について式を立てると
$$4at-30a+b=2at+b$$
$$2at=30a$$
$a \neq 0$ より，$\boldsymbol{t=15}$

(4) 10 分後の水の量について，$10a+b=40 \cdots ①$
15 分後の水の量について，$30a+b=110 \cdots ②$
② − ① より
$$20a=70$$
$$\boldsymbol{a=\frac{7}{2}}$$
① より，$\boldsymbol{b=5}$

小テスト

【1】(1) $\boldsymbol{x = 1,\ y = -1}$

(2) $\boldsymbol{x = 1,\ y = 2}$

(3) $\boldsymbol{x = 2,\ y = 1}$

(4) $\boldsymbol{x = 4,\ y = -1}$

(5) $\boldsymbol{x = -3,\ y = 2}$

2章　1次関数（2）

問題

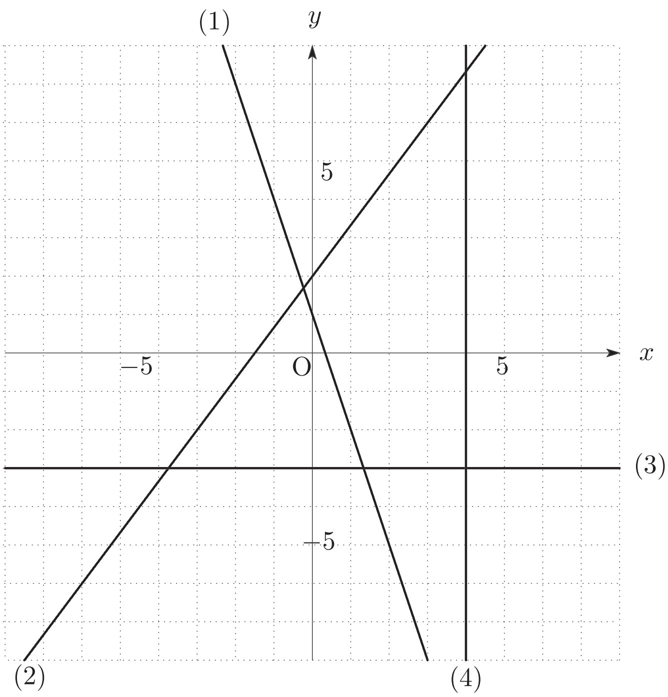
【1】(1) $y = -3x + 1$

(2) $y = \dfrac{4}{3}x + 2$

(3) $y = -3$

(4) $x = 4$

グラフは右の図の通り．



【2】(1) $\boldsymbol{y = 3x + 4}$

(2) y 切片が -5 より，$\boldsymbol{y = -4x - 5}$

(3) 傾きを a とおくと，直線の式は $y = ax + 5$ と表せる．ここに $x = 3$，$y = -1$ を代入すると，$-1 = a \times 3 + 5$．よって，$a = -2$．求める直線の式は $\boldsymbol{y = -2x + 5}$

(4) y 切片を b とおくと，直線の式は $y = 2x + b$ と表せる．
ここに $x = -3$，$y = -2$ を代入すると，$-2 = 2 \times (-3) + b$．よって，$b = 4$．
求める直線の式は $\boldsymbol{y = 2x + 4}$

(5) 傾きは，$\dfrac{-1-3}{3-(-5)} = -\dfrac{1}{2}$ より，直線の式は $y = -\dfrac{1}{2}x + b$ と表せる．

ここに $x = 3$，$y = -1$ を代入すると，$-1 = -\dfrac{1}{2} \times 3 + b$．よって，$b = \dfrac{1}{2}$．

求める直線の式は $\boldsymbol{y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}}$

(6) 傾きは，$\dfrac{0-4}{2-0} = -2$ より，y 切片は 4 だから，$\boldsymbol{y = -2x + 4}$

(7) y 切片が 3 より，(0, 3) を通る．

よって変域より，(6, 1) を通るから，傾きは，$\dfrac{1-3}{6-0} = -\dfrac{1}{3}$

求める直線の式は $\boldsymbol{y = -\dfrac{1}{3}x + 3}$

【3】(1) $y=4x-7$ に平行なので，傾きが 4．y 切片が 1 なので，$\boldsymbol{y=4x+1}$

(2) 傾きが -2 より，$y=-2x+b$ とおける．点 $(-3,\ 3)$ を通るので，

$$\begin{aligned}3&=-2\times(-3)+b\\ b&=3-6\\ &=-3\end{aligned}$$

よって，$\boldsymbol{y=-2x-3}$

(3) 傾きを a とおくと，$y=-\dfrac{1}{2}x+3$ に垂直なので，$a\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-1$．$\therefore a=2$.

y 切片が -2 なので，$\boldsymbol{y=2x-2}$

(4) 傾き $\dfrac{2}{3}$ の直線に直交するから，傾きは $-\dfrac{3}{2}$

よって $y=-\dfrac{3}{2}x+b$ とおける．点 $(-1,\ 2)$ を通るので，

$$\begin{aligned}2&=-\frac{3}{2}\times(-1)+b\\ b&=2-\frac{3}{2}\\ &=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

以上より，$\boldsymbol{y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{1}{2}}$

(5) $y=\dfrac{3}{2}x+2$ と平行だから，傾きは $\dfrac{3}{2}$ より，$y=\dfrac{3}{2}x+b$ とおける．点 $(4,\ 1)$ を通るので，

$$\begin{aligned}1&=\frac{3}{2}\times 4+b\\ b&=1-6\\ &=-5\end{aligned}$$

よって，$\boldsymbol{y=\dfrac{3}{2}x-5}$

(6) 傾きを a とおくと, $y=2x+3$ に垂直なので, $a\times 2=-1$．$\therefore a=-\dfrac{1}{2}$．$y=2x+3$ と y 軸上に交わるのだから，y 切片は 3.

$\therefore \boldsymbol{y=-\dfrac{1}{2}x+3}$

(7) $(-1,\ 4)$，$(2,\ 0)$ を通る直線は，$y=-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{8}{3}$

$(8,\ a)$ を通るから，$a=-\dfrac{4}{3}\times 8+\dfrac{8}{3}=\boldsymbol{-8}$

＜別解＞

傾きが等しいことより，$\dfrac{0-4}{2-(-1)}=\dfrac{a-0}{8-2}$

整理して，$-\dfrac{4}{3}=\dfrac{a}{6}$

よって，$a=\boldsymbol{-8}$

(8) 2 点 AB の中点は $\left(\dfrac{-3+(-1)}{2},\ \dfrac{7+3}{2}\right)=(-2,\ 5)$.

また，直線 AB の傾きは $\dfrac{3-7}{(-1)-(-3)}=-2$.

よって，求める垂直二等分線の傾きを a とすると，$a \times (-2) = -1$．$\therefore a = \dfrac{1}{2}$ となる．
したがって，もとめる垂直二等分線の y 切片を b とおくと，その式は $y = \dfrac{1}{2}x + b$ とおける．ここに，AB の中点の座標 $(-2,\ 5)$ を代入すると，$5 = \dfrac{1}{2} \times (-2) + b$.
$\therefore b = 6$.
よって，求める垂直二等分線の式は $\boldsymbol{y = \dfrac{1}{2}x + 6}$

【4】(1) 連立して

$$3x + 4 = x + 2$$
$$2x = -2$$
$$x = -1$$
$$\therefore y = 1$$

以上より，$\mathbf{(-1,\ 1)}$

(2) 連立して

$$-x - 7 = -2x - 1$$
$$x = 6$$
$$\therefore y = -13$$

以上より，$\mathbf{(6,\ -13)}$

(3) 連立して

$$-2x + 3 = 5x - \frac{1}{2}$$
$$-7x = -\frac{7}{2}$$
$$x = \frac{1}{2}$$
$$\therefore y = 2$$

以上より，$\boldsymbol{\left(\dfrac{1}{2},\ 2\right)}$

(4) 2 式を連立方程式として解くと，
$x = -3$，$y = 4$
よって，交点は，$\mathbf{(-3,\ \ 4)}$

【5】(1) 2 点 $(-1,\ 0)$，$(0,\ -3)$ を通る直線は，$y = -3x - 3$ ……①
また，$(6,\ 3)$ を通り，傾きが $\dfrac{3}{4}$ である直線は，$y = \dfrac{3}{4}x - \dfrac{3}{2}$ ……②
よって，①，② を解くと，$x = -\dfrac{2}{5}$，$y = -\dfrac{9}{5}$
したがって，交点は，$\boldsymbol{\left(-\dfrac{2}{5},\ -\dfrac{9}{5}\right)}$

(2) $(3,\ 3)$，$(-6,\ -3)$ を通る直線の傾きは，

$$\frac{3 - (-3)}{3 - (-6)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$y = \dfrac{2}{3}x + b$ とおいて $(3,\ 3)$ を通ることから，

$$3 = 2 + b \qquad \therefore b = 1 \qquad \therefore y = \frac{2}{3}x + 1 \ \cdots ①$$

$(-2,\ -3)$，$(4,\ 0)$ を通る直線の傾きは，$\dfrac{0 - (-3)}{4 - (-2)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

$y = \dfrac{1}{2}x + b$ とおいて $(4,\ 0)$ を通るので，

$$0 = 2 + b \qquad \therefore b = -2 \qquad \therefore y = \frac{1}{2}x - 2 \ \cdots ②$$

① と ② より，

$$\frac{2}{3}x+1=\frac{1}{2}x-2$$

$$4x+6=3x-12$$

$$x=-18$$

① より，$y=-12+1=-11$

以上より，$\mathbf{(-18,\ -11)}$

(3) $y=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$ と $y=\frac{1}{2}x+2$ を連立して，

$x=2,\ y=3$

よって，$\boldsymbol{y=\frac{3}{2}x}$

(4) $y=0$ のとき $0=\frac{2}{3}x-4$ より，$x=6$

$(6,\ 0)$ を $y=ax+4$ が通るから，

$$0=6a+4$$

$$\boldsymbol{a=-\frac{2}{3}}$$

【6】三角形にならないのは，次の 2 つの場合がある．

(i) いずれか 2 つの直線が平行になるとき．

①，③ が平行になるとき，$a=3$

②，③ が平行になるとき，$a=\frac{1}{2}$

(ii) 3 つの直線が 1 点で交わるとき．

①，② の交点は，$\begin{cases} y=3x-7 \\ y=\frac{1}{2}x-2 \end{cases}$ を解くと，

$x=2$，$y=-1$ より，$(2,\ -1)$

これが ③ 上にあればよいので，$-1=2a+3$

よって，$a=-2$

以上より，$\boldsymbol{a=-2,\ \frac{1}{2},\ 3}$

【7】(1) $y=-3x+9$ と $y=\frac{1}{2}x+2$ を連立して，

$x=2,\ y=3$

よって，$y=\frac{2}{3}x+b$ が $(2,\ 3)$ を通るから，

$$3=\frac{4}{3}+b$$

$$b=\frac{5}{3}$$

以上より，$\boldsymbol{y=\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}}$

(2) $y=-3x-\dfrac{9}{2}$ と $y=4x-1$ を連立して,

$x=-\dfrac{1}{2}$, $y=-3$

$y=-\dfrac{1}{4}x+b$ とおけるので,

$-3=-\dfrac{1}{4}\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)+b$

$b=-\dfrac{25}{8}$

以上より, $\boldsymbol{y=-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{25}{8}}$

【8】求める点の座標を B$(p,\ q)$ とおくと, 直線 AB の傾きは

$\dfrac{q-(-3)}{p-7}=\dfrac{q+3}{p-7}$

直線 AB は傾き 2 の直線 ℓ と直交するから,

$2\times\dfrac{q+3}{p-7}=-1$

$2q+6=-p+7$

$p+2q=1\ \cdots$①

一方, AB の中点を M とすると M$\left(\dfrac{p+7}{2},\ \dfrac{q+(-3)}{2}\right)$

これが $y=2x+3$ 上にあるから,

$\dfrac{q-3}{2}=2\times\dfrac{p+7}{2}+3$

$q-3=2p+14+6$

$2p-q=-23\ \cdots$②

① + ② × 2 より, $p=-9$, $q=5$

以上より, B $\boldsymbol{(-9,\ 5)}$

【9】$y=-x+3$, $y=2x-3$ を連立して,

$-x+3=2x-3$

$-3x=-6$

$x=2$

$\therefore y=1$

よって, 交点は $(2,\ 1)$. ここを $y=ax-5$ が通るのだから, 代入して,

$1=a\times 2-5$

$2a=6$

$a=3$

【10】(1) AB と CD の傾きが等しいから,

$\dfrac{0-2}{3-0}=\dfrac{4-q}{6-p}$ より, $-\dfrac{2}{3}=\dfrac{4-q}{6-p}$

よって, 整理して, $\boldsymbol{q=-\dfrac{2}{3}p+8}$

(2) 直線 AD の式を求めると，$y=\frac{1}{3}x+2$

$x=2$ とすると，$y=\frac{8}{3}$

よって，交点は $\left(2,\ \frac{8}{3}\right)$

ゆえに，$\frac{8}{3}=2a$ より，$\boldsymbol{a=\frac{4}{3}}$

(3) C(1，5) より，直線 AC は，$y=3x+2$ ……①

また，直線 BD は，$y=\frac{4}{3}x-4$ ……②

①，② を連立方程式として解くと，$x=-\frac{18}{5}$，$y=-\frac{44}{5}$

よって，$\boldsymbol{\left(-\frac{18}{5},\ -\frac{44}{5}\right)}$

【11】(1) y 切片が 2 だから，**(0，2)**

(2) $x=3$ のとき，つねに $y=0$ となるから，**(3，0)**

(3) $y=a(x-3)+2$ と変形すると，$x=3$ のとき，つねに $y=2$ となるから，**(3，2)**

【12】(1) ①，② の交点を求めると，

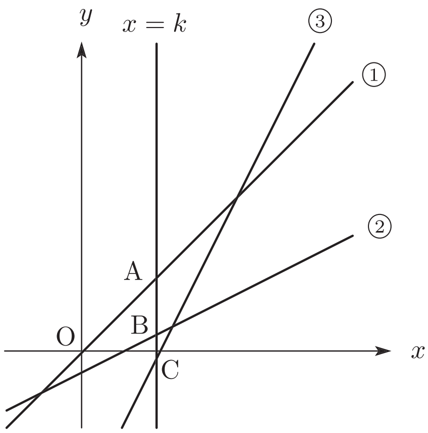
$(-1,\ -1)$

②，③ の交点を求めると，

$\left(\frac{7}{3},\ \frac{2}{3}\right)$

よって，グラフより，

$\boldsymbol{-1<k<\frac{7}{3}}$



＜別解＞

点 A，B，C の y 座標を比べて，

$k>\frac{k-1}{2}>2(k-2)$

この連立不等式を解くと，

$\boldsymbol{-1<k<\frac{7}{3}}$

(2) $\dfrac{k+\frac{k-1}{2}}{2}=2(k-2)$

整理して，

$k+\frac{k-1}{2}=4(k-2)$

よって，$\boldsymbol{k=3}$

【13】(1) $\begin{cases} y = 2x + 4a \ \cdots ① \\ y = -x - \dfrac{1}{2}a + 3 \ \cdots ② \end{cases}$

①，② より，

$$\begin{aligned} 2x + 4a &= -x - \frac{1}{2}a + 3 \\ 4x + 8a &= -2x - a + 6 \\ 4x + 2x &= -a + 6 - 8a \\ 6x &= -9a + 6 \\ x &= -\frac{3}{2}a + 1 \end{aligned}$$

① に代入して，

$y = 2\left(-\dfrac{3}{2}a + 1\right) + 4a = a + 2$

よって，

$\mathbf{P}\left(\boldsymbol{-\dfrac{3}{2}a + 1,\ a + 2}\right)$

(2) (1) より，

$x = -\dfrac{3}{2}a + 1 \ \cdots\cdots ③$

$y = a + 2 \ \cdots\cdots ④$

③ より，$a = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{2}{3}$

④ に代入して，

$y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{2}{3} + 2$

整理して，$\boldsymbol{y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{8}{3}}$

添削課題

【1】(1) 求める直線は，$y=3x+b$ とおける．

点 $(1,\ 2)$ を通るから，$2=3+b$ より，$b=-1$

よって，$\boldsymbol{y=3x-1}$

＜別解＞

公式を用いると，

$y-2=3(x-1)$ より，$\boldsymbol{y=3x-1}$

(2) 傾きを a，y 切片を b とおく．このとき直線の式は $y=ax+b$ と表せる．

$(1,\ 3)$ を通るので，$x=1$，$y=3$ を代入して，$3=a+b\cdots$①

$(3,\ 7)$ を通るので，$x=3$，$y=7$ を代入して，$7=3a+b\cdots$②

① − ② より，$-4=-2a$，$\therefore a=2$，よって，$b=1$

求める式は $\boldsymbol{y=2x+1}$

(3) 傾きを a，y 切片を b とおく．このとき直線の式は $y=ax+b$ と表せる．

$(-2,\ 5)$ を通るので，$x=-2$，$y=5$ を代入して，$5=-2a+b\cdots$①

$(1,\ -1)$ を通るので，$x=1$，$y=-1$ を代入して，$-1=a+b\cdots$②

① − ② より，$6=-3a$，$\therefore a=-2$，よって，$b=1$

求める式は $\boldsymbol{y=-2x+1}$

(4) グラフより y 切片が -3，傾きが $-\dfrac{3}{2}$ と読み取れるので $\boldsymbol{y=-\dfrac{3}{2}x-3}$

(5) 2 点 $(2,\ 0)$，$(6,\ 3)$ を通るので，傾きは，

$$\frac{3-0}{6-2}=\frac{3}{4}$$

よって，$y=\dfrac{3}{4}(x-2)$ より，$\boldsymbol{y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{3}{2}}$

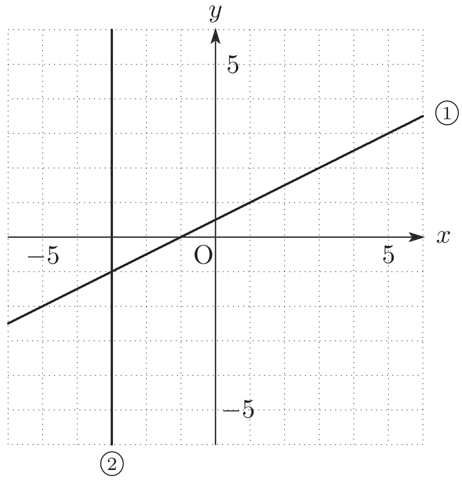
【2】① $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$ と整理してもよいし，

点 $(-5,\ -2)$ を通る，傾き $\dfrac{1}{2}$ の直線

としてもよい．

② y 軸に平行な直線

以上より，グラフは右の図の通り．



【3】(1) 傾き $-\dfrac{1}{2}$，y 切片 2 より，

$$\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + 2}$$

(2) 求める直線の傾きを a とすると，$y = -2x + 3$ に直交するから，

$a \times (-2) = -1$ より，$a = \dfrac{1}{2}$

よって $y - 5 = \dfrac{1}{2}(x - 2)$ より，$\boldsymbol{y = \dfrac{1}{2}x + 4}$

(3) 求める直線は，$y = 3x - 7$ に平行だから，傾きは 3

また，$y = \dfrac{1}{2}x + 4$ と y 切片が等しいので，y 切片は 4

以上より，$\boldsymbol{y = 3x + 4}$

【4】①，② の交点は (0, 3) で，③ はこの交点を通らない．

よって，①，②，③ が 1 点で交わることはない．

よって，①，②，③ のうち，いずれか 2 直線が平行となるときを求めればよい．

(i) ① // ② のとき

$a = -2a$ より，$a = 0$

(ii) ② // ③ のとき

$-2a = 2$ より，$a = -1$

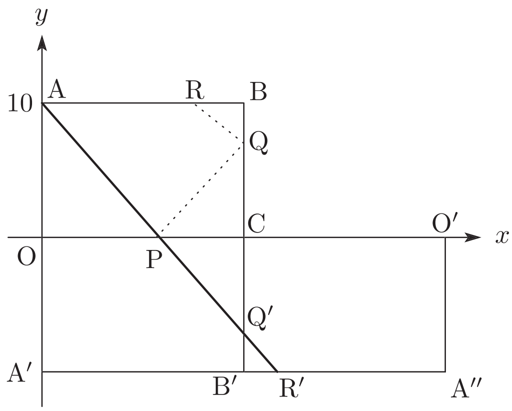
(iii) ① // ③ のとき

$a = 2$

以上より，$\boldsymbol{a = -1,\ 0,\ 2}$

＜注＞　(i) のとき，① と ② は $y = 3$ となり，一致する．

【5】(1)



上の図のように OC および BC に関して領域を折り返せば，点の経路は直線となる．

$y = ax + 10$ に $x = 15$ を代入して，$y = 15a + 10$

これが Q′ の座標なので Q は $\boldsymbol{(15,\ -15a - 10)}$

$y = ax + 10$ に $y = -10$ を代入して，

$-10 = ax + 10$

$x=-\dfrac{20}{a}$

R の x 座標を r とすると，R と R$'$ の中点は C であるから

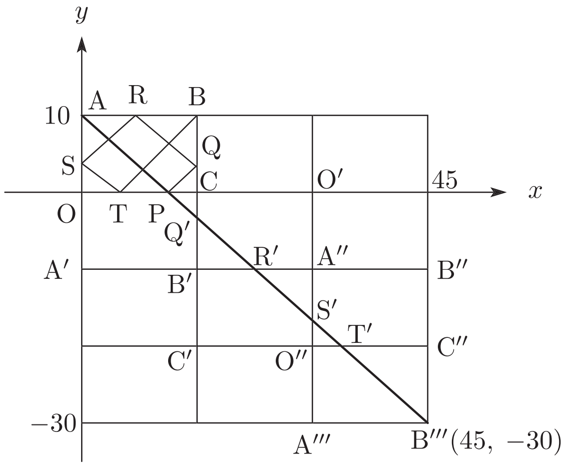
$$\frac{r+\left(-\dfrac{20}{a}\right)}{2}=15$$

$$\therefore r=30+\frac{20}{a}$$

よって，R は $\left(\boldsymbol{30+\dfrac{20}{a},\ 10}\right)$

（なお，このとき Q$'$ が B$'$C 上にあることより，$-\dfrac{4}{3}<a<-\dfrac{2}{3}$ となる）

(2) (1) と同様に考えると右の図のようになる．



つまり B$'''$(45, -30) を $y=ax+10$ が通るときなので，

$-30=a\times45+10$

$45a=-40$

$\boldsymbol{a=-\dfrac{8}{9}}$

（このとき a のみたすべき条件は $-1<a<-\dfrac{2}{3}$ であるが，これをみたしている）

小テスト

【1】(1) $x=-2$ のとき，$y=\boxed{\mathbf{11}}$，$x=4$ のとき，$y=\boxed{\mathbf{-7}}$ だから，

$(x$ の増加量$)=\boxed{\mathbf{4}}-\boxed{\mathbf{(-2)}}=\boxed{\mathbf{6}}$

$(y$ の増加量$)=\boxed{\mathbf{-7}}-\boxed{\mathbf{11}}=\boxed{\mathbf{-18}}$

$$(\text{変化の割合})=\frac{\boxed{\boldsymbol{y}}\text{の増加量}}{\boxed{\boldsymbol{x}}\text{の増加量}}=\frac{\boxed{\mathbf{-18}}}{\boxed{\mathbf{6}}}=\boxed{\mathbf{-3}}$$

(2) (1) と同様にして，

$x=p$ のとき $y=\boxed{\boldsymbol{-3p+5}}$，$x=q$ のとき $y=\boxed{\boldsymbol{-3q+5}}$

だから，

$$(\text{変化の割合})=\frac{\boxed{\boldsymbol{(-3q+5)}}-\boxed{\boldsymbol{(-3p+5)}}}{\boxed{\boldsymbol{q}}-\boxed{\boldsymbol{p}}}=\boxed{\mathbf{-3}}$$

のように，一定であることが示せる．

3章　1次関数（3）

問題

【1】(1) 傾きは ℓ と同じく 2 になる．y 切片を b とおくと，直線の式は $y = 2x + b$ となる．ここに B(5, 7) の座標を代入．

$7 = 2 \times 5 + b$

$b = -3$

よって，求める方程式は $\boldsymbol{y = 2x - 3}$

(2) $\mathrm{M}\left(\dfrac{1+5}{2},\ \dfrac{5+7}{2}\right) = \mathbf{(3,\ 6)}$

(3) 線分 AB の傾きは，$\dfrac{7-5}{5-1} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

垂直 2 等分線の傾きを a とおくと，線分 AB と直交するので，

$a \times \dfrac{1}{2} = -1$

$a = -2$

よって，y 切片を b とおけば，求める直線の式は $y = -2x + b$ とおける．これが M を通るから，M の座標を代入して，

$6 = -2 \times 3 + b$

$b = 12$

したがって，求める式は $\boldsymbol{y = -2x + 12}$

(4) 連立して，

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \cdots ① \\ y = -2x + 12 \cdots ② \end{cases}$$

① と ② より，

$2x + 3 = -2x + 12$

$4x = 9$

$x = \dfrac{9}{4}$

$\therefore y = \dfrac{15}{2}$

よって，$\mathrm{C}\left(\boldsymbol{\dfrac{9}{4},\ \dfrac{15}{2}}\right)$

(5) △AMC と△BMD は 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので合同（AM = BM, ∠AMC = ∠BMD = 90°，∠CAM = ∠DBM(平行線の錯角) より）．よって，CM = DM．対角線がそれぞれの中点で交わるので，ADBC は平行四辺形．さらに，仮定より AB⊥CD であって，対角線は直交している．対角線が直交する平行四辺形はひし形であるから，四角形 ADBC は**ひし形**である．

【2】(1) $\mathrm{M}\left(\dfrac{1+7}{2},\ \dfrac{-1+2}{2}\right)=\left(\mathbf{4},\ \mathbf{\dfrac{1}{2}}\right)$

(2) 線分 AB の傾きは $\dfrac{2-(-1)}{7-1}=\dfrac{1}{2}$

求める垂直二等分線の傾きを a とおくと，AB と直交するから，

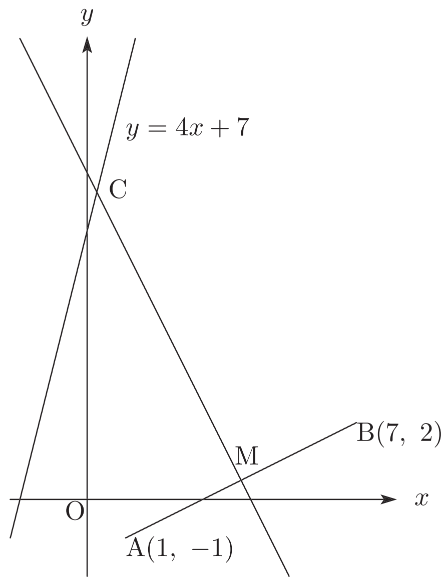
$$a\times\frac{1}{2}=-1$$
$$a=-2$$

よって，y 切片を b とおくと，求める式は $y=-2x+b$ となる．これが M を通るので，座標を代入して，

$$\frac{1}{2}=-2\times4+b$$
$$b=\frac{1}{2}+8=\frac{17}{2}$$

したがって，求める式は $\boldsymbol{y=-2x+\dfrac{17}{2}}$

(3) C は A，B から等距離にあるので，線分 AB の垂直二等分線上にある．つまり，(2) の直線上にある．したがって，(2) の式と $y=4x+7$ との交点を求めればよい．



$$\begin{cases} y=-2x+\dfrac{17}{2}\cdots① \\ y=4x+7\cdots② \end{cases}$$

① と ② より，

$$-2x+\frac{17}{2}=4x+7$$
$$-6x=-\frac{3}{2}$$
$$x=\frac{1}{4}$$
$$\therefore y=4\times\frac{1}{4}+7=8$$

よって，$\mathrm{C}\left(\mathbf{\dfrac{1}{4}},\ \mathbf{8}\right)$

【3】(1) OA の傾きは $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ なので，平行な直線の傾きはこれと一致．y 切片は 4 であるから，$\boldsymbol{y=\frac{1}{2}x+4}$

(2) y 軸に平行で，x 座標が 6 であるから，$\boldsymbol{x=6}$

(3) (1) と (2) の式を連立して，

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4\cdots① \\ x=6\cdots② \end{cases}$$

②を①に代入．

$y=\frac{1}{2}\times 6+4=7$

よって，C(6, 7)

OA//BC，OB//AC より，四角形 OACB は**平行四辺形**となる．

(4) 傾きを a とおくと，BC の傾きは $\frac{1}{2}$ で，これと直交することから

$$a\times\frac{1}{2}=-1$$
$$a=-2$$

よって，y 切片を b とおくと，$y=-2x+b$ とおける．これが A(6, 3) を通るので，座標を代入して，

$3=-2\times 6+b$

$b=15$

よって，求める方程式は $\boldsymbol{y=-2x+15}$

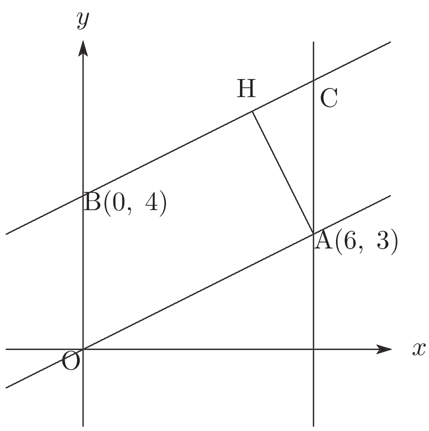
(5) (1) と (4) の方程式を連立すればよい．

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4\cdots① \\ y=-2x+15\cdots② \end{cases}$$

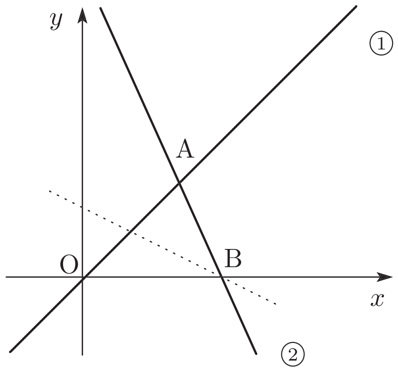
① と ② より

$$\frac{1}{2}x+4=-2x+15$$
$$\frac{5}{2}x=11$$
$$x=\frac{22}{5}$$
$$\therefore y=\frac{1}{2}\times\frac{22}{5}+4=\frac{31}{5}$$

よって，H$\boldsymbol{\left(\frac{22}{5},\ \frac{31}{5}\right)}$



【4】 (1) $\begin{cases} y = x & \cdots ① \\ y = -2x + 18 & \cdots ② \end{cases}$



① = ② より，

$3x = 18$

$x = 6$

① より $y = 6$

よって，A**(6, 6)**

(2) ② で $y = 0$ より，$x = 9$　　$\therefore$B(9, 0)

$\triangle \mathrm{OAB} = \dfrac{1}{2} \times 9 \times 6 = \mathbf{27}$

(3) OA の中点は (3, 3) であるから，(3, 3) と B(9, 0) を通る直線を求める．

傾きが

$$\frac{0-3}{9-3} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

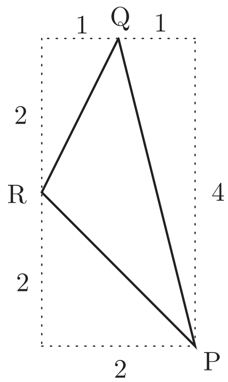
より，$y = -\dfrac{1}{2}x + b$ とおいて，B(9, 0) より，

$$0 = -\frac{9}{2} + b$$

$$\therefore b = \frac{9}{2}$$

よって，$\boldsymbol{y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{9}{2}}$

【5】 (1) ①，② を解くと，$x = 3$，$y = 0$



よって，**P(3, 0)**

②，③ を解くと，$x = 2$，$y = 4$

よって，**Q(2, 4)**

③，① を解くと，$x = 1$，$y = 2$

よって，**R(1, 2)**

(2) $4 \times 2 - \dfrac{1}{2} \times 2 \times 1 - \dfrac{1}{2} \times 4 \times 1 - \dfrac{1}{2} \times 2 \times 2 = \mathbf{3}$

(3) Q と PR の中点 (2, 1) を通ればよい．y 軸と平行な直線となるから，$\boldsymbol{x = 2}$

【6】 (1) 2 点 A，B を通るから，$\boldsymbol{y = -2x + 8}$

(2) 直線 ② に平行で，点 B を通る直線と x 軸との交点が P である．

直線 ② は，$y = 2x$ より，直線 BP は，$y = 2x - 12$

よって，**P(6, 0)**

【7】(1) 直線 OB に平行で，点 C を通る直線と x 軸との交点が P である．

$$\left(\begin{array}{l}\text{なぜならば, PC} \mathbin{/\!/} \text{OB より,} \\ \triangle \mathrm{OCB} = \triangle \mathrm{OPB} \\ \therefore \text{四角形 OABC} \\ = \triangle \mathrm{OCB} + \triangle \mathrm{OAB} \\ = \triangle \mathrm{OPB} + \triangle \mathrm{OAB} \\ = \triangle \mathrm{ABP}\end{array}\right)$$

直線 OB は，$y = \dfrac{3}{2}x$

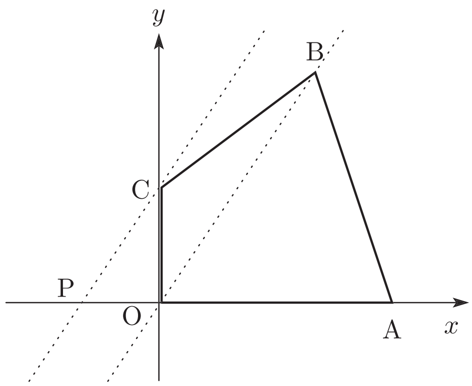
よって，直線 PC は，$y = \dfrac{3}{2}x + 3$

$y = 0$ のとき

$0 = \dfrac{3}{2}x + 3$

$\therefore x = -2$

よって，**P(−2, 0)**



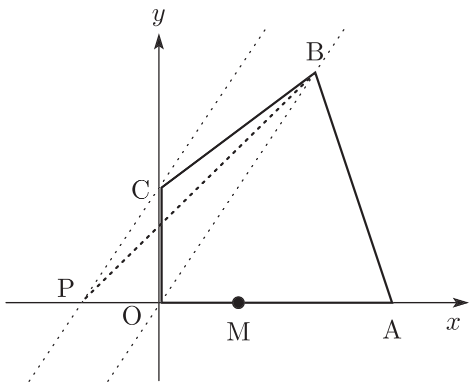
(2) 線分 PA の中点 M の座標は，(2, 0)

四角形 OABC = △ ABP だから，

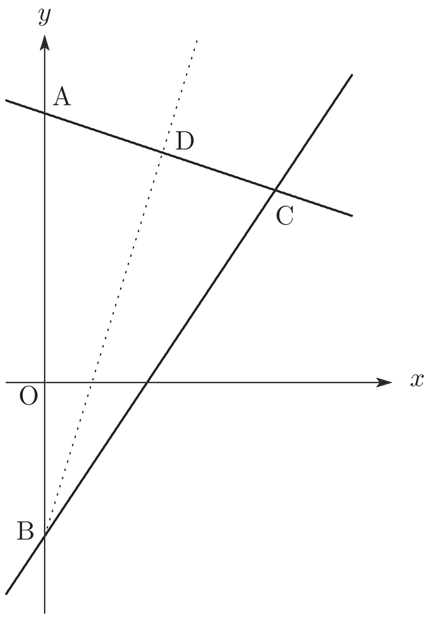
△ ABP の半分の面積をもつ三角形を四角形 OABC の内部に作ればよい．

△ ABM= $\dfrac{1}{2}$ △ ABP なので，求める直線は BM.

BM の式を求めて，$\boldsymbol{y = 3x - 6}$



【8】 (1) $\begin{cases} y = -\dfrac{1}{3}x + 7 & \cdots\cdots ① \\ y = \dfrac{3}{2}x - 4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$



① と ② より，

$$-\frac{1}{3}x + 7 = \frac{3}{2}x - 4$$
$$\left(-\frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right)x = -4 - 7$$
$$-\frac{11}{6}x = -11$$
$$x = 6$$

① より，$y = 5$

よって，C$\mathbf{(6,\ 5)}$

(2) AB$= 7 - (-4) = 11$ より，

$\triangle\,\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times 11 \times 6 = \mathbf{33}$

(3) $y = \dfrac{10}{3}x - 4$ となるので，$y = -\dfrac{1}{3}x + 7$ と連立して，

$$\frac{10}{3}x - 4 = -\frac{1}{3}x + 7$$
$$\frac{11}{3}x = 11$$
$$x = 3$$

$\triangle\,\mathrm{ADB} = \dfrac{1}{2} \times 11 \times 3 = \dfrac{33}{2}$

$\therefore \triangle\,\mathrm{BCD} = \triangle\,\mathrm{ABC} - \triangle\,\mathrm{ADB}$

$= 33 - \dfrac{33}{2}$

$= \mathbf{\dfrac{33}{2}}$

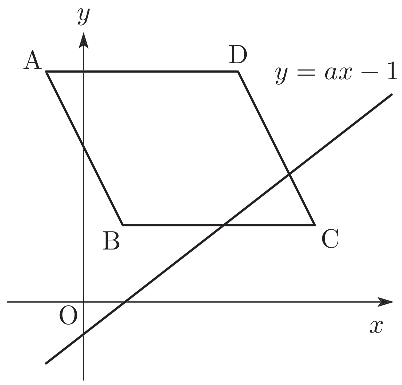
【9】 (1) C$(6,\ 2)$ を通るとき，$2 = 6a - 1$．$\therefore a = \dfrac{1}{2}$

A$(-1,\ 6)$ を通るとき，$6 = -a - 1$．

$\therefore a = -7$

C を通るときより傾きが大きいと共有点を持つこと，A を通るときより傾きが小さいと共有点を持つことに注意して，

$\boldsymbol{a \leqq -7,\ \dfrac{1}{2} \leqq a}$



(2) 平行四辺形の対角線の交点を通るときである．対角線の交点は AC の中点なので

$$\left(\frac{-1+6}{2},\ \frac{6+2}{2}\right) = \left(\frac{5}{2},\ 4\right)$$

$y = ax - 1$ がここを通るので，

$4 = \dfrac{5}{2}a - 1$．$\therefore \boldsymbol{a = 2}$

【10】(1) $y = ax$ が A を通るとき，a は最大となる．

よって，$3 = a$　　つまり，$a = 3$

$y = ax$ が C を通るとき，a は最小となる．

よって，$1 = 5a$ より，$a = \dfrac{1}{5}$

以上より，$\boldsymbol{\dfrac{1}{5} < a < 3}$

(2) $y = ax$ が B を通るとき，a は最大となる．

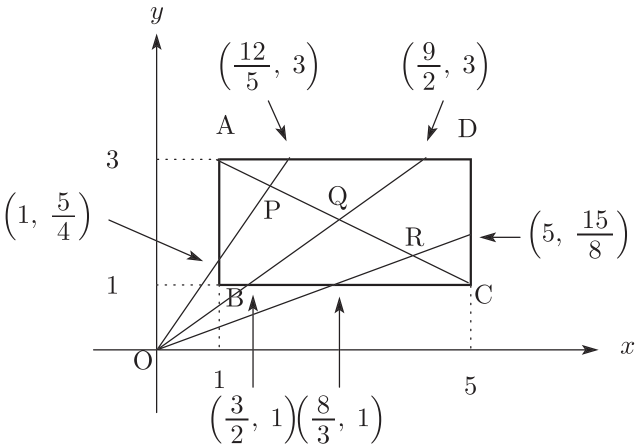
よって，$1 = a$　　つまり，$a = 1$

$y = ax$ が D を通るとき，a は最小となる．

よって，$3 = 5a$ より，$a = \dfrac{3}{5}$

以上から，$\boldsymbol{\dfrac{3}{5} < a < 1}$

(3)



AC の 4 等分点を A に近いほうから，P，Q，R とすると，

P (2, 2.5)

Q (3, 2)

R (4, 1.5)

となる．

上の図より，求める面積は，

$$\frac{1}{2} \times \left(5 - \frac{8}{3}\right) \times \left(\frac{15}{8} - 1\right)$$

$$= \boldsymbol{\frac{49}{48}}$$

【11】(1) 直線 m は y 切片が 2 なので，$y = ax + 2$ とおくと，(4，6) を通るので，

$6 = 4a + 2$

$a = 1$

したがって，　$\boldsymbol{m\ ;\ y = x + 2}$

また，直線 n は x 軸と (7，0) で交わることから，$y = b(x - 7)$ とおけ，(4，6) を通るので，

$6 = b(4 - 7)$

$b = -2$

したがって，　$\boldsymbol{n\ ;\ y = -2x + 14}$

(2) 点 B の x 座標を t とすると，A(t，$t + 2$) より，

$\mathrm{AB} = t + 2$

四角形 ABCD は正方形だから，

$\mathrm{BC} = \mathrm{AB} = t + 2$

したがって，点 D の座標は，D($2t + 2$，$t + 2$)．これが直線 n 上にあるので，

$t + 2 = -2(2t + 2) + 14$

$t + 2 = -4t - 4 + 14$

$5t = 8$

$t = \dfrac{8}{5}$

よって，求める 1 辺の長さは，

$\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \dfrac{8}{5} + 2 = \boldsymbol{\dfrac{18}{5}}$

【12】(1) P(t，0) とすると，Q(t，$2t + 3$) より，

$\mathrm{PQ} = 2t + 3$

よって，$\mathrm{PS} = 2t + 3$ だから，S の x 座標は，

$t + 2t + 3 = 3t + 3$

S と R の x 座標は等しく，Q と R の y 座標は等しいから，

$\mathbf{R}\boldsymbol{(3t + 3,\ \ 2t + 3)}$

(2) (1) より，

$x = 3t + 3 \ \cdots\cdots ①$

$y = 2t + 3 \ \cdots\cdots ②$

① より，$t = \dfrac{x}{3} - 1$

② に代入して，$y = 2\left(\dfrac{x}{3} - 1\right) + 3$

整理して，　$\boldsymbol{y = \dfrac{2}{3}x + 1}$

(3) 直線 ① と x 軸との交点は $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = 0 \end{cases}$ より，$\left(-\dfrac{3}{2},\ \ 0\right)$ である．

したがって，点 P の x 座標が t のとき，

$\mathrm{QR} = \mathrm{RS} = 2t + 3$

$\mathrm{TS} = 3t + \dfrac{9}{2}$

より，台形 QRST の面積は，

$$\frac{1}{2}\left\{(2t+3)+\left(3t+\frac{9}{2}\right)\right\}\times(2t+3)$$
$$=\frac{1}{2}\left(5t+\frac{15}{2}\right)(2t+3)$$

ここで，線分 RS 上の点 U$(3t+3,\ Y)$ をとると，△ TSU の面積が台形 QRST の面積の $\dfrac{1}{2}$ のとき，

$$\triangle \mathrm{TSU}=\frac{1}{2}\left(3t+\frac{9}{2}\right)\times Y$$
$$=\frac{1}{2}\times \text{台形 QRST}$$

すなわち，

$$\frac{1}{2}\left(3t+\frac{9}{2}\right)\times Y=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\left(5t+\frac{15}{2}\right)(2t+3)$$

両辺を $\dfrac{1}{2}\left(3t+\dfrac{9}{2}\right)$ で割ると，

$$Y=\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}\times(2t+3)$$
$$=\frac{5}{6}(2t+3)$$

$0<\dfrac{5}{6}(2t+3)<2t+3$ より，確かに U は線分 RS 上の点である．

よって, 求める直線を $y=a\left(x+\dfrac{3}{2}\right)$ とすると, この直線は, U$\left(3t+3,\ \dfrac{5}{6}(2t+3)\right)$ を通るので，

$$\frac{5}{6}(2t+3)=a\left(3t+3+\frac{3}{2}\right)$$
$$=a\left(3t+\frac{9}{2}\right)$$
$$a=\frac{5}{9}$$

したがって，求める直線の式は，

$$y=\frac{5}{9}\left(x+\frac{3}{2}\right)$$

整理して，$\boldsymbol{y=\dfrac{5}{9}x+\dfrac{5}{6}}$

添削課題

【1】(1) ①，② の連立方程式を解いて，$(x,\ y) = (2,\ 3)$

②，③ の連立方程式を解いて，$(x,\ y) = (3,\ -2)$

①，③ の連立方程式を解いて，$(x,\ y) = (-1,\ 2)$

したがって，A$\mathbf{(2,\ 3)}$，B$\mathbf{(3,\ -2)}$，C$\mathbf{(-1,\ 2)}$

(2) $y = ax$ が点 B を通るとき，

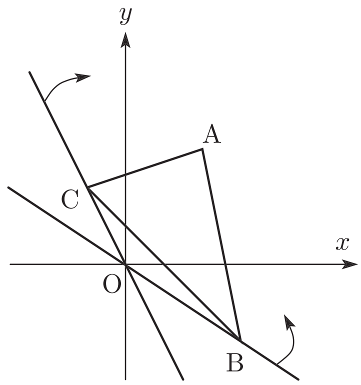
B$(3,\ -2)$ より，$a = -\dfrac{2}{3}$

同様に，点 C を通るとき，

C$(-1,\ 2)$ より，$a = -2$

よって，求める a の値の範囲は，

$$\boldsymbol{a \leqq -2,\ -\frac{2}{3} \leqq a}$$

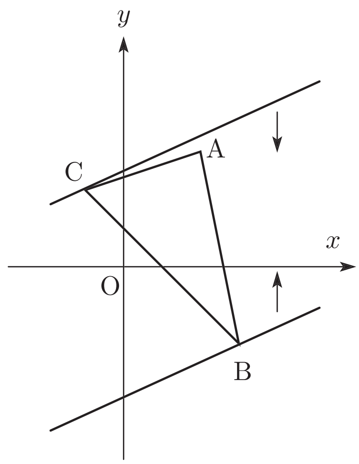


(3) $y = \dfrac{1}{2}x + b$ が点 B を通るとき，$b = -\dfrac{7}{2}$

同様に，点 C を通るとき，$b = \dfrac{5}{2}$

よって，求める b の値の範囲は，

$$\boldsymbol{-\frac{7}{2} \leqq b \leqq \frac{5}{2}}$$



【2】(1) 傾きは，$\dfrac{0-4}{8-0}=-\dfrac{1}{2}$

よって，y 切片は 4 だから，$\boldsymbol{y=-\dfrac{1}{2}x+4}$

(2) $\triangle$ ACB= $\triangle$ ADB(面積が等しい) より，AB//CD だから，

直線 CD は，傾きが $-\dfrac{1}{2}$ で，点 C (6, 6) を通るので，

$$y=-\frac{1}{2}(x-6)+6$$

整理して，$y=-\dfrac{1}{2}x+9$

点 D は，この直線上にあるので，$x=-3$ を代入して，$y=\dfrac{3}{2}+9=\dfrac{21}{2}$

よって，y 座標は $\boldsymbol{\dfrac{21}{2}}$

(3) 四角形 OACB

$=\triangle\,\mathrm{OAC}+\triangle\,\mathrm{OBC}$

$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 6+\dfrac{1}{2}\times 4\times 6=24+12=36$

$\triangle$ OAC=24 より，求める直線は OA と交わる．

その交点を P(p, 0) とすると，

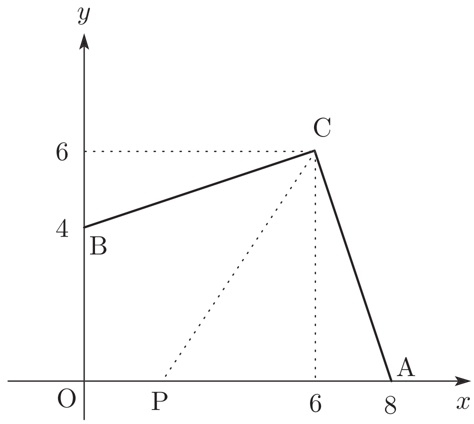
$\triangle$ ACP= 18 より，

$$\frac{1}{2}\times(8-p)\times 6=18$$

よって，$p=2$

したがって，2 点 C(6, 6)，P(2, 0) を通る直線を求めて，

$$\boldsymbol{y=\frac{3}{2}x-3}$$



小テスト

【1】(1) $\boldsymbol{y = -3x + 19}$

(2) $\boldsymbol{y = 5x - 6}$

(3) $\boldsymbol{y = 4}$

(4) $\boldsymbol{x = -3}$

(5) $\boldsymbol{y = 2x + 1}$

(6) $\boldsymbol{y = -2x}$

2MJSS/2MJS/2MJ
中２選抜東大・医学部数学
中２数学
中２東大数学

Z-KAI

会員番号	

氏　名	