問題

【1】(1)　$480^\circ = 120^\circ + 360^\circ$ より，$\mathbf{120^\circ}$　(答)
これは **第 2 象限の角** である．　(答)

(2)　$-150^\circ = 210^\circ - 360^\circ$ より，$\mathbf{210^\circ}$　(答)
これは **第 3 象限の角** である．　(答)

(3)　$1150^\circ = 70^\circ + 360^\circ \times 3$ より，$\mathbf{70^\circ}$　(答)
これは **第 1 象限の角** である．　(答)

(4)　$-800^\circ = 280^\circ - 360^\circ \times 3$ より，$\mathbf{280^\circ}$　(答)
これは **第 4 象限の角** である．　(答)

(5)　$600^\circ = 240^\circ + 360^\circ$ より，$\mathbf{240^\circ}$　(答)
これは **第 3 象限の角** である．　(答)

(6)　$-350^\circ = 10^\circ - 360^\circ$ より，$\mathbf{10^\circ}$　(答)
これは **第 1 象限の角** である．　(答)

(7)　$-550^\circ = 170^\circ - 360^\circ \times 2$ より，$\mathbf{170^\circ}$　(答)
これは **第 2 象限の角** である．　(答)

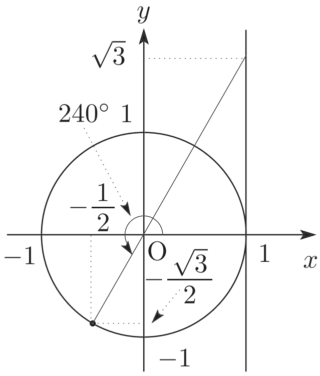
(8)　$700^\circ = 340^\circ + 360^\circ$ より，$\mathbf{340^\circ}$　(答)
これは **第 4 象限の角** である．　(答)

【2】(1)　右の図より

$$\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (答)$$

$$\cos 240^\circ = -\frac{1}{2} \quad (答)$$

$$\tan 240^\circ = \sqrt{3} \quad (答)$$

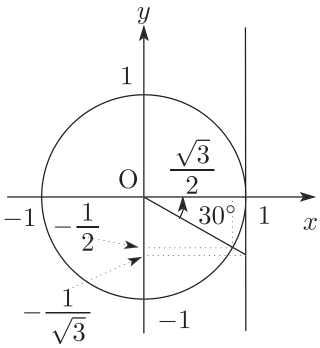


(2)　右の図より

$$\sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2} \quad (答)$$

$$\cos(-30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (答)$$

$$\tan(-30^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (答)$$



(3)　$855^\circ = 135^\circ + 360^\circ \times 2$ だから，右の図より

$$\sin 855^\circ = \sin 135^\circ$$

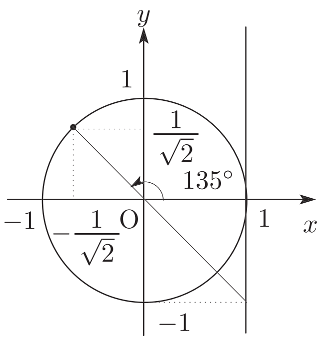
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (答)$$

$$\cos 855^\circ = \cos 135^\circ$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (答)$$

$$\tan 855^\circ = \tan 135^\circ$$

$$= -1 \quad (答)$$

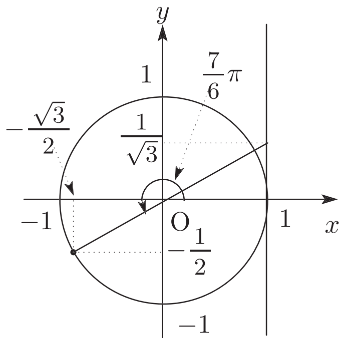


(4)　右の図より

$$\sin\frac{7}{6}\pi=-\boldsymbol{\frac{1}{2}}\qquad\text{(答)}$$

$$\cos\frac{7}{6}\pi=-\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}\qquad\text{(答)}$$

$$\tan\frac{7}{6}\pi=\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{3}}}\qquad\text{(答)}$$

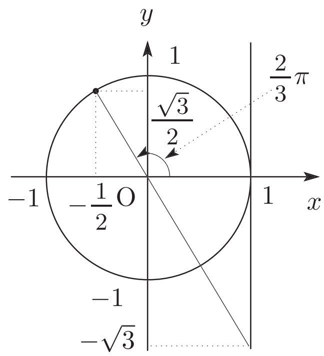


(5)　$-\dfrac{4}{3}\pi=\dfrac{2}{3}\pi-2\pi$ だから，右の図より

$$\sin\left(-\frac{4}{3}\pi\right)=\sin\frac{2}{3}\pi$$
$$=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}\qquad\text{(答)}$$

$$\cos\left(-\frac{4}{3}\pi\right)=\cos\frac{2}{3}\pi$$
$$=-\boldsymbol{\frac{1}{2}}\qquad\text{(答)}$$

$$\tan\left(-\frac{4}{3}\pi\right)=\tan\frac{2}{3}\pi$$
$$=\boldsymbol{-\sqrt{3}}\qquad\text{(答)}$$

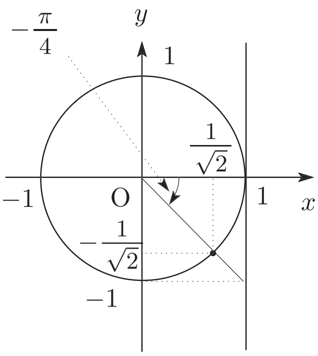


(6)　$\dfrac{15}{4}\pi=-\dfrac{\pi}{4}+4\pi$ だから，右の図より

$$\sin\left(\frac{15}{4}\pi\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$
$$=-\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2}}}\qquad\text{(答)}$$

$$\cos\left(\frac{15}{4}\pi\right)=\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$
$$=\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2}}}\qquad\text{(答)}$$

$$\tan\left(\frac{15}{4}\pi\right)=\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$
$$=\boldsymbol{-1}\qquad\text{(答)}$$



【3】(1) $(与式) = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\boldsymbol{\frac{3}{4}}$ (答)

(2) $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$

θ は第 4 象限の角だから，$\cos\theta > 0$

よって, $\cos\theta = \sqrt{\frac{8}{9}} = \boldsymbol{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$ (答)

したがって, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{4}}$ (答)

(3) $\frac{1}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta + 1 = (-2)^2 + 1 = 5$ より, $\cos^2\theta = \frac{1}{5}$

θ は第 2 象限の角だから，$\cos\theta < 0$

よって, $\cos\theta = -\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{5}}}$ (答)

したがって, $\sin\theta = \tan\theta\cos\theta = -2 \times \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \boldsymbol{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$ (答)

(4) $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{4}$

$\therefore 2\sin\theta\cos\theta + 1 = \frac{1}{4}$ より, $\sin\theta\cos\theta = -\boldsymbol{\frac{3}{8}}$ (答)

また，$\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)(\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$$= \frac{1}{2} \times \left\{1 - \left(-\frac{3}{8}\right)\right\}$$

$$= \boldsymbol{\frac{11}{16}}$$ (答)

(5) $1 + \tan\theta = (2 + \sqrt{3})(1 - \tan\theta)$

$\therefore\ \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ここで，$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ より，$\cos\theta > 0$，$\sin\theta > 0$ であるから

$\cos^2\theta = \frac{1}{1 + \tan^2\theta} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{3}{4}$

$\therefore\ \cos\theta = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ (答)

$\therefore\ \sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \boldsymbol{\frac{1}{2}}$ (答)

(6)　$\cos\theta = 0$ のとき与式は不成立だから，$\cos\theta\ (\neq 0)$ で左辺の分母分子を割って

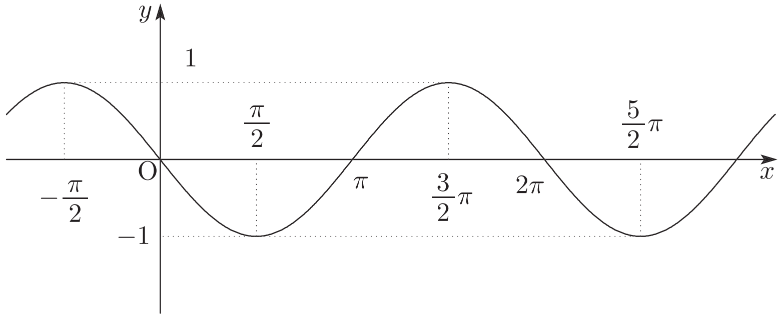
$$\frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta} = \sqrt{2}-1$$

$\therefore\ \tan\theta = \mathbf{1-\sqrt{2}}$　　(答)

また

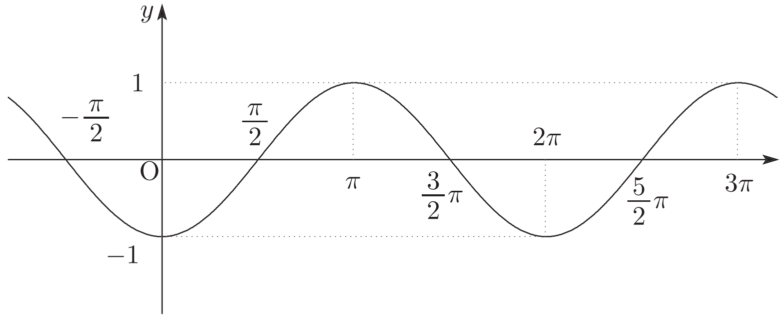
$$\cos^2\theta = \frac{1}{\tan^2\theta+1} = \frac{1}{(1-\sqrt{2})^2+1} = \frac{1}{4-2\sqrt{2}} = \mathbf{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} \qquad \text{(答)}$$

【4】(1)　$y = \sin x$ のグラフを x 軸に関して対称移動したグラフだから



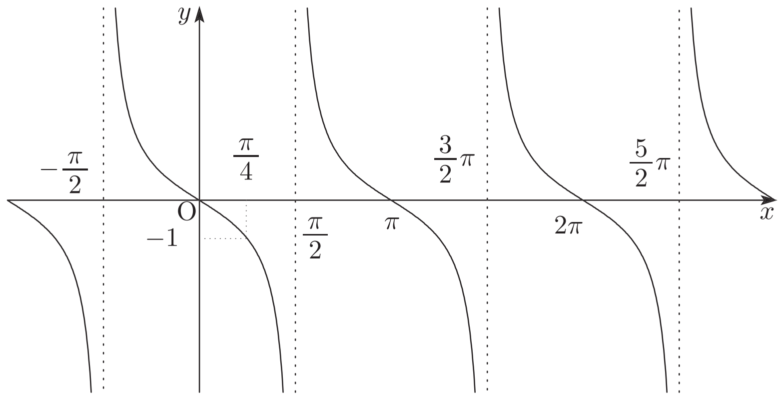
(答)

(2)　$y = \cos x$ のグラフを x 軸に関して対称移動したグラフだから



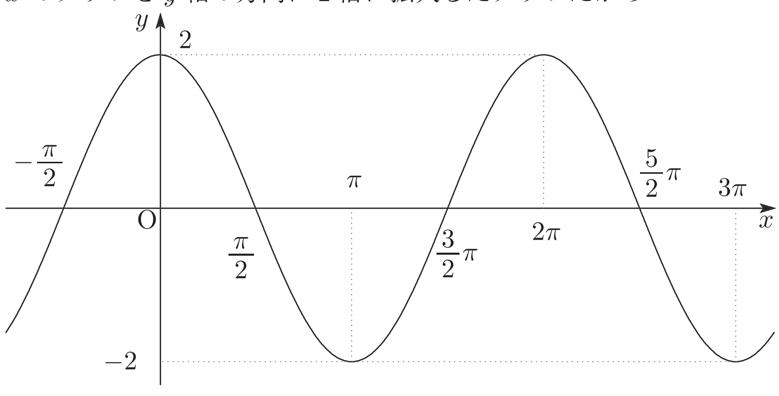
(答)

(3)　$y = \tan x$ のグラフを x 軸に関して対称移動したグラフだから



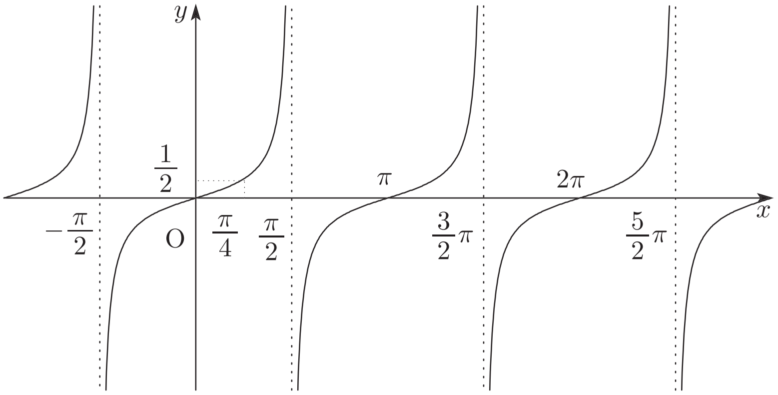
(答)

(4)　$y = \cos x$ のグラフを y 軸の方向に 2 倍に拡大したグラフだから



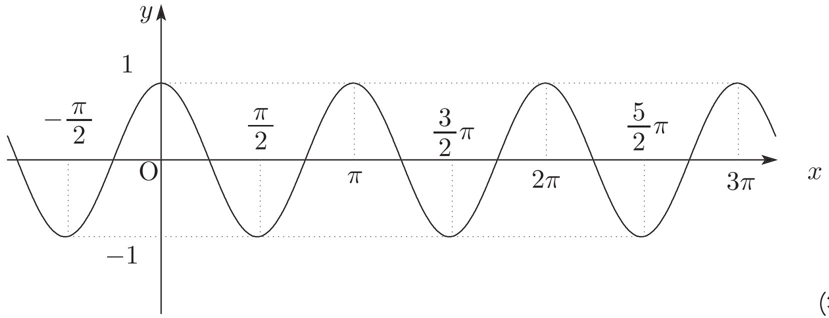
(答)

(5)　$y = \tan x$ のグラフを y 軸の方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍に拡大したグラフだから



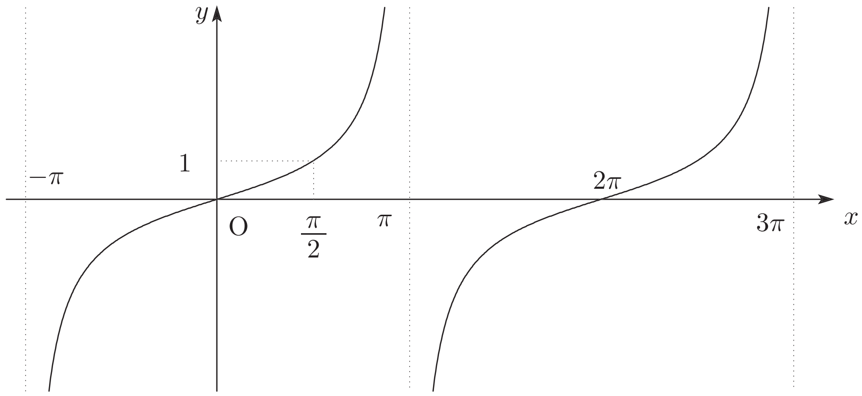
(答)

(6)　$y = \cos x$ のグラフを x 軸の方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍に拡大したグラフだから



(答)

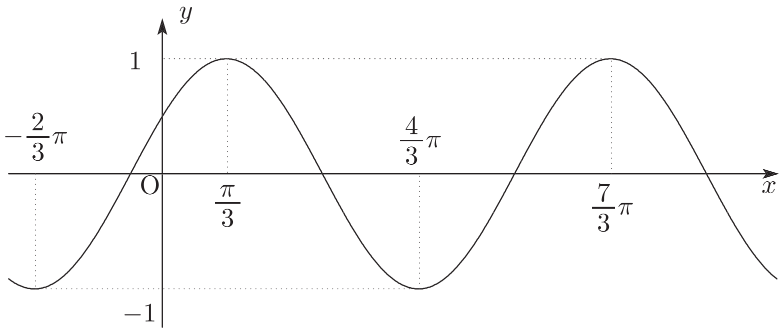
(7)　$y = \tan x$ のグラフを x 軸の方向に 2 倍に拡大したグラフだから



(答)

【5】〔I〕

(1)



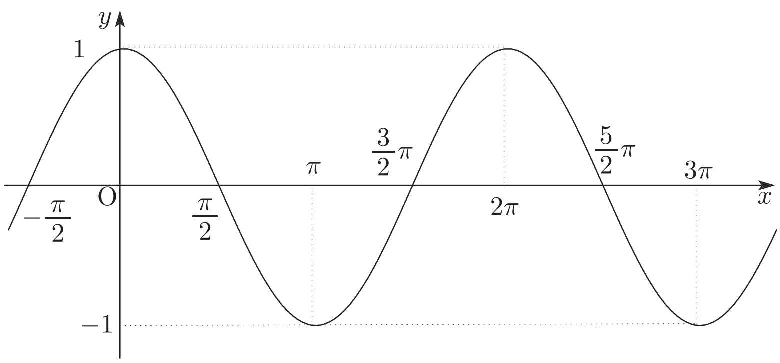
グラフは，上図のとおり．　(答)

これは

$$\boldsymbol{y = \cos x}\ \text{のグラフを}\ \boldsymbol{x}\ \text{軸の正方向に}\ \boldsymbol{\frac{\pi}{3}}\ \text{平行移動したグラフ}\qquad\text{(答)}$$

である．

(2)



グラフは上図のとおり．　(答)

これは

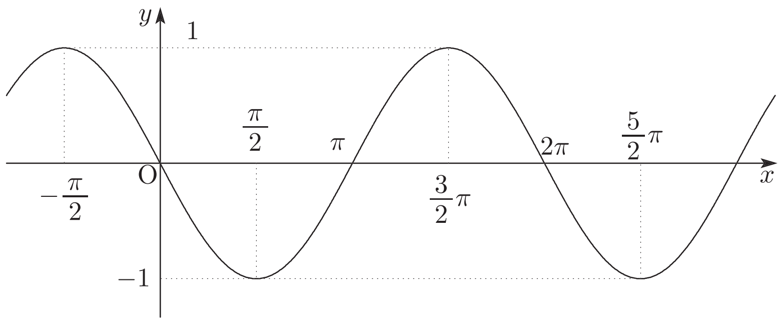
$$\boldsymbol{y = \sin x}\ \text{のグラフを}\ \boldsymbol{x}\ \text{軸の正方向に}\ \boldsymbol{-\frac{\pi}{2}}\ \text{平行移動させたグラフ}\ \text{(答)}$$

である．

＜参考＞

このグラフは，$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$ より $y = \cos x$ のグラフと一致する．

(3)



グラフは上図のとおり.　　　(答)

これは

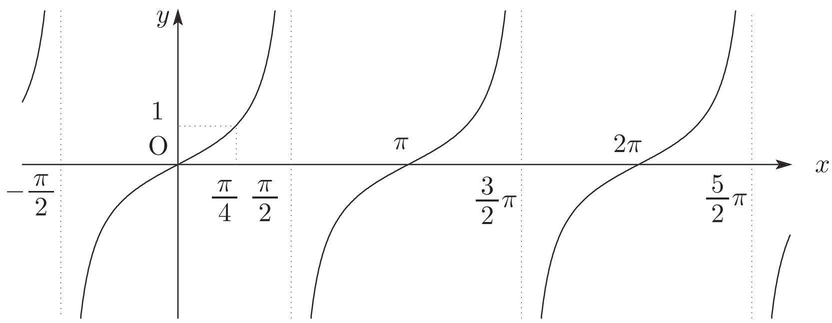
$$\boldsymbol{y = \cos x} \text{ のグラフを } \boldsymbol{x} \text{ 軸の正方向に } \boldsymbol{\frac{3}{2}\pi} \text{ 平行移動させたグラフ (答)}$$

である.

＜参考＞

このグラフは, $y = \cos\left(x - \frac{3}{2}\pi\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$ より $y = -\sin x$ のグラフと一致する.

(4)



これは

$$\boldsymbol{y = \tan x} \text{ のグラフを } \boldsymbol{x} \text{ 軸の正方向に } \boldsymbol{\pi} \text{ 平行移動させたグラフ (答)}$$

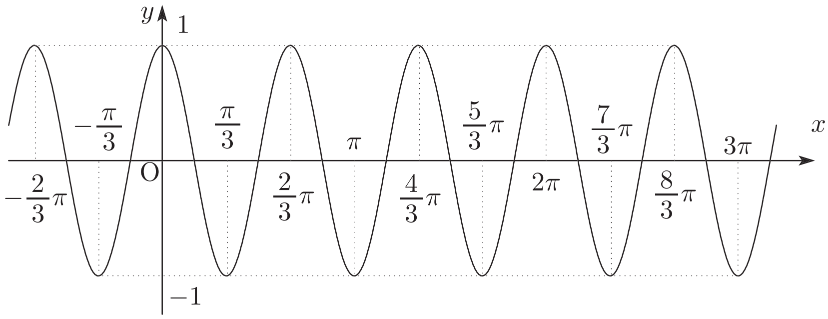
である.

＜参考＞

このグラフは, $y = \tan(x - \pi) = \tan x$ より $y = \tan x$ のグラフと一致する.

〔II〕

(1)



グラフは，上図のとおり．　　　(答)

＜参考＞

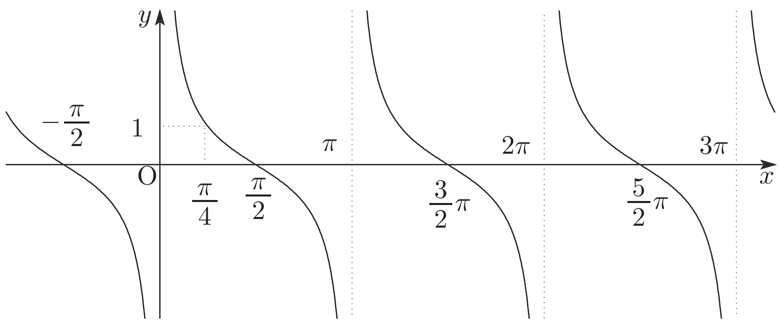
これは，$y = \sin\left(3x + \dfrac{\pi}{2}\right) = \sin\left\{3\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)\right\}$ より

$y = \sin x$ のグラフを x 軸の方向に $\dfrac{1}{3}$ 倍に拡大した

$y = \sin 3x$ のグラフを x 軸の正方向に $-\dfrac{\pi}{6}$ 平行移動したグラフ

である．

(2)



グラフは上図のとおり．　　　(答)

＜参考＞

これは，$y = \tan\left(-x - \dfrac{\pi}{2}\right) = \tan\left\{-\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right)\right\}$ より

$y = \tan x$ のグラフを y 軸に関して対称移動させた

$y = \tan(-x)$ のグラフを x 軸の正方向に $-\dfrac{\pi}{2}$ 平行移動させたグラフ

である．

添削課題

【1】(1) 一般角は

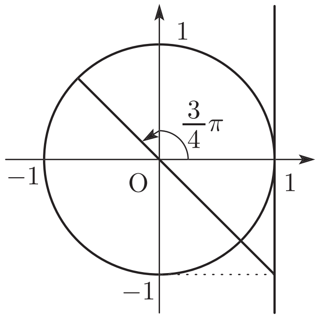
$$\boldsymbol{\frac{3}{4}\pi + 2n\pi}\ \textbf{(}\boldsymbol{n}\ \textbf{は整数)} \qquad \text{(答)}$$

また

$$\sin\frac{3}{4}\pi = \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2}}} \qquad \text{(答)}$$

$$\cos\frac{3}{4}\pi = \boldsymbol{-\frac{1}{\sqrt{2}}} \qquad \text{(答)}$$

$$\tan\frac{3}{4}\pi = \boldsymbol{-1} \qquad \text{(答)}$$



(2) $5\pi = \pi + 2\pi \times 2$ より，一般角は

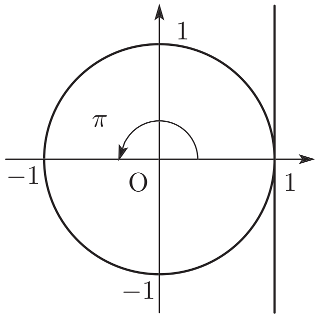
$$\boldsymbol{\pi + 2n\pi}\ \textbf{(}\boldsymbol{n}\ \textbf{は整数)} \qquad \text{(答)}$$

また

$$\sin 5\pi = \sin\pi = \boldsymbol{0} \qquad \text{(答)}$$

$$\cos 5\pi = \cos\pi = \boldsymbol{-1} \qquad \text{(答)}$$

$$\tan 5\pi = \tan\pi = \boldsymbol{0} \qquad \text{(答)}$$



(3) $-\frac{17}{6}\pi = \frac{7}{6}\pi - 2\pi \times 2$ より，一般角は

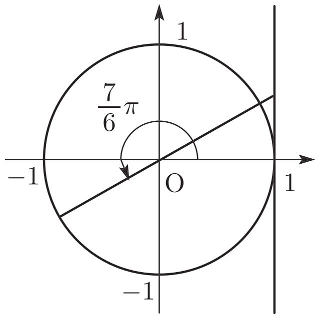
$$\boldsymbol{\frac{7}{6}\pi + 2n\pi}\ \textbf{(}\boldsymbol{n}\ \textbf{は整数)} \qquad \text{(答)}$$

また

$$\sin\left(-\frac{17}{6}\pi\right) = \sin\frac{7}{6}\pi = \boldsymbol{-\frac{1}{2}} \qquad \text{(答)}$$

$$\cos\left(-\frac{17}{6}\pi\right) = \cos\frac{7}{6}\pi = \boldsymbol{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \qquad \text{(答)}$$

$$\tan\left(-\frac{17}{6}\pi\right) = \tan\frac{7}{6}\pi = \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{3}}} \qquad \text{(答)}$$



(4) $-\frac{\pi}{3} = \frac{5}{3}\pi - 2\pi$ より，一般角は

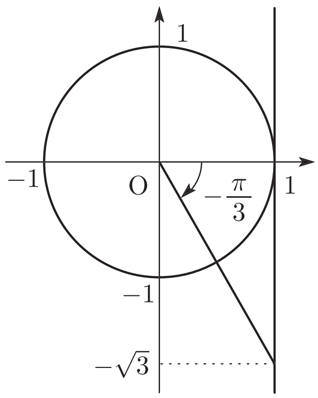
$$\boldsymbol{\frac{5}{3}\pi + 2n\pi}\ \textbf{(}\boldsymbol{n}\ \textbf{は整数)} \qquad \text{(答)}$$

また

$$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \boldsymbol{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \qquad \text{(答)}$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \boldsymbol{\frac{1}{2}} \qquad \text{(答)}$$

$$\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \boldsymbol{-\sqrt{3}} \qquad \text{(答)}$$



【2】$\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ より

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4}{5}$$

θ は第 3 象限の角 $\left(\pi < \theta < \dfrac{3}{2}\pi\right)$ より，$\sin\theta < 0$ であるから

$$\sin\theta = -\boldsymbol{\frac{2}{\sqrt{5}}} \qquad (答)$$

したがって，

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-\dfrac{2}{\sqrt{5}}}{-\dfrac{1}{\sqrt{5}}} = \mathbf{2} \qquad (答)$$

【3】(1) $\sin\theta - \cos\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ の両辺を 2 乗して

$$\begin{aligned}(\sin\theta - \cos\theta)^2 &= \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 \\ \sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta &= \frac{2}{9} \\ 1 - 2\sin\theta\cos\theta &= \frac{2}{9} \\ \therefore\ \sin\theta\cos\theta &= \boldsymbol{\frac{7}{18}} \qquad (答)\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}(\sin\theta + \cos\theta)^2 &= \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta \\ &= 1 + 2 \times \frac{7}{18} \\ &= \frac{16}{9}\end{aligned}$$

$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ より，$\sin\theta \geqq 0$，$\cos\theta \geqq 0$ だから，$\sin\theta + \cos\theta \geqq 0$
よって

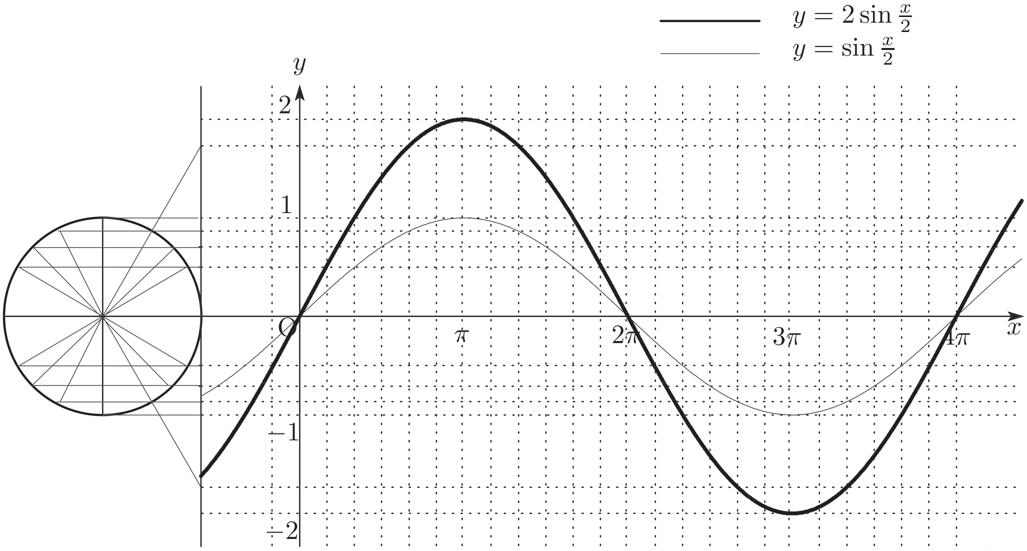
$$\sin\theta + \cos\theta = \boldsymbol{\frac{4}{3}} \qquad (答)$$

【4】(1)

関数 $y=2\sin\dfrac{x}{2}$ のグラフは，$y=\sin x$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{\mathbf{2}}$ 倍，y 軸方向に $\boxed{\mathbf{2}}$ 倍に拡大したグラフである．

また，関数 $y=2\sin\dfrac{x}{2}$ の周期のうちで正で最小のものは $\boxed{\mathbf{4\pi}}$ である．

(2)



(答)

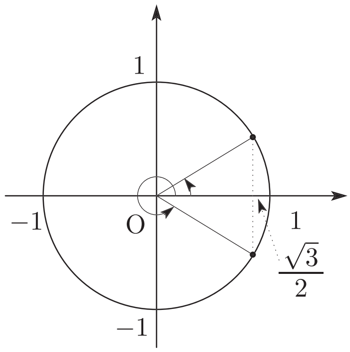
問題

【1】(1) 右図より

$$\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{11}{6}\pi} \qquad \text{(答)}$$

であるから，一般解は

$$\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{6} + 2n\pi,}$$
$$\boldsymbol{\frac{11}{6}\pi + 2n\pi} \quad (n \text{ は整数}) \qquad \text{(答)}$$

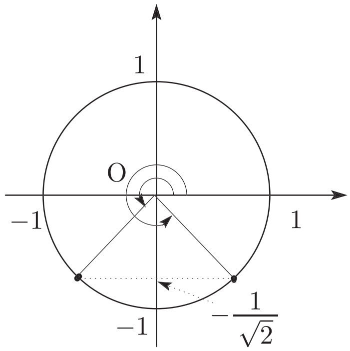


(2) 右図より

$$\boldsymbol{\theta = \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi} \qquad \text{(答)}$$

であるから，一般解は

$$\boldsymbol{\theta = \frac{5}{4}\pi + 2n\pi,}$$
$$\boldsymbol{\frac{7}{4}\pi + 2n\pi} \quad (n \text{ は整数}) \qquad \text{(答)}$$

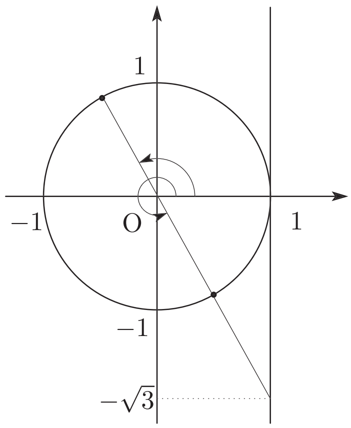


(3) 右図より

$$\boldsymbol{\theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi} \qquad \text{(答)}$$

であるから，一般解は

$$\boldsymbol{\theta = \frac{2}{3}\pi + n\pi} \quad (n \text{ は整数}) \qquad \text{(答)}$$



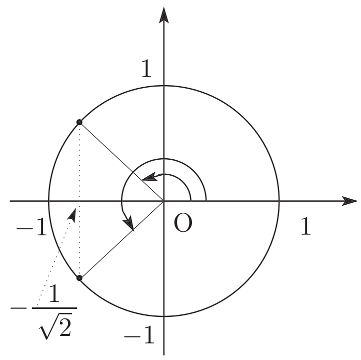
(4) $\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

したがって，右図より

$\boldsymbol{\theta = \dfrac{3}{4}\pi, \dfrac{5}{4}\pi}$　　(答)

であるから，一般解は

$\boldsymbol{\theta = \dfrac{3}{4}\pi + 2n\pi,}$
$\boldsymbol{\dfrac{5}{4}\pi + 2n\pi}$　(n は整数)　　(答)



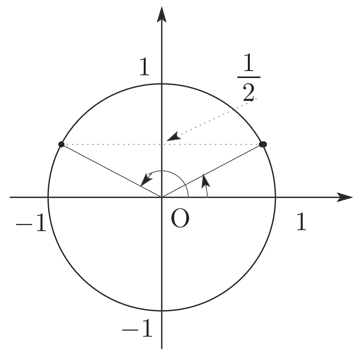
(5) $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$

したがって，右図より

$\boldsymbol{\theta = \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5}{6}\pi}$　　(答)

であるから，一般解は

$\boldsymbol{\theta = \dfrac{\pi}{6} + 2n\pi,}$
$\boldsymbol{\dfrac{5}{6}\pi + 2n\pi}$　(n は整数)　　(答)



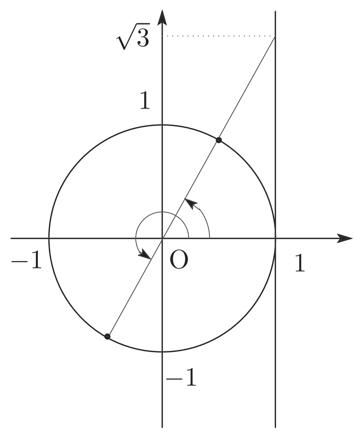
(6) $\tan\theta = \sqrt{3}$

したがって，右図より

$\boldsymbol{\theta = \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{4}{3}\pi}$　　(答)

であるから，一般解は

$\boldsymbol{\theta = \dfrac{\pi}{3} + n\pi}$　(n は整数)　　(答)



【2】(1)
$$\begin{aligned} 2\sin^2\theta - 3\sin\theta &= 0 \\ \sin\theta(2\sin\theta - 3) &= 0 \end{aligned}$$

ここで，$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ より，$\sin\theta = 0$

よって，$\boldsymbol{\theta = 0,\ \pi}$　　(答)

(2)
$$\begin{aligned} 2\sin^2\theta - \cos\theta - 1 &= 0 \\ 2(1-\cos^2\theta) - \cos\theta - 1 &= 0 \\ -2\cos^2\theta - \cos\theta + 1 &= 0 \\ 2\cos^2\theta + \cos\theta - 1 &= 0 \\ (2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 1) &= 0 \\ \therefore\ \cos\theta &= \frac{1}{2},\ -1 \end{aligned}$$

よって，$\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{3},\ \pi,\ \frac{5}{3}\pi}$　　(答)

(3)
$$\begin{aligned} \cos^2\theta + 2\sin\theta + 2 &= 0 \\ 1 - \sin^2\theta + 2\sin\theta + 2 &= 0 \\ -\sin^2\theta + 2\sin\theta + 3 &= 0 \\ \sin^2\theta - 2\sin\theta - 3 &= 0 \\ (\sin\theta + 1)(\sin\theta - 3) &= 0 \end{aligned}$$

ここで，$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ より，$\sin\theta = -1$

よって，$\boldsymbol{\theta = \frac{3}{2}\pi}$　　(答)

(4)
$$\begin{aligned} \tan\theta &= \sqrt{2}\cos\theta \\ \frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \sqrt{2}\cos\theta &= 0 \\ \sin\theta - \sqrt{2}\cos^2\theta &= 0 \\ \sin\theta - \sqrt{2}(1-\sin^2\theta) &= 0 \\ \therefore\ \sqrt{2}\sin^2\theta + \sin\theta - \sqrt{2} &= 0 \\ (\sqrt{2}\sin\theta - 1)(\sin\theta + \sqrt{2}) &= 0 \end{aligned}$$

ここで，$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ より，$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

よって，$\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{4},\ \frac{3}{4}\pi}$　　(答)

(5)
$$2\cos^2\theta-\sqrt{3}\sin\theta+1=0$$
$$2(1-\sin^2\theta)-\sqrt{3}\sin\theta+1=0$$
$$\therefore\ 2\sin^2\theta+\sqrt{3}\sin\theta-3=0$$
$$(2\sin\theta-\sqrt{3})(\sin\theta+\sqrt{3})=0$$

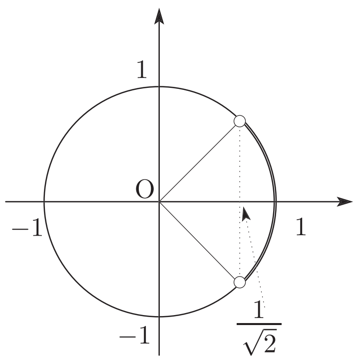
ここで，$-1\leqq\sin\theta\leqq 1$ より，$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

よって，$\boldsymbol{\theta=\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{2}{3}\pi}$　　(答)

【3】(1)　$\cos\theta>\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

右図より，これをみたす θ の値の範囲は

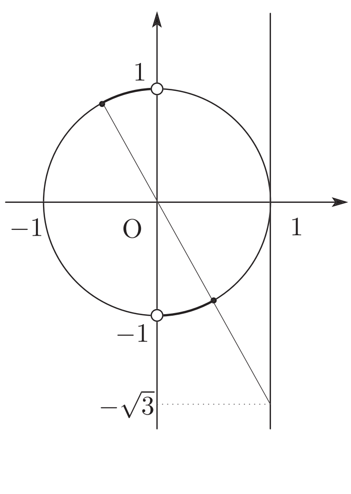
$$\boldsymbol{0\leqq\theta<\frac{\pi}{4},\ \frac{7}{4}\pi<\theta<2\pi}\qquad(答)$$



(2)　$\tan\theta\leqq-\sqrt{3}$

右図より，これをみたす θ の値の範囲は

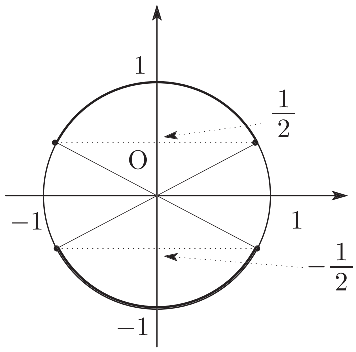
$$\boldsymbol{\frac{\pi}{2}<\theta\leqq\frac{2}{3}\pi,\ \frac{3}{2}\pi<\theta\leqq\frac{5}{3}\pi}\qquad(答)$$



(3)
$$4\sin^2\theta - 1 \geqq 0$$
$$(2\sin\theta + 1)(2\sin\theta - 1) \geqq 0$$
$$\sin\theta \leqq -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2} \leqq \sin\theta$$

右図より，

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{6} \leqq \theta \leqq \frac{5}{6}\pi,\ \frac{7}{6}\pi \leqq \theta \leqq \frac{11}{6}\pi} \qquad \text{(答)}$$



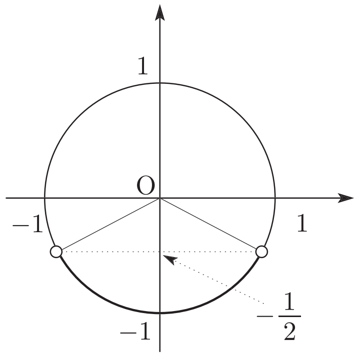
(4)
$$2\cos^2\theta + \sin\theta - 1 < 0$$
$$2(1 - \sin^2\theta) + \sin\theta - 1 < 0$$
$$-2\sin^2\theta + \sin\theta + 1 < 0$$
$$\therefore 2\sin^2\theta - \sin\theta - 1 > 0$$
$$(2\sin\theta + 1)(\sin\theta - 1) > 0$$

ここで，$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ より

$$\sin\theta - 1 \leqq 0$$
$$2\sin\theta + 1 < 0$$
$$\therefore\ \sin\theta < -\frac{1}{2}$$

右図より，

$$\boldsymbol{\frac{7}{6}\pi < \theta < \frac{11}{6}\pi} \qquad \text{(答)}$$



【4】(1) まず，$\cos\theta \neq 0$ であることから，$\theta \neq \dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3}{2}\pi$

(i) $\cos\theta > 0$ $\left(すなわち\ 0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi\right)$ のとき

$$\frac{1}{\cos\theta} \leqq \frac{1}{2} \text{ より，}\quad \cos\theta \geqq 2$$

これをみたす θ は存在しない．

(ii) $\cos\theta < 0$ $\left(すなわち\ \dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{3}{2}\pi\right)$ のとき

$$\frac{1}{\cos\theta} \leqq \frac{1}{2} \text{ より，}\quad \cos\theta \leqq 2$$

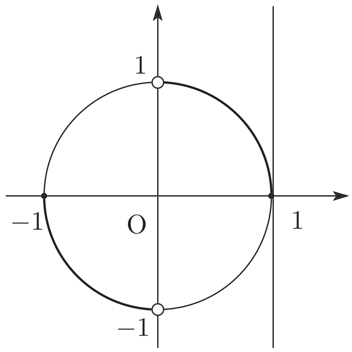
これは常に成り立つ．

よって

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{2}\pi} \qquad \text{(答)}$$

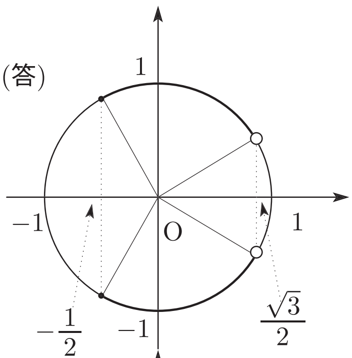
(2) 右図より

$$\boldsymbol{0 \leqq \theta < \frac{\pi}{2},\ \pi \leqq \theta < \frac{3}{2}\pi} \qquad \text{(答)}$$



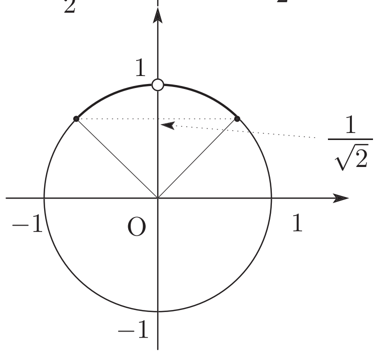
【5】(1) 右図より

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{6} < \theta \leqq \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi \leqq \theta < \frac{11}{6}\pi} \qquad \text{(答)}$$



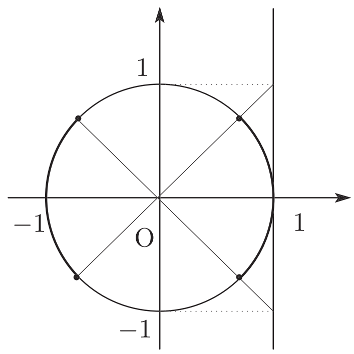
(2) 右図より

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{4} \leqq \theta < \frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2} < \theta \leqq \frac{3}{4}\pi} \qquad \text{(答)}$$



(3) 右図より

$$\boldsymbol{0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{4},\ \frac{3}{4}\pi \leqq \theta \leqq \frac{5}{4}\pi,}$$
$$\boldsymbol{\frac{7}{4}\pi \leqq \theta < 2\pi} \qquad \text{(答)}$$



(4) $-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ であるから，与式は常に成立する．
よって

$$\boldsymbol{0 \leqq \theta < 2\pi} \qquad \text{(答)}$$

【6】(1) $\left(\cos x - \dfrac{1}{2}\right)(\tan x - 1) \geqq 0$ より

(i) $\cos x - \dfrac{1}{2} \leqq 0$ かつ $\tan x - 1 \leqq 0$ のとき
この不等式をみたす x は存在しない．

(ii) $\cos x - \dfrac{1}{2} \geqq 0$ かつ $\tan x - 1 \geqq 0$ のとき

$$0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{3} \text{ かつ } \frac{\pi}{4} \leqq x < \frac{\pi}{2} \qquad \therefore\ \frac{\pi}{4} \leqq x \leqq \frac{\pi}{3}$$

以上より，

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{4} \leqq x \leqq \frac{\pi}{3}} \qquad \text{(答)}$$

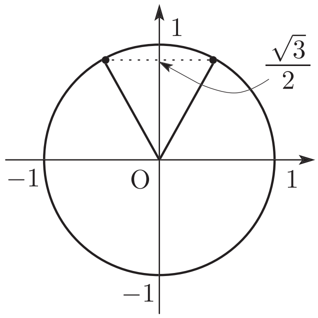
(2)
$$\begin{aligned}
4-\sqrt{3}-2(\sqrt{3}-1)\sin\theta-4\cos^2\theta &\leqq 0\\
4-\sqrt{3}-2(\sqrt{3}-1)\sin\theta-4(1-\sin^2\theta) &\leqq 0\\
4\sin^2\theta-2(\sqrt{3}-1)\sin\theta-\sqrt{3} &\leqq 0\\
(2\sin\theta-\sqrt{3})(2\sin\theta+1) &\leqq 0\\
\therefore\ -\frac{1}{2} \leqq \sin\theta &\leqq \frac{\sqrt{3}}{2}
\end{aligned}$$

よって

$$\boldsymbol{0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{3},\ \frac{2}{3}\pi \leqq \theta \leqq \frac{7}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi \leqq \theta < 2\pi} \qquad \text{(答)}$$

添削課題

【1】(1) $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ より，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で

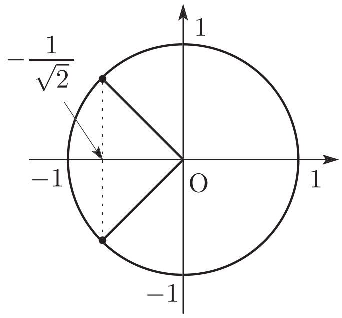


$$\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi} \qquad \text{(答)}$$

よって，一般解は

$$\boldsymbol{\theta = \begin{cases} \dfrac{\pi}{3} + 2n\pi \\ \dfrac{2}{3}\pi + 2n\pi \end{cases}} \quad \textbf{(}\boldsymbol{n}\ \textbf{は整数)} \qquad \text{(答)}$$

(2) $\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ より，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で

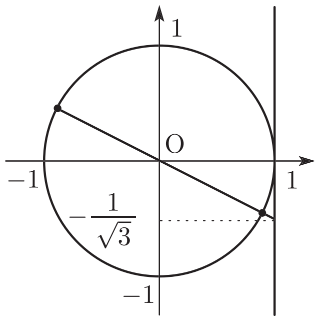


$$\boldsymbol{\theta = \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi} \qquad \text{(答)}$$

よって，一般解は

$$\boldsymbol{\theta = \begin{cases} \dfrac{3}{4}\pi + 2n\pi \\ \dfrac{5}{4}\pi + 2n\pi \end{cases}} \quad \textbf{(}\boldsymbol{n}\ \textbf{は整数)} \qquad \text{(答)}$$

(3) $\tan\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ より，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で

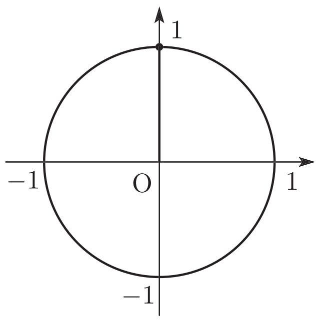


$$\boldsymbol{\theta = \frac{5}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi} \qquad \text{(答)}$$

よって，一般解は

$$\boldsymbol{\theta = \frac{5}{6}\pi + n\pi} \quad \textbf{(}\boldsymbol{n}\ \textbf{は整数)} \qquad \text{(答)}$$

(4) $\sin\theta = 1$ より，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で



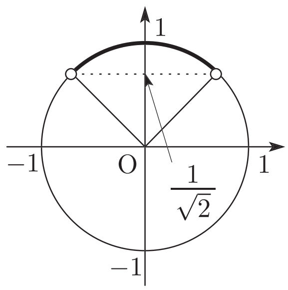
$$\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{2}} \qquad \text{(答)}$$

よって，一般解は

$$\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{2} + 2n\pi} \quad \textbf{(}\boldsymbol{n}\ \textbf{は整数)} \qquad \text{(答)}$$

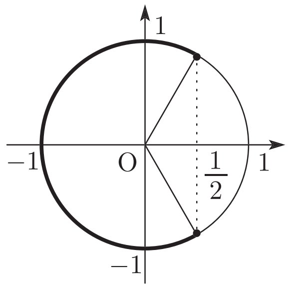
【2】(1) $\sin\theta > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ より，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{3}{4}\pi} \qquad \text{(答)}$$



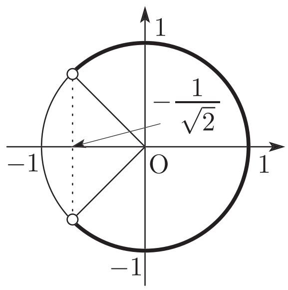
(2) $\cos\theta \leqq \dfrac{1}{2}$ より，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{3} \leqq \theta \leqq \frac{5}{3}\pi} \qquad \text{(答)}$$



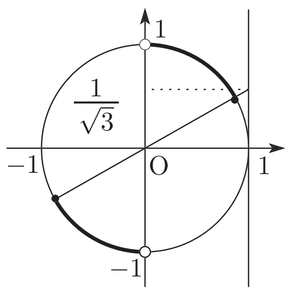
(3) $\cos\theta > -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ より，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で

$$\boldsymbol{0 \leqq \theta < \frac{3}{4}\pi,\ \frac{5}{4}\pi < \theta < 2\pi} \qquad \text{(答)}$$



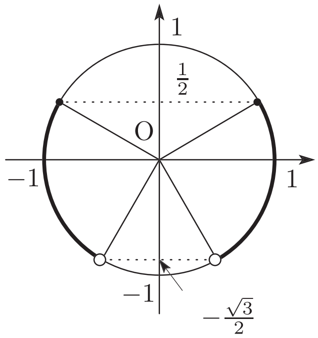
(4) $\tan\theta \geqq \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ より，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{6} \leqq \theta < \frac{\pi}{2},\ \frac{7}{6}\pi \leqq \theta < \frac{3}{2}\pi} \qquad \text{(答)}$$



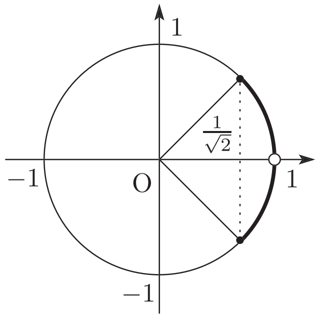
【3】(1) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2} < \sin\theta \leqq \dfrac{1}{2}$ より，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で

$$\boldsymbol{0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi \leqq \theta < \frac{4}{3}\pi,}$$
$$\boldsymbol{\frac{5}{3}\pi < \theta < 2\pi} \qquad \text{(答)}$$



(2) $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \leqq \cos\theta < 1$ より，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で

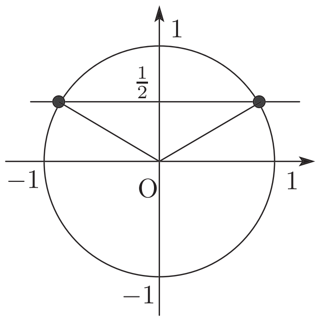
$$\boldsymbol{0 < \theta \leqq \frac{\pi}{4},\ \frac{7}{4}\pi \leqq \theta < 2\pi} \qquad \text{(答)}$$



(3) $0 \leqq \theta < 2\pi$ より，$\dfrac{\pi}{2} \leqq 2\theta + \dfrac{\pi}{2} < \dfrac{9}{2}\pi$

この範囲で，$\sin\left(2\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$ を満たすのは，

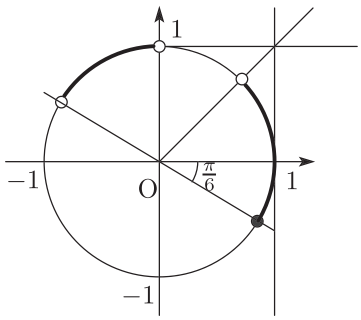
$$2\theta + \frac{\pi}{2} = \frac{5}{6}\pi,\ \frac{13}{6}\pi,\ \frac{17}{6}\pi,\ \frac{25}{6}\pi$$
$$\therefore\ \boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi,\ \frac{7}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi} \qquad \text{(答)}$$



(4) $0 \leqq \theta < 2\pi$ より，$-\dfrac{\pi}{6} \leqq \dfrac{\theta}{2} - \dfrac{\pi}{6} < \dfrac{5}{6}\pi$

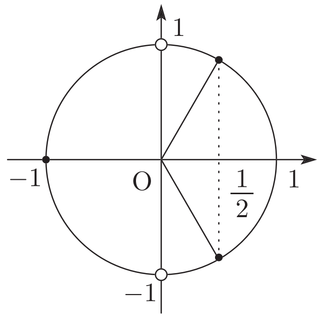
この範囲で，$\tan\left(\dfrac{\theta}{2} - \dfrac{\pi}{6}\right) < 1$ を満たすのは，

$$-\frac{\pi}{6} \leqq \frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{2} < \frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{6} < \frac{5}{6}\pi$$
$$\therefore\ \boldsymbol{0 \leqq \theta < \frac{5}{6}\pi,\ \frac{4}{3}\pi < \theta < 2\pi} \qquad \text{(答)}$$



【4】(1)

$$\sin\theta\tan\theta - 1 = \cos\theta$$
$$\sin\theta \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} - 1 = \cos\theta$$
$$\sin^2\theta - \cos\theta = \cos^2\theta$$
$$(1-\cos^2\theta) - \cos\theta = \cos^2\theta$$
$$2\cos^2\theta + \cos\theta - 1 = 0$$
$$(2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 1) = 0$$
$$\therefore\ \cos\theta = \frac{1}{2},\ -1$$

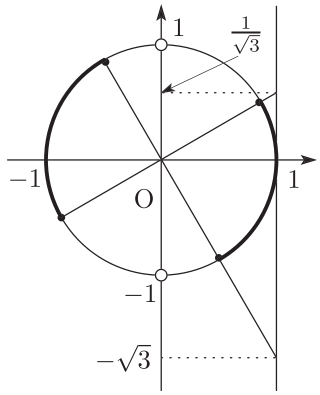


よって

$$\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{3},\ \pi,\ \frac{5}{3}\pi} \qquad \text{(答)}$$

(2)

$$\sqrt{3}\tan^2\theta + 2\tan\theta - \sqrt{3} \leqq 0$$
$$(\sqrt{3}\tan\theta - 1)(\tan\theta + \sqrt{3}) \leqq 0$$
$$\therefore\ -\sqrt{3} \leqq \tan\theta \leqq \frac{1}{\sqrt{3}}$$



よって

$$\boldsymbol{0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{6},\ \frac{2}{3}\pi \leqq \theta \leqq \frac{7}{6}\pi,}$$
$$\boldsymbol{\frac{5}{3}\pi \leqq \theta < 2\pi} \qquad \text{(答)}$$

M1T

高 1 難関大数学

Z-KAI

会員番号		氏　名	