6章　場合の数・確率（1）

問題

【1】(1) 5 桁の整数を N とする．N が偶数となるのは，N の一の位が偶数の場合で

一の位の選び方 : 3 通り

ある．そして，十の位，百の位，千の位，万の位の数を順に決めていくと

十の位の選び方 : 6 通り

百の位の選び方 : 5 通り

千の位の選び方 : 4 通り

万の位の選び方 : 3 通り

であるから，求める場合の数は

$3 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = \mathbf{1080}$**通り**　　(答)

(2) 万の位の数から順に決めていく．

(i) 万の位が 7 のとき，N は 54321 より大きいので，この場合の数は

$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ 通り

(ii) 万の位が 6 のとき，N は 54321 より大きいので，この場合の数は

$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ 通り

(iii) 万の位が 5 のとき，千の位の数は 4，6，7 のいずれかであり，7 の場合，(i)，(ii) と同様に N は 54321 より大きいので

$5 \times 4 \times 3 = 60$ 通り

6 の場合も同様に

$5 \times 4 \times 3 = 60$ 通り

4 の場合，上記の考察と同様に，百の位が 3 より大きい数，すなわち 6，7 のとき，N は 54321 より大きいので

$2 \times 4 \times 3 = 24$ 通り

百の位が 3 のとき，十の位は 2 より大きい数，すなわち 6，7 のとき，N は 54321 より大きいので

$2 \times 3 = 6$ 通り

十の位が 2 のとき，一の位は 1 以外の数，すなわち 6，7 の

2 通り

(i)〜(iii) より，求める場合の数は

$360 + 360 + 60 + 60 + 24 + 6 + 2 = \mathbf{872}$ **通り**　　(答)

(3) 1，2，$\cdots$，7 を 3 で割った余りで分類して，3 つの集合

$A_0 = \{3,\ 6\}$

$A_1 = \{1,\ 4,\ 7\}$

$A_2 = \{2,\ 5\}$

について考える．

N が 3 の倍数となるのは，A_2 から取り出す要素の個数に注目して場合を分けると

(i) A_2から 0 個，A_1から 3 個，A_0から 2 個

(ii) A_2から 2 個，A_1から 2 個，A_0から 1 個

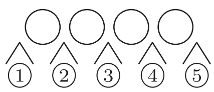
の場合である．

(i) のとき，要素の選び方は
　1 通り
であり，各桁との対応は
　$5! = 120$ 通り
あるので，(i) の場合の数は
　120 通り
(ii) のとき，要素の選び方は
　$1 \times {}_3\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_1 = 6$ 通り
であり，各桁との対応は
　$5! = 120$ 通り
あるので，(ii) の場合の数は
　$6 \times 120 = 720$ 通り
以上 (i)，(ii) より求める場合の数は
　$120 + 720 =$ **840 通り**　　(答)

【2】(1) 赤球を R，青球を B，白球を W と表す．
R 2 個をひとまとまりにして R' として，R'，B，B，W，W，W の並べ方を考えればよく，この並べ方は
　$\dfrac{6!}{2!3!} =$ **60 通り**　　(答)

(2) R 2 個をひとまとまりの R'，B 2 個をひとまとまりの B' として，R'，B'，W，W，W を並べると，この並べ方は
　$\dfrac{5!}{3!} = 20$ 通り
このうち，W が隣り合わないのは
　$WR'WB'W$
　$WB'WR'W$
の 2 通りなので，求める場合の数は
　$20 - 2 =$ **18 通り**　　(答)

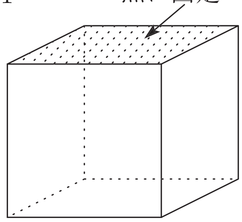
(3) 先に R，R，B，B を並べると，この並べ方は



　$\dfrac{4!}{2!2!} = 6$ 通り
さらに，右図の ①〜⑤ から 3 個選んで W を入れればよいので，この入れ方は
　${}_5\mathrm{C}_3 = 10$ 通り
よって，求める場合の数は
　$6 \times 10 =$ **60 通り**　　(答)

【3】(1) 全ての面を白で塗ると題意をみたさないので，立方体を置いたときの上面を黒に固定する．(右図 1)

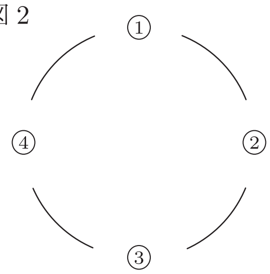
図 1



このとき，底面を黒で塗るか白で塗るかで場合を分ける．

(i) 底面を黒で塗るとき，残りの 4 つの側面は回転させることができる．よって，右図 2 のような 4 つの円順列を考え，回転して同じになるものは 1 通りとみなすと，① → ② → ③ → ④ の順に，黒白黒白，黒白白白，白白白白と塗るとき，題意をみたす．
よって，この場合，3 通りの塗り方がある．

図 2



(ii) 底面を白で塗るとき，右図 2 で考えると，
① → ② → ③ → ④ の順に，黒白黒白と塗るとき題意をみたすが，回転を考えると，これは，(i) の黒白白白と塗るのと同じ場合である．

以上より，題意をみたす塗り方は，**3 通り**

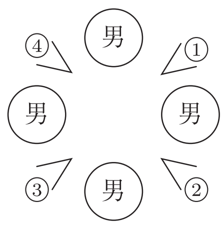
(答)

(2) (i) 7 つの異なるものの円順列の総数を考えればよく

$\dfrac{7!}{7} = 6! = \mathbf{720}$ **通り** (答)

(ii) 男子 4 人を円形に並べる並べ方は

$\dfrac{4!}{4} = 3! = 6$ 通り



また，男子 4 人を並べたときに，右図のように 4 つのすき間ができ，女子を ①〜④ のどこかに 1 人ずつ入れればよいので，その入れ方は

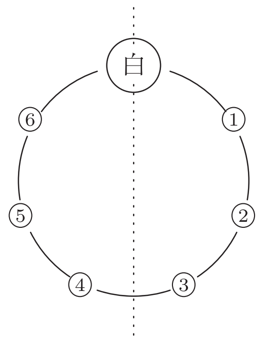
$4 \times 3 \times 2 = 24$ 通り

よって，題意をみたす並び方は

$6 \times 24 = \mathbf{144}$ **通り** (答)

(3) (i) 右図のように白球を固定すると，赤球 2 個と青球 4 個を右図の ①〜⑥ に入れる入れ方に対応するので，

$\dfrac{6!}{2!4!} = \mathbf{15}$ **通り** (答)



(ii) (i) で求めた 15 通りの並べ方のうち，左右対称の並べ方を考える．右図のように白球を固定すると，赤球 2 つを，

(①，⑥)，(②，⑤)，(③，⑥) に入れたときに左右対称になる．このとき，この円順列を図の点線に関してひっくり返しても元の円順列と同じになるので，これらの円順列 1 通りに対して，腕輪の作り方 1 通りに対応する．また，これら以外の円順列に関しては，図の点線に関してひっくり返すと別の円順列になるので，円順列 2 通りに対して腕輪の作り方 1 通りに対応する．以上より，求める場合の数は

$3 + \dfrac{15-3}{2} = \mathbf{9}$ **通り**　　(答)

【4】(1) 4 桁の整数を N とする．

千の位は 0 以外の 6 通りで，百の位，十の位，一の位を順に決めていくと，N のつくり方は

$6 \times 6 \times 5 \times 4 = \mathbf{720}$ **通り**　　(答)

(2) 千の位が 4 以上のとき，N は 3400 より大きいので，このつくり方は

$3 \times 6 \times 5 \times 4 = 360$ 通り

千の位が 3 のとき，百の位が 4 以上であれば N は 3400 より大きくなる．よって，このつくり方は

$3 \times 5 \times 4 = 60$ 通り

以上より，求める場合の数は

$360 + 60 = \mathbf{420}$ **通り**　　(答)

(3) 0, 1, $\cdots$, 6 を 3 で割った余りで分類して，3 つの集合

$A_0 = \{0,\ 3,\ 6\}$

$A_1 = \{1,\ 4\}$

$A_2 = \{2,\ 5\}$

について考える．

N を 3 で割った余りは，N の各桁の和を 3 で割った余りと一致するので，N を 3 で割った余りが 1 になるのは

(i) A_2から 0 個，A_1から 1 個，A_0から 3 個

(ii) A_2から 1 個，A_1から 2 個，A_0から 1 個

(iii) A_2から 2 個，A_1から 0 個，A_0から 2 個

の場合である．

(i) 要素の選び方は

2 通り

であり，各桁との対応は千の位が 0 以外であるから

$3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$ 通り

あるので (i) の場合の数は

$2 \times 18 = 36$ 通り

(ii) A_0 から 0 を選ぶとすると，A_1，A_2 の要素の選び方は

2 通り

であり，各桁との対応は千の位が 0 以外であるから

$3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$ 通り

あるので，この場合の数は
$2 \times 18 = 36$ 通り

A_0 から 0 を選ばないとき，要素の選び方は
$2 \times 2 = 4$ 通り

であり，各桁との対応は
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 通り

あるので，この場合の数は
$4 \times 24 = 96$ 通り

よって，(ii) の場合の数は
$36 + 96 = 132$ 通り

(iii) A_0 から 0 を選ぶとき，要素の選び方は
2 通り

であり，各桁との対応は千の位が 0 以外であるから
$3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$ 通り

あるので，この場合の数は
$2 \times 18 = 36$ 通り

A_0 から 0 を選ばないとき，要素の選び方は
1 通り

であり，各桁との対応は
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 通り

あるので，この場合の数は
24 通り

よって，(iii) の場合の数は
$36 + 24 = 60$ 通り

以上，(i)，(ii)，(iii) より求める場合の数は
$36 + 132 + 60 =$ **228 通り**　　(答)

【5】(1) a が 3 個，b が 2 個，c が 2 個，d，e，f がそれぞれ 1 つずつあるので，この 10 個を並べるとき，この並べ方は

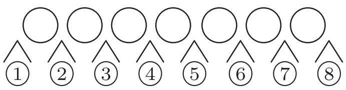
$\dfrac{10!}{3!2!2!} =$ **151200 通り**　　(答)

(2) b 2 個をひとまとまりの B として，a，a，a，B，c，c，d，e，f の並び方を考えると

$\dfrac{9!}{3!2!} = 30240$ 通り

よって，b が隣合わないものは
$151200 - 30240 =$ **120960 通り**　　(答)

(3) 先に a を除いた b, b, c, c, d, e, f を並べて



$\dfrac{7!}{2!2!} = 1260$ 通り

さらに，右図の①〜⑧から異なる 3 個選んで a を入れればよいので，この入れ方は
${}_8\mathrm{C}_3 = 56$ 通り

以上より，a が隣合わないものは
$1260 \times 56 =$ **70560 通り**　　(答)

【6】(1) 6 色を A, B, C, D, E, F とする．立方体の上面を A で固定すると，下面の塗り方は 5 通りある．

また，残りの 4 色を側面に塗るとき，その塗り方は 4 個の異なるものの円順列の総数に対応するので

$\dfrac{4!}{4} = 3! = 6$ 通り

よって，塗り方の総数は

$5 \times 6 = \mathbf{30}$ **通り**　　(答)

(2) 5 色を A, B, C, D, E とする．2 面に塗る色が 1 色あるので，その選び方は 5 通りある．

また，2 面に塗る色は向かい合った面に塗るので，それを上面，下面に固定する．

残りの 4 色を側面に塗るとき，上下をひっくり返すことを考えると，その塗り方は，4 個の異なるもののじゅず順列の総数に対応するので

$\dfrac{4!}{4} \div 2 = \dfrac{3!}{2} = 3$ 通り

よって，求める塗り方は

$5 \times 3 = \mathbf{15}$ **通り**　　(答)

添削課題

【1】(1) 万の位，千の位，百の位，十の位，一の位の順に決めていくと，万の位は 0 以外の数であることに注意すると，求める場合の数は

$4 \times 4! =$ **96 通り** (答)

(2) 万の位，一の位が 0 以外の数であればよい．そこで，万の位，一の位を決め，残りの千の位，百の位，十の位を決めればよい．すると求める場合の数は

$4 \times 3 \times 3! =$ **72 通り** (答)

(3) 各桁の数は 0〜4 までの数なので，2 数を加えても繰り上げはない．そこで，2 数を加えてどの位にも奇数があらわれない，すなわち 2 数を加えるとすべての位が偶数になる場合を考えると

(i) 奇偶偶偶奇

(ii) 偶奇偶奇偶

がある．

(i) の場合の数は，先に奇数を並べて，あとで偶数を並べればよいから

$2! \times 3! = 12$ 通り

(ii) の場合の数は，万の位と一の位が 0 以外なので，百の位が 0 になる．よって

$2! \times 2! = 4$ 通り

したがって，2 数を加えてすべての位が偶数になるような数は

$12 + 4 = 16$ 通り

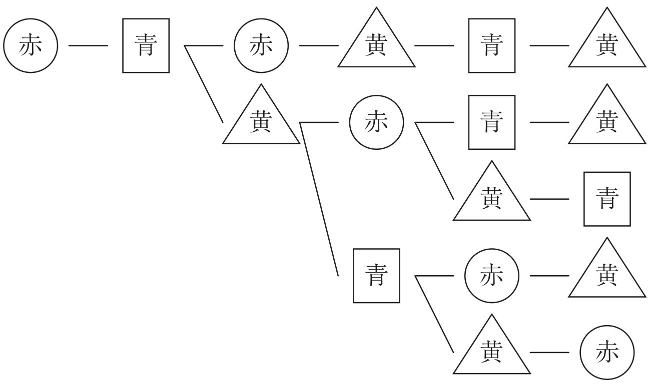
あるので，求める場合の数は (2) より

$72 - 16 =$ **56 通り** (答)

【2】(1) 赤球，青球，黄球が 2 個ずつあるので，これらの並べ方は

$\dfrac{6!}{2!2!2!} =$ **90 通り** (答)

(2) 左から順に同じ色の球が隣り合わないように並べていくと



のように左端 2 個の色に対して 5 通りの並べ方がある．左端 2 個の配色が

$3 \times 2 = 6$ 通り

あるので，求める場合の数は

$6 \times 5 =$ **30 通り** (答)

＜別解 1 ＞

先に 2 種類の球を並べ，同じ色の球が隣り合わないような球の入れ方を考える．

たとえば，2 種類の球を赤，青とすると

（i）赤赤青青　（ii）赤青赤青　（iii）赤青青赤

（iv）青青赤赤　（v）青赤青赤　（vi）青赤赤青

であり，（i）のとき，黄は

赤$\wedge$赤青$\wedge$青

の$\wedge$に入れることになるので，1 通りである．

（ii）のとき

$\wedge$赤$\wedge$青$\wedge$赤$\wedge$青$\wedge$

の 5 ヶ所の$\wedge$のうち 2 つ選んで黄を入れればよいので

${}_5\mathrm{C}_2 = 10$ 通り

（iii）のとき

$\wedge$赤$\wedge$青$\vee$青$\wedge$赤$\wedge$

の$\vee$に黄が入り，残りの 4 ヶ所の$\wedge$から 1 つ選んで黄を入れればよいので

4 通り

また，（iv）は（i）と，（v）は（ii）と，（vi）は（iii）と同数だけあるので，求める場合の数は

$1 + 10 + 4 + 1 + 10 + 4 = \mathbf{30}$ **通り**　(答)

＜別解 **2** ＞

赤球どうしが隣合うという事象を A，青球どうしが隣合うという事象を B，黄球どうしが隣合うという事象を C とし，事象 X の場合の数を $n(X)$ と表す．2 個の赤球をひとまとまりとみて，5 個の球の並べ方を考えると

$n(A) = \dfrac{5!}{2!2!} = 30$ 通り

$n(B)$，$n(C)$ についても同様に

$n(B) = n(C) = 30$ 通り

次に，$A \cap B$ すなわち，赤球どうし，青球どうしが隣合う場合を考えると，2 個の赤球，2 個の青球をそれぞれひとまとまりとみて，4 個の球の並べ方を考えると

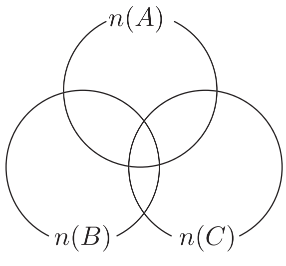
$n(A \cap B) = \dfrac{4!}{2!} = 12$ 通り

また

$n(B \cap C) = n(C \cap A) = 12$ 通り

さらに，$A \cap B \cap C$ すなわち，赤球どうし，青球どうし，黄球どうしが隣合う場合を考えると，2 個の赤球，2 個の青球，2 個の黄球をそれぞれひとまとまりとみて，3 個の球の並べ方を考えると

$n(A \cap B \cap C) = 3! = 6$ 通り



したがって，少なくとも 1 種類の球が隣合う場合の数は

$$\begin{aligned}&n(A \cup B \cup C)\\ =&n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B)\\ &\quad - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)\\ =&30 + 30 + 30 - 12 - 12 - 12 + 6\\ =&60\end{aligned}$$

よって，求める場合の数は

$90 - 60 = \mathbf{30}$ **通り**　(答)

7章　場合の数・確率（2）

問題

【1】(1) 3 人を a, b, c とする．6 個の○と 2 本の仕切り｜を並べる．

○○｜○○｜○○

このとき，左から○の個数をカウントし，a, b, c に配るノートの数と対応させればよい．

したがって，求める場合の数は

$\dfrac{8!}{6!2!} = \mathbf{28}$ **通り**　(答)

(2) 3 人を a, b, c とする．6 個の○を並べて，○と○の間∧ 5 ヶ所から 2 ヶ所選んで仕切り｜を入れる．このとき，左から○の個数を a, b, c に配るノートの数と対応させればよい．

○∧○∧○∧○∧○∧○

したがって，求める場合の数は

${}_5\mathrm{C}_2 = \mathbf{10}$ **通り**　(答)

(3) ミニチュアカーを x, y, z, w とし，3 人を a, b, c とする．

x, y, z, w の配り方はそれぞれ 3 通りあるので，求める配り方は

$3^4 = \mathbf{81}$ **通り**　(答)

(4) (3) の結果から 2 人にのみ配られる場合，1 人のみに配られる場合を除けばよい．

(i) 2 人にのみ配られる場合．

配る 2 人の選び方は ${}_3\mathrm{C}_2 = 3$ 通り

x, y, z, w の配り方はそれぞれ 2 通りあるので，1 台も配られない人がいてもよいとすれば，ミニチュアカーを 2 人に配る配り方は，$2^4 = 16$ 通り

これから，1 人に 4 台配られる配り方 2 通りを除けばよく，

$16 - 2 = 14$ 通り

よって，2 人にのみ配られる配り方は

$3 \times 14 = 42$ 通り

(ii) 1 人にのみ配られる場合．

1 人にのみ配られる配り方は，誰に 4 台配るかを考えればよいので，

3 通り

(i)，(ii) より，求める配り方は

$81 - (42 + 3) = \mathbf{36}$ **通り**　(答)

【2】(1) 7 人を，3 人のグループ a，3 人のグループ b，1 人のグループ c に分ける分け方は

${}_7\mathrm{C}_3 \times {}_4\mathrm{C}_3 = 140$ 通り

あるが，a と b のグループに区別はないので，求める分け方は

$\dfrac{140}{2!} = \mathbf{70}$ **通り**　(答)

(2) 残った 6 人を区別のつかない 3 人，3 人のグループに分ける分け方を求めればよいので，

$\dfrac{{}_6\mathrm{C}_3}{2!} = \mathbf{10}$ **通り**　(答)

(3) (1) の分け方から，A，B が同じグループに入る分け方を除けばよい．

A，B が同じグループに入るとき，A，B は 3 人のグループに入るので，残りの 5 人から，A，B が入っているグループに入る 1 人を選び，さらに残りの 4 人を 3 人，1 人の 2 つのグループに分ける．その分け方は

$_5C_1 \times {}_4C_3 = 20$ 通り

であるので，(1) の結果とあわせて求める分け方は

$70 - 20 = \mathbf{50}$ **通り**　(答)

(4) (3) の結果より，

A と B が同じグループに入る分け方は 20 通り $\cdots$①

A と C が同じグループに入る分け方は 20 通り $\cdots$②

また，A，B，C の 3 人が同じグループに入る分け方は，

残りの 4 人を 3 人，1 人の 2 つのグループに分ける分け方なので，

$_4C_3 = 4$ 通り $\cdots$③

求める分け方は，① + ② − 2 × ③ より

$20 + 20 - 2 \times 4 = \mathbf{32}$ **通り**　(答)

(5) 題意をみたすためには，A，B，C は 3 人，3 人，1 人のグループに 1 人ずつ入る必要がある．3 人のうち，1 人のグループに入る 1 人を選ぶ選び方は，$_3C_1 = 3$ 通り

1 人のグループに入らなかった 2 人を 3 人のグループに 1 人ずつ入れ，残りの 4 人を区別のつく 2 人，2 人のグループに分ければよい．

4 人を区別のつく 2 人，2 人のグループに分ける分け方は

$_4C_2 = 6$ 通り

であるので，求める分け方は

$3 \times 6 = \mathbf{18}$ **通り**　(答)

【3】(1) A → B への最短経路は

→，→，→，→，→，↑，↑

の並べ方に対応する．さらに，B → D への最短経路は 1 通りなので，求める場合の数は

$\dfrac{7!}{5!2!} \times 1 = \mathbf{21}$ **通り**　(答)

(2) A → C への最短経路は

→，→，→，→，↑，↑，↑

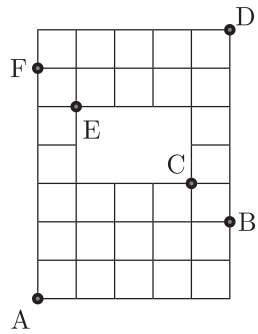
の並べ方に対応し，C → D への最短経路は

→，↑，↑，↑，↑

の並べ方に対応する．したがって，求める場合の数は

$\dfrac{7!}{4!3!} \times \dfrac{5!}{4!} = \mathbf{175}$ **通り**　(答)

(3) 右図のように 2 点 E，F をとると，A から D に向かうのは



$A \to B \to D$

$A \to C \to D$

$A \to E \to D$

$A \to F \to D$

のいずれかであり，これらは排反である．

したがって，$A \to E \to D$ の最短経路は

$\dfrac{6!}{5!} \times \dfrac{6!}{4!2!} = 90$ 通り

$A \to F \to D$ の最短経路は

$1 \times \dfrac{6!}{5!} = 6$ 通り

以上より，求める場合の数は

$21 + 175 + 90 + 6 =$ **292 通り** (答)

【4】(1) A に a 本，B に b 本，C に c 本分けるとすると，整数 a，b，c に関して，以下の関係式

$a + b + c = 9$，$a \geqq 2$，$b \geqq 2$，$c \geqq 2$ $\cdots$①

をみたす組 $(a,\ b,\ c)$ の総数を求めればよい．ここで，

$a' = a - 2$，$b' = b - 2$，$c' = c - 2$

とすると，$a = a' + 2$，$b = b' + 2$，$c = c' + 2$ となり，これを ① に代入すると

$(a' + 2) + (b' + 2) + (c' + 2) = 9 \iff a' + b' + c' = 3$

$a' \geqq 0$，$b' \geqq 0$，$c' \geqq 0$

をみたす整数の組 $(a',\ b',\ c')$ の総数となる．これは，○ 3 個と｜ 2 本を一列に並べた順列の総数となるので，求める場合の数は

$\dfrac{5!}{3!2!} =$ **10 通り** (答)

(2) (i) 1 から 6 のカードにそれぞれ 4 通りの押し方があるので，

$4^6 =$ **4096 通り** (答)

(ii) 使うスタンプの選び方は ${}_4C_2 = 6$ 通り．そのおのおのに対して

1〜6 のカードにどちらを押すかで $2^6 = 64$ 通り

1〜6 のカードに全て同じスタンプを押す押し方は，2 通り

よって，2 つのスタンプがともに使われる押し方は

$64 - 2 = 62$ 通り

これと，使うスタンプの選び方を考えると，求める場合の数は

$6 \times 62 =$ **372 通り** (答)

【5】(1) 男子 4 人を A，B，C，D とし，8 人の女子から 2 人選んで A と同じグループ，残りの 6 人の女子から 2 人選んで B と同じグループ，$\cdots$ とすればよく，この場合の数は

${}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 =$ **2520 通り** (答)

(2) 男子 3 人の選び方は

$_4C_3 = 4$ 通り

次に，残りの 9 人（男子 1 人，女子 8 人）から 3 人を選び，さらに残りの 6 人から 3 人を選ぶと考えると，この選び方は

$_9C_3 \times {}_6C_3 = 1680$ 通り

であるが，この 3 グループに区別はないので

$\dfrac{1680}{3!} = 280$ 通り

したがって，求める場合の数は

$4 \times 280 = $ **1120 通り**　　(答)

(3) 6 人の男子のうちどの 3 人が同じグループになるかで

$_6C_3 = 20$ 通り

残り 9 人を 3 人，3 人，3 人のグループに分けるのは

$\dfrac{_9C_3 \times {}_6C_3}{3!} = 280$ 通り

ある．

ここで，男子 3 人のグループが 2 組できる場合を調べると，男子 6 人を 3 人，3 人，女子 6 人を 3 人，3 人のグループに分ける場合の数なので

$\dfrac{_6C_3}{2!} \times \dfrac{_6C_3}{2!} = 100$ 通り

以上より，求める場合の数は

$20 \times 280 - 100 = $ **5500 通り**　　(答)

【6】(1) ↑ 6 個，→ 6 個を一列に並べる順列の総数に対応するので

$\dfrac{12!}{6!6!} = $ **924 通り**　　(答)

(2) 点 C を通る最短経路は

A → C への最短経路：$\dfrac{4!}{2!2!} = 6$ 通り

C → B への最短経路：$\dfrac{8!}{4!4!} = 70$ 通り

であるので

$6 \times 70 = 420$ 通り

点 D を通る最短経路は

A → D への最短経路：$\dfrac{8!}{4!4!} = 70$ 通り

D → B への最短経路：$\dfrac{4!}{2!2!} = 6$ 通り

であるので

$70 \times 6 = 420$ 通り

点 C と D のどちらも通る最短経路は

A → C への最短経路：$\dfrac{4!}{2!2!} = 6$ 通り

C → D への最短経路：$\dfrac{4!}{2!2!} = 6$ 通り

D → B への最短経路：$\dfrac{4!}{2!2!} = 6$ 通り

であるので

$6 \times 6 \times 6 = 216$ 通り

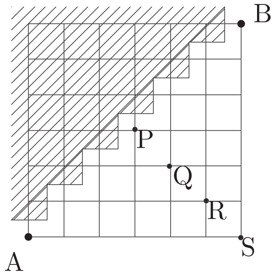
よって，C または D の少なくとも一方を通る経路は

$420 + 420 - 216 = 624$ 通り

これと (1) より，求める経路の総数は

$924 - 624 =$ **300 通り**　　(答)

(3) 右図のように点 P，Q，R，S を定める．図形の対称性から，A → P の経路の総数と P → B の経路の総数は等しく，同様に，A → Q と Q → B，A → R と R → B，A → S と S → B の経路の総数はそれぞれ等しい．よって，斜線部を通らずに A より P，Q，R，S に至る経路をそれぞれ求めればよい．



以下，上へ 1 区画進むことを↑，右へ 1 区画進むことを→で表す．

(i) A から P へ至る経路は，→→→↑↑↑，→→↑→↑↑，→→↑↑→↑，→↑→→↑↑，→↑→↑→↑の 5 通り．よって，A から P を通り B へ至る経路の総数は

$5 \times 5 = 25$ 通り

(ii) A から Q へ至る経路は，最初は→で，残り 5 区画を↑ 2 つ，→ 3 つを一列に並べる順列から，↑↑→→→を除いたものになるので，A から Q に至る経路は

$\dfrac{5!}{2!3!} - 1 = 9$ 通り

よって，A から Q を通り B に至る経路の総数は

$9 \times 9 = 81$ 通り

(iii) A から R へ至る経路は，最初は→で，残り 5 区画を↑ 1 つ，→ 4 つを一列に並べる順列に対応するので，A → R に至る経路は

$\dfrac{5!}{4!} = 5$ 通り

よって，A から R を通り B に至る経路の総数は

$5 \times 5 = 25$ 通り

(iv) A から S に至る経路は 1 通りであるので，A から S を通り B に至る経路の総数は

$1 \times 1 = 1$ 通り

(i)，(ii)，(iii)，(iv) は排反なので，求める経路の総数は

$25 + 81 + 25 + 1 =$ **132 通り**　　(答)

M3MB
難関大数学Ⅰ A Ⅱ B
難関大文系数学 M

Z-KAI

会員番号		氏　名	