1MJSS/1MJS/1MJ

本科 1 期 5 月度

解答

Z会東大進学教室

中 1 選抜東大・医学部数学

中 1 数学

中 1 東大数学

中 1 東大・京大数学

４章　文字と式（２）

問題

【1】(1) $2(3x+2)=\mathbf{6x+4}$

(2)
$$
\begin{aligned}
&-3(x+2)\\
=&(-3)\times x+(-3)\times 2\\
=&-3x+(-6)\\
=&\mathbf{-3x-6}
\end{aligned}
$$

(3)
$$
\begin{aligned}
&-5(2x-1)\\
=&(-5)\times 2x-(-5)\times 1\\
=&-10x-(-5)\\
=&-10x+(+5)\\
=&\mathbf{-10x+5}
\end{aligned}
$$

(4)
$$
\begin{aligned}
&-7(-5x+12)\\
=&-7\times(-5x)+(-7)\times 12\\
=&\mathbf{35x-84}
\end{aligned}
$$

(5)
$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{3}(6x-9)\\
=&\frac{1}{3}\times 6x-\frac{1}{3}\times 9\\
=&\mathbf{2x-3}
\end{aligned}
$$

(6)
$$
\begin{aligned}
&-\frac{7}{3}(12x-9)\\
=&-\frac{7}{3}\times 12x+\left(-\frac{7}{3}\right)\times(-9)\\
=&\mathbf{-28x+21}
\end{aligned}
$$

(7)
$$
\begin{aligned}
(12x+16)\div(-4)&=(12x+16)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\\
&=-\frac{12}{4}x+\left(-\frac{16}{4}\right)\\
&=\mathbf{-3x-4}\ \left[\frac{12x+16}{-4}=-(3x+4)=-3x-4\text{ でもよい}\right]
\end{aligned}
$$

(8)
$$
\begin{aligned}
(8x-10)\div(-2)&=(8x-10)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\\
&=8x\times\left(-\frac{1}{2}\right)-10\times\left(-\frac{1}{2}\right)\\
&=-4x-(-5)=\mathbf{-4x+5}
\end{aligned}
$$

【2】(1)
$$(5a+8)+(2a-3)$$
$$=5a+8+2a-3$$
$$=\boldsymbol{7a+5}$$

(2)
$$(3x-6)+(-5x+2)$$
$$=3x-6+(-5x)+2$$
$$=3x+(-5x)+(-6)+2$$
$$=\boldsymbol{-2x-4}$$

(3)
$$(5x+4)-(2x+1)$$
$$=5x+4-2x-1$$
$$=\boldsymbol{3x+3}$$

(4)
$$(2x-6)-(9x+3)$$
$$=2x-6-9x-3$$
$$=\boldsymbol{-7x-9}$$

(5)
$$(7x+6)-(4x-1)$$
$$=7x+6-4x+1$$
$$=\boldsymbol{3x+7}$$

(6)
$$(8x-4)-(5x-2)$$
$$=8x-4-5x+2$$
$$=\boldsymbol{3x-2}$$

(7)
$$(5b-8)+(-7b+15)$$
$$=5b-8-7b+15$$
$$=\boldsymbol{-2b+7}$$

(8)
$$(11m-7)-(-2m-4)$$
$$=11m-7+2m+4$$
$$=\boldsymbol{13m-3}$$

(9)
$$(7a-3)-(3a-6)$$
$$=7a-3-3a+6$$
$$=\boldsymbol{4a+3}$$

(10)
$$(-4x+17)+(-9x-8)$$
$$=-4x+17-9x-8$$
$$=\boldsymbol{-13x+9}$$

(11)
$$(3x-5)-(4+7x)$$
$$=3x-5-4-7x$$
$$=\boldsymbol{-4x-9}$$

(12)
$$(-12a+9)-(21-11a)$$
$$=-12a+9-21+11a$$
$$=\boldsymbol{-a-12}$$

【3】(1)
$$
\begin{aligned}
&(1.3x+1)+(-2.8x-4)\\
=&1.3x+1-2.8x-4\\
=&\boldsymbol{-1.5x-3}
\end{aligned}
$$

(2)
$$
\begin{aligned}
&(-0.3x+3.2)+(9.1-5.1x)\\
=&-0.3x+3.2+9.1-5.1x\\
=&\boldsymbol{-5.4x+12.3}
\end{aligned}
$$

(3)
$$
\begin{aligned}
&(5.3x-8.7)-(9.2x-10.2)\\
=&5.3x-8.7-9.2x+10.2\\
=&\boldsymbol{-3.9x+1.5}
\end{aligned}
$$

(4)
$$
\begin{aligned}
&(0.27x+1.38)-(0.51x-4.68)\\
=&0.27x+1.38-0.51x+4.68\\
=&\boldsymbol{-0.24x+6.06}
\end{aligned}
$$

(5)
$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{5}x+5\right)+\left(\frac{2}{5}x-7\right)\\
=&\frac{1}{5}x+5+\frac{2}{5}x-7\\
=&\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\right)x+(5-7)\\
=&\boldsymbol{\frac{3}{5}x-2}
\end{aligned}
$$

(6)
$$
\begin{aligned}
&\left(x+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}x\right)\\
=&x+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}x\\
=&\left(1-\frac{1}{4}\right)x+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\\
=&\boldsymbol{\frac{3}{4}x+\frac{5}{6}}
\end{aligned}
$$

(7)
$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{3}x+3\right)-\left(\frac{1}{2}x-7\right)\\
=&\left(\frac{1}{3}x+3\right)+\left(-\frac{1}{2}x+7\right)\\
=&\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}x+3+7\\
=&\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)x+(3+7)\\
=&\boldsymbol{-\frac{1}{6}x+10}
\end{aligned}
$$

(8)
$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{4}x+\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{6}x\right)\\
=&\left(\frac{1}{4}x+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}-\frac{5}{6}x\right)\\
=&\frac{1}{4}x-\frac{5}{6}x+\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\\
=&\frac{3x-10x+8-3}{12}\\
=&\boldsymbol{\frac{-7x+5}{12}}
\end{aligned}
$$

[$\frac{3-10}{12}x+\frac{8-3}{12}=-\frac{7}{12}x+\frac{5}{12}$でもよい.
$-\frac{7x+5}{12}\left(=\frac{-7x-5}{12}\right)$とはならない]

【4】(1) $5x+3(x-2)=5x+3x-6$
$=\boldsymbol{8x-6}$

(2) $3a-2(a+1)=3a-(2a+2)$
$=3a+(-2a-2)$
$=3a-2a-2$
$=\boldsymbol{a-2}$

(3) $2(x+2)-(5x+3)$
$=(2x+4)-(5x+3)$
$=(2x+4)+(-5x-3)$
$=2x-5x+4-3$
$=\boldsymbol{-3x+1}$

(4) $-(x-3)+5(x-4)$
$=-x+3+5x-20$
$=\boldsymbol{4x-17}$

(5) $3(5-2b)+2(4b-9)$
$=(15-6b)+(8b-18)$
$=-6b+8b+15-18$
$=\boldsymbol{2b-3}$

(6) $7(2m-5)+3(8-m)$
$=14m-35+24-3m$
$=\boldsymbol{11m-11}$

(7) $-(8x-7)-4(x+9)$
$=-8x+7-4x-36$
$=\boldsymbol{-12x-29}$

(8) $3(2x-3)-2(-x-4)=(6x-9)-(-2x-8)$
$=(6x-9)+(+2x+8)$
$=6x+2x-9+8$
$=\boldsymbol{8x-1}$

[慣れてきたら，$-2(-x-4)=+2x+8$ としてよい]

(9) $-6(7x+8)-5(9x-5)$
$=-42x-48-45x+25$
$=\boldsymbol{-87x-23}$

(10) $-11(15x-7)-6(13-9x)$
$=-165x+77-78+54x$
$=\boldsymbol{-111x-1}$

【5】(1)

$$\frac{5x+1}{2}+\frac{2x-4}{3}$$
$$=\frac{3(5x+1)+2(2x-4)}{6}$$
$$=\frac{(15x+3)+(4x-8)}{6}$$
$$=\frac{15x+4x+3-8}{6}$$
$$=\boldsymbol{\frac{19x-5}{6}}$$

(2)

$$\frac{9x-11}{7}+\frac{-x+8}{2}$$
$$=\frac{18x-22}{14}+\frac{-7x+56}{14}$$
$$=\boldsymbol{\frac{11x+34}{14}}$$

(3)

$$\frac{3x-1}{8}-\frac{x+2}{4}$$
$$=\frac{3x-1}{8}-\frac{2x+4}{8}$$
$$=\frac{3x-1-2x-4}{8}$$
$$=\boldsymbol{\frac{x-5}{8}}$$

(4)

$$\frac{2a+4}{3}-\frac{5a-1}{6}$$
$$=\frac{(4a+8)-(5a-1)}{6}$$
$$=\frac{4a+8+(-5a+1)}{6}$$
$$=\frac{4a-5a+8+1}{6}$$
$$=\boldsymbol{\frac{-a+9}{6}}$$

(5)

$$\frac{3x-1}{4}-\frac{2x+1}{5}$$
$$=\frac{5(3x-1)-4(2x+1)}{20}$$
$$=\frac{(15x-5)-(8x+4)}{20}$$
$$=\frac{15x-5+(-8x-4)}{20}$$
$$=\frac{15x-8x-5-4}{20}$$
$$=\boldsymbol{\frac{7x-9}{20}}$$

(6)

$$\frac{6x+4}{9}-\frac{x+3}{5}$$
$$=\frac{30x+20}{45}-\frac{9x+27}{45}$$
$$=\frac{30x+20-9x-27}{45}$$
$$=\boldsymbol{\frac{21x-7}{45}}$$

(7)

$$\frac{3a+1}{4}-\frac{2a-7}{3}$$
$$=\frac{9a+3}{12}-\frac{8a-28}{12}$$
$$=\frac{9a+3-8a+28}{12}$$
$$=\boldsymbol{\frac{a+31}{12}}$$

(8)

$$\frac{4b-1}{3}-\frac{2b-7}{5}$$
$$=\frac{20b-5}{15}-\frac{6b-21}{15}$$
$$=\frac{20b-5-6b+21}{15}$$
$$=\boldsymbol{\frac{14b+16}{15}}$$

(9)
$$\frac{7m-15}{4}-\frac{11m-23}{6}$$
$$=\frac{21m-45}{12}-\frac{22m-46}{12}$$
$$=\frac{21m-45-22m+46}{12}$$
$$=\boldsymbol{\frac{-m+1}{12}}$$

(10)
$$\frac{31x-19}{18}+\frac{17x+13}{12}$$
$$=\frac{62x-38}{36}+\frac{51x+39}{36}$$
$$=\boldsymbol{\frac{113x+1}{36}}$$

(11)
$$\frac{-23a+41}{10}+\frac{19a-37}{8}$$
$$=\frac{-92a+164}{40}+\frac{95a-185}{40}$$
$$=\boldsymbol{\frac{3a-21}{40}}$$

(12)
$$\frac{53a-17}{6}-\frac{83a-41}{9}$$
$$=\frac{159a-51}{18}-\frac{166a-82}{18}$$
$$=\frac{159a-51-166a+82}{18}$$
$$=\boldsymbol{\frac{-7a+31}{18}}$$

(13)
$$\frac{x-3}{4}-\frac{x-1}{2}-\frac{x+2}{3}=\frac{3(x-3)-6(x-1)-4(x+2)}{12}$$
$$=\frac{(3x-9)-(6x-6)-(4x+8)}{12}$$
$$=\frac{(3x-9)+(-6x+6)+(-4x-8)}{12}$$
$$=\frac{(3-6-4)x+(-9+6-8)}{12}$$
$$=\boldsymbol{\frac{-7x-11}{12}}\qquad\left[-\frac{7x+11}{12}\text{でもよい}\right]$$

(14)
$$\frac{7x-11}{6}-\frac{9x+7}{4}+\frac{-5x+25}{3}$$
$$=\frac{2(7x-11)-3(9x+7)+4(-5x+25)}{12}$$
$$=\frac{14x-22-27x-21-20x+100}{12}$$
$$=\frac{-33x+57}{12}$$
$$=\boldsymbol{\frac{-11x+19}{4}}$$

【6】(1)
$$
\begin{aligned}
&12x-\{3(x-2)+6\}\\
=&12x-(3x-6+6)\\
=&12x-3x\\
=&\boldsymbol{9x}
\end{aligned}
$$

(2)
$$
\begin{aligned}
&(a+3)+2\{-10+2(a+5)\}\\
=&a+3+2(-10+2a+10)\\
=&a+3+4a\\
=&\boldsymbol{5a+3}
\end{aligned}
$$

(3)
$$
\begin{aligned}
&y-2-3\{13-2(y+4)\}\\
=&y-2-3(13-2y-8)\\
=&y-2-3(-2y+5)\\
=&y-2+6y-15\\
=&\boldsymbol{7y-17}
\end{aligned}
$$

(4)
$$
\begin{aligned}
&(3-x)+2\{6-5(x-1)\}\\
=&3-x+2(6-5x+5)\\
=&3-x+2(-5x+11)\\
=&3-x-10x+22\\
=&\boldsymbol{-11x+25}
\end{aligned}
$$

(5)
$$
\begin{aligned}
&2(x-5)+3\{-17-3(2x-6)\}\\
=&2x-10+3(-17-6x+18)\\
=&2x-10+3(-6x+1)\\
=&2x-10-18x+3\\
=&\boldsymbol{-16x-7}
\end{aligned}
$$

(6)
$$
\begin{aligned}
&5(2x-7)-4\{19-2(11-3x)\}\\
=&10x-35-4(19-22+6x)\\
=&10x-35-4(6x-3)\\
=&10x-35-24x+12\\
=&\boldsymbol{-14x-23}
\end{aligned}
$$

【7】(1) ある式は,

$$(4a-2)+(3a+5)=4a+3a-2+5=\boldsymbol{7a+3}$$

(2) ある式は,

$$(x+4)-(5x-2)=(x+4)+(-5x+2)=x-5x+4+2=\boldsymbol{-4x+6}$$

【8】(1) ある数 x を 3 倍して 2 を引いた数を,さらに 3 倍した数　$(3x-2)\times 3$

もとの数 x の 4 倍から 6 引いた数　$4x-6$

その差　$(3x-2)\times 3-(4x-6)=(9x-6)+(-4x+6)=9x-4x-6+6=\boldsymbol{5x}$

(2) ある数　$9a+2$

この数に 7 を加えると,$(9a+2)+7=9a+9=9(a+1)$

したがって,この数を 9 で割ると余りは,$\mathbf{0}$

(3) $A=7a+1$,$B=7b+3$ と表せるので,A の 3 倍と B の 5 倍との和は

$$
\begin{aligned}
3\times(7a+1)+5\times(7b+3)&=21a+3+35b+15\\
&=21a+35b+18\\
&=21a+35b+14+4
\end{aligned}
$$

と表せる.$21a+35b+14=7\times(3a+5b+2)$ であるから,7 の倍数.

よって 7 で割ると,この部分は割り切れる.よって余りは $\mathbf{4}$

【9】(1) 5 本のテープの面積の合計は，$(3 \times 10) \times 5 = 150(\mathrm{cm}^2)$

重なった部分は 4 つなので，重なった部分の面積の合計は，

$(3 \times 2) \times 4 = 24(\mathrm{cm}^2)$

よって求める面積は，$150 - 24 = \mathbf{126(cm^2)}$

(2) x 本のテープの面積の合計は，$(3 \times 10) \times x = 30x(\mathrm{cm}^2)$

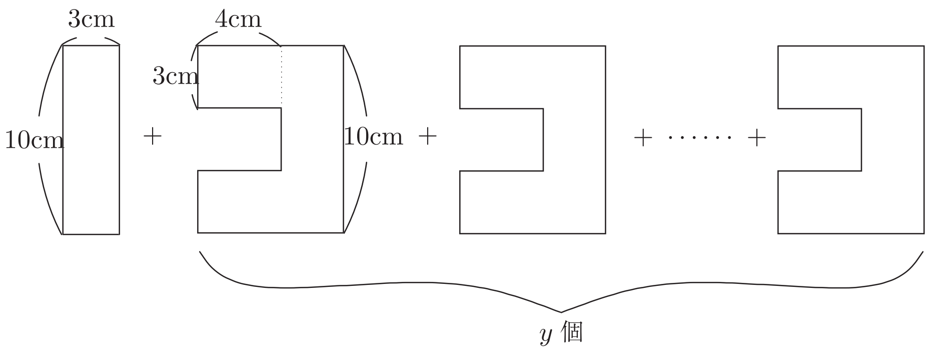
重なった部分は，$(x-1)$ 個なので，重なった部分の面積の合計は，

$(3 \times 2) \times (x-1) = 6(x-1)(\mathrm{cm}^2)$

よって求める面積は，

$30x - 6(x-1) = 30x - (6x-6) = 30x + (-6x+6) = \boldsymbol{24x + 6(\mathrm{cm}^2)}$

(3)



図のように考えられるので

$1 + 3 \times y = \boldsymbol{3y + 1}$（本）

(4) 1 本の面積は $3 \times 10 = 30(\mathrm{cm}^2)$

3 本を重ね合わせてできる面積は $4 \times 3 \times 2 + 30 = 54(\mathrm{cm}^2)$

よって，

$30 + 54 \times y = \boldsymbol{54y + 30(\mathrm{cm}^2)}$

【10】はじめの円の円周は，$2 \times \pi = 2\pi(\mathrm{cm})$

分けた後の円の直径は $a$cm と

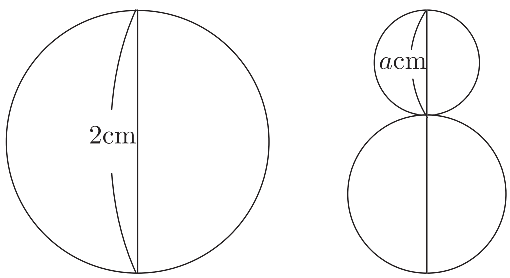
$(2-a)$cm なので，その和で

$a \times \pi + (2-a) \times \pi$

$= \pi a + 2\pi - \pi a$

$= 2\pi(\mathrm{cm})$

よって，円の周の長さは**変わらない**.



【11】(1) $2 \times \pi \times a \times \frac{1}{2} + 2 \times \pi \times \frac{1}{2} a \times \frac{1}{2} \times 2$

$= \pi a + \pi a$

$= \mathbf{2\pi a(cm)}$

(2) $\pi \times (a+b) \times \frac{1}{2} + \pi \times a \times \frac{1}{2} + \pi \times b \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}\pi a + \frac{1}{2}\pi b + \frac{1}{2}\pi a + \frac{1}{2}\pi b$

$= \boldsymbol{\pi a + \pi b}\mathbf{(cm)}$

$(= \boldsymbol{\pi(a+b)}\mathbf{(cm)})$

(3) $2 \times \pi \times a \times \frac{1}{4} + \pi a \times \frac{1}{2} + a$

$= \frac{1}{2}\pi a + \frac{1}{2}\pi a + a$

$= \boldsymbol{\pi a + a}\mathbf{(cm)}$

$(= \boldsymbol{(\pi + 1)a}\mathbf{(cm)})$

(4) $2 \times \pi \times a \times \frac{1}{4} + 2 \times \pi \times b \times \frac{1}{4} + (a-b) \times \pi$

$= \frac{1}{2}\pi a + \frac{1}{2}\pi b + \pi a - \pi b$

$= \boldsymbol{\frac{3}{2}\pi a - \frac{1}{2}\pi b}\mathbf{(cm)}$

$(= \frac{1}{2}\pi(3a-b) = \boldsymbol{\frac{\pi(3a-b)}{2}}\mathbf{(cm)}$ なども可$)$

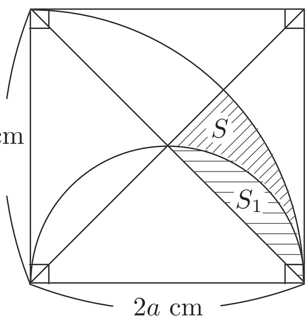
【12】(1) 円の直径は 10cm．これが内側の正方形の対角線の長さでもある．
したがって，内側の正方形の面積は，$(10 \times 10 \div 2)\mathrm{cm}^2$ となる．
よって，求める面積は，$\pi \times 5^2 - 10 \times 10 \div 2 = \mathbf{25\pi - 50(cm^2)}$

(2)
$$\pi \times (2a)^2 \times \frac{1}{4} - \pi a^2 \times \frac{1}{2}$$
$$= 4\pi a^2 \times \frac{1}{4} - \frac{\pi}{2}a^2$$
$$= \pi a^2 - \frac{\pi}{2}a^2$$
$$= \boldsymbol{\frac{\pi}{2}a^2(\mathrm{cm}^2)}$$

(3)
$$\pi\left(\frac{3}{2}a\right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2}$$
$$= \pi \times \frac{9}{4}a^2 \times \frac{1}{2} - \pi \times \frac{a^2}{4} \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2}$$
$$= \left(\frac{9}{8} - \frac{1}{8} - \frac{1}{2}\right)\pi a^2$$
$$= \boldsymbol{\frac{\pi}{2}a^2(\mathrm{cm}^2)}$$

(4)
$$三角形の面積 = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\mathrm{cm}^2)$$
三角形と外側の 2 つの半円の面積の和から、大きい半円の面積を引くと，
$$24 + \pi \times 4^2 \div 2 + \pi \times 3^2 \div 2 - \pi \times 5^2 \div 2$$
$$= 24 + \left(8 + \frac{9}{2} - \frac{25}{2}\right)\pi$$
$$= \mathbf{24(cm^2)}$$

(5) 右図のように S，S_1 を定める．



$$2(S + S_1) = \pi \times (2a)^2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times (2a) \times (2a)$$
$$= \pi \times 4a^2 \times \frac{1}{4} - 2a^2$$
$$\therefore S + S_1 = \frac{\pi}{2}a^2 - a^2$$
$$S_1 = \frac{1}{4} \times \pi a^2 - \frac{1}{2} \times a \times a$$
$$= \frac{\pi}{4}a^2 - \frac{1}{2}a^2$$
$$\therefore S = \left(\frac{\pi}{2}a^2 - a^2\right) - \left(\frac{\pi}{4}a^2 - \frac{1}{2}a^2\right)$$
$$= \frac{\pi}{2}a^2 - a^2 - \frac{\pi}{4}a^2 + \frac{1}{2}a^2$$
$$= \frac{\pi}{4}a^2 - \frac{1}{2}a^2$$
$$= \boldsymbol{\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)a^2(\mathrm{cm}^2)}$$

【13】(1)
$$a=3b+2\cdots\cdots①$$
$$b=2c+1\cdots\cdots②$$
① の b は ② の式の値と同じなので，おきかえてよい（② を ① に代入してよい）．
$$a=3(2c+1)+2=6c+3+2$$
$$\therefore \boldsymbol{a=6c+5}$$

(2) 弟も妹もいる生徒$\cdots\cdots a\times\dfrac{25}{100}=\dfrac{1}{4}a$（人）

これが，妹もいる生徒の 40 %なので，妹がいる生徒は
$$\frac{1}{4}a\div\frac{40}{100}=\frac{1}{4}a\times\frac{100}{40}=\frac{5}{8}a\text{（人）}$$
よって，少なくとも弟か妹のどちらか一方がいる生徒は
$$a+\frac{5}{8}a-\frac{1}{4}a=\left(1+\frac{5}{8}-\frac{1}{4}\right)a=\frac{8+5-2}{8}a=\boldsymbol{\frac{11}{8}a}\text{（人）}$$

【14】(1) 1 時間後に A にいた数の 80 %が A に残り，これに B の 10 %が加わる．

1 時間後　A$\cdots 20000\times\dfrac{80}{100}+10000\times\dfrac{10}{100}=16000+1000=17000$

B$\cdots$ 全体から A を引けばよい　$20000+10000-17000=13000$

2 時間後　A$\cdots 17000\times\dfrac{80}{100}+13000\times\dfrac{10}{100}=13600+1300=\mathbf{14900}\cdots$ ア

(2)
$$c=\frac{80}{100}a+\frac{10}{100}b=\boldsymbol{\frac{4}{5}}a+\boldsymbol{\frac{1}{10}}b\cdots\cdots\text{ イ，ウ}$$
$$b=20000+10000-a=\mathbf{30000}-a\cdots\cdots\text{ エ}$$
$$c=\frac{4}{5}a+\frac{1}{10}(30000-a)=\frac{4}{5}a+3000-\frac{a}{10}=\boldsymbol{\frac{7}{10}}a+\mathbf{3000}\cdots\cdots\text{ オ，カ}$$

(3) (2) の結果を利用すると，

3 時間後　$\dfrac{7}{10}\times14900+3000=13430$

4 時間後　$\dfrac{7}{10}\times13430+3000=12401$

よって，**4時間後**$\cdots\cdots$ キ

【15】(1)　底面積　$\pi r^2(\mathrm{cm}^2)$

側面積　$2\pi r \times h = 2\pi hr(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ 表面積　$2 \times \pi r^2 + 2\pi hr = \boldsymbol{2\pi r^2 + 2\pi hr(\mathrm{cm}^2)}$

$\therefore$ 体積　$\pi r^2 \times h = \boldsymbol{\pi hr^2(\mathrm{cm}^3)}$

(2)　側面積　$\pi \ell^2 \times \dfrac{2\pi r}{2\pi \ell} = \pi \ell^2 \times \dfrac{r}{\ell} = \pi \ell r(\mathrm{cm}^2)$

表面積　$\boldsymbol{\pi r^2 + \pi \ell r(\mathrm{cm}^2)}$

体積　$\dfrac{1}{3} \times \pi r^2 \times h = \boldsymbol{\dfrac{\pi}{3} hr^2(\mathrm{cm}^3)}$

【16】操作する前のある円の半径を a とすると，この円から新しくできる 2 つの円の半径は $a \times r$ と $a \times (1-r)$.

よって，その周の長さの和は

$$2 \times \pi \times a \times r + 2 \times \pi \times a \times (1-r) = 2\pi ar + 2\pi a - 2\pi ar = 2\pi a$$

よって操作前の円周の長さと同じである．したがって，この操作によって円周のすべての和は変わらない.

ゆえに，はじめの円周の長さを求めればよいから

$$2 \times \pi = \boldsymbol{2\pi}$$

添削課題

【1】(1) $3(x+2)=\mathbf{3x+6}$

(2) $-2(5x-3)=\mathbf{-10x+6}$

(3) $-(b-a)=\mathbf{-b+a\ (=a-b)}$

(4) $-\dfrac{3}{4}\left(-\dfrac{8}{3}x+12\right)=\mathbf{2x-9}$

【2】(1)
$$\begin{aligned}&(2x+1)+(5x-3)\\=&2x+1+5x-3\\=&\mathbf{7x-2}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&(-2x-7)+(8x-1)\\=&-2x-7+8x-1\\=&\mathbf{6x-8}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}&(a+2)-(4a+7)\\=&a+2-4a-7\\=&\mathbf{-3a-5}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}&3x-4-(7x-6)\\=&3x-4-7x+6\\=&\mathbf{-4x+2}\end{aligned}$$

(5)
$$\begin{aligned}&(-2b+3)-(b-3)\\=&-2b+3-b+3\\=&\mathbf{-3b+6}\end{aligned}$$

(6)
$$\begin{aligned}&\left(\frac{2}{3}y-5\right)-\left(4-\frac{y}{3}\right)\\=&\frac{2}{3}y-5-4+\frac{1}{3}y\\=&\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)y+(-5-4)\\=&\mathbf{y-9}\end{aligned}$$

【3】(1) $(b+2)+3(b-4)$
$=b+2+3b-12$
$=\mathbf{4b-10}$

(2) $2(2x-1)-(6x-5)$
$=4x-2-6x+5$
$=\mathbf{-2x+3}$

(3) $3(5x-2)+2(-4x+5)$
$=15x-6-8x+10$
$=\mathbf{7x+4}$

(4) $2(3a-5)-4(a+3)$
$=6a-10-4a-12$
$=\mathbf{2a-22}$

(5) $4x-\{2(x+2)-7\}$
$=4x-(2x-3)$
$=4x-2x+3$
$=\mathbf{2x+3}$

(6) $17-2\{4-3(x-2)\}$
$=17-2(4-3x+6)$
$=17-2(-3x+10)$
$=17+6x-20$
$=\mathbf{6x-3}$

(7) $-2(3x-4)+3\{12-4(3-x)\}$
$=-6x+8+3(12-12+4x)$
$=-6x+8+12x$
$=\mathbf{6x+8}$

【4】(1)

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{1}{3}(4x-1)$$
$$=\frac{3(x+3)}{6}+\frac{2(4x-1)}{6}$$
$$=\frac{3x+9+8x-2}{6}$$
$$=\boldsymbol{\frac{11x+7}{6}}$$

(2)

$$\frac{2}{3}(2x-3)-\frac{1}{6}(2x+5)$$
$$=\frac{4(2x-3)}{6}-\frac{(2x+5)}{6}$$
$$=\frac{4(2x-3)-(2x+5)}{6}$$
$$=\frac{8x-12-2x-5}{6}$$
$$=\boldsymbol{\frac{6x-17}{6}}$$

(3)

$$\frac{x-5}{2}+\frac{3x+1}{4}$$
$$=\frac{2(x-5)}{4}+\frac{3x+1}{4}$$
$$=\frac{2(x-5)+(3x+1)}{4}$$
$$=\frac{2x-10+3x+1}{4}$$
$$=\boldsymbol{\frac{5x-9}{4}}$$

(4)

$$\frac{5a+3}{3}+\frac{-3a+1}{2}$$
$$=\frac{2(5a+3)}{6}+\frac{3(-3a+1)}{6}$$
$$=\frac{2(5a+3)+3(-3a+1)}{6}$$
$$=\frac{10a+6-9a+3}{6}$$
$$=\boldsymbol{\frac{a+9}{6}}$$

(5)

$$\frac{x+2}{2}-\frac{2x-1}{3}$$
$$=\frac{3(x+2)}{6}-\frac{2(2x-1)}{6}$$
$$=\frac{3(x+2)-2(2x-1)}{6}$$
$$=\frac{3x+6-4x+2}{6}$$
$$=\boldsymbol{\frac{-x+8}{6}}$$

(6)

$$\frac{3x-2}{4}-\frac{2x+5}{6}$$
$$=\frac{3(3x-2)}{12}-\frac{2(2x+5)}{12}$$
$$=\frac{3(3x-2)-2(2x+5)}{12}$$
$$=\frac{9x-6-4x-10}{12}$$
$$=\boldsymbol{\frac{5x-16}{12}}$$

(7)

$$\frac{5x-8}{7}-\frac{2x-3}{2}$$
$$=\frac{2(5x-8)-7(2x-3)}{14}$$
$$=\frac{10x-16-14x+21}{14}$$
$$=\boldsymbol{\frac{-4x+5}{14}}$$

(8)

$$\frac{x+14}{12}-\frac{4-x}{6}$$
$$=\frac{x+14-2(4-x)}{12}$$
$$=\frac{x+14-8+2x}{12}$$
$$=\frac{3x+6}{12}$$
$$=\boldsymbol{\frac{x+2}{4}}$$

【5】正の数 a，b を用いて，$A=7a+2$，$B=7b+4$ を表せる．

$$\begin{aligned}6A-4B&=6(7a+2)-4(7b+4)\\&=42a+12-28b-16\\&=42a-28b-4\\&=42a-28b-7+3\\&=7(6a-4b-1)+3\end{aligned}$$

$6a-4b-1$ は整数なので，この数を 7 で割った余りは **3** である．

【6】<周の長さ>

大きい円の半周 $=3a\times\pi\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}\pi a$

小さい円の半周 $=\pi a\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}\pi a$

$$\therefore\ \frac{3}{2}\pi a+3\times\frac{1}{2}\pi a=\boldsymbol{3\pi a(\mathrm{cm})}$$

<面積>

大きい半円 $=\pi\times\left(\dfrac{3}{2}a\right)^2\times\dfrac{1}{2}=\pi\times\dfrac{9}{4}a^2\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{9}{8}\pi a^2$

小さい半円 $=\pi\times\left(\dfrac{1}{2}a\right)^2\times\dfrac{1}{2}=\pi\times\dfrac{1}{4}a^2\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}\pi a^2$

$$\therefore\ \frac{9}{8}\pi a^2-3\times\frac{1}{8}\pi a^2=\frac{6}{8}\pi a^2=\boldsymbol{\frac{3}{4}\pi a^2(\mathrm{cm}^2)}$$

小テスト

【1】(1) $\boldsymbol{7x}$

(2) $\boldsymbol{3a}$

(3) $\boldsymbol{-p}$

(4) $\boldsymbol{-\frac{5}{12}x}$

(5) $\boldsymbol{2b-6}$

(6) $\boldsymbol{\frac{4}{3}x+1}$

(7) $\boldsymbol{\frac{9}{10}x-5}$

(8) $\boldsymbol{-\frac{13}{4}x+\frac{29}{4}}$

５章　平面図形（１）

問題

【1】(1) **A，B，C，G**

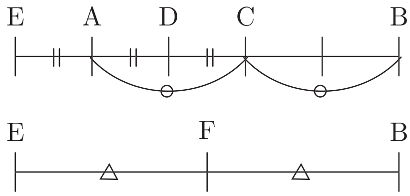
(2) **B，D，F**　[[線分 DF といったときは D と F の間（両端含む）のみを指す]

(3) **線分 BC**［A が中点]，**線分 CG**［B が中点]，
線分 DF［B が中点]，**線分 EG**［F が中点]

【2】(1) 右の図より，

$$\mathrm{AE}=\mathrm{AD}=\frac{1}{2}\mathrm{AC}=\frac{1}{4}\mathrm{AB}$$

よって，$\mathbf{AE}=\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\mathbf{AB}$



(2) 右の図より，F は CD の中点であるから，
$\mathbf{CF}=\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{CD}$

【3】(1) **直線 $\boldsymbol{b}$ と $\boldsymbol{c}$**　［$b \parallel c$］

(2) **直線 $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{e}$，直線 $\boldsymbol{b}$ と $\boldsymbol{d}$，直線 $\boldsymbol{c}$ と $\boldsymbol{d}$**［$a \perp e, b \perp d, c \perp d$］
［マス目を数えると b，c は右に 3 マス進むと，下に 1 マス進むが，d は右に 1 マス進むと，上に 3 マス進む．ここから b と d , c と d とが垂直であることがわかる］

(3) **点 F**

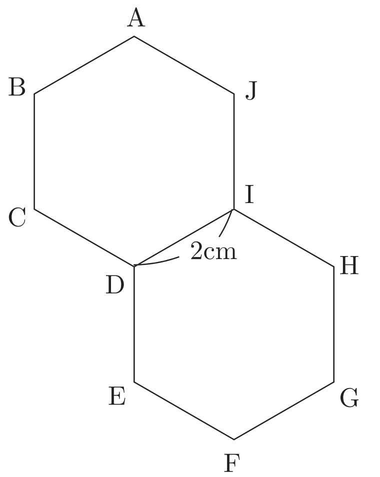
(4) **線分 BE，DF**

【4】(1) **AJ, BI**(BH, IH も同じもの),
EF, CD(CG, DG も同じもの)

(2) **JD, IE, HF**

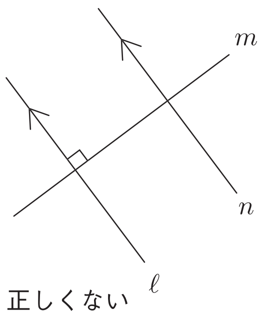
(3) **6cm**

(4) $\mathbf{\frac{3}{2}}$ 倍



【5】(1) 正しくない

m と n は必ず垂直になり，必ず交点をもつ（直線は無限にのびていることに注意）.

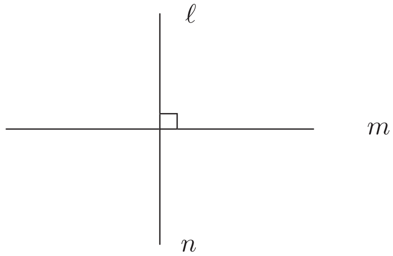


(2) 正しくない

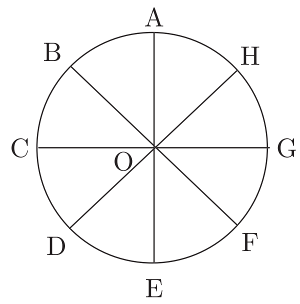
必ず $\ell \parallel n$ となり平行とは交点をもたないことなので，ℓ と m は同じ点を通らない.

(3) 正しくない

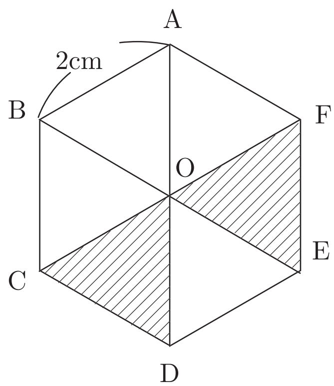
下の図にようなときは ℓ と n が一致してしまう．ℓ，n は異なる直線なので，このようなケースは含まれない.



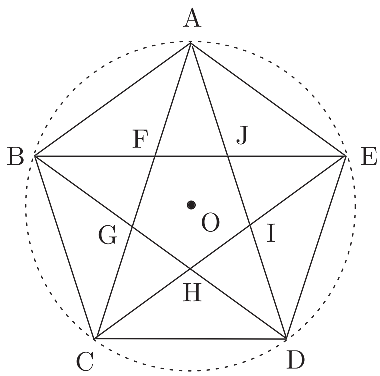
【6】(1) CG を軸として対称移動した図形 ··· **おうぎ形 OED**
HD を軸として対称移動した図形 ··· **おうぎ形 OGF**
(2) 反時計回りに 90° 回転した図形 ··· **おうぎ形 OCD**
［線分 OA が線分 OC に，線分 OB が線分 OD に重なる］
時計回りに 135° 回転した図形 ··· **おうぎ形 OFG**
［線分 OA が線分 OF に，線分 OB が線分 OG に重なる］



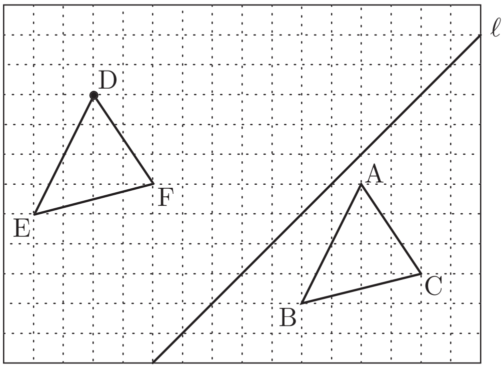
【7】・直線 CF(DE) に平行に 2cm 平行移動
・点 O を通り，CF に垂直な直線について対称移動
・点 O を中心として，反時計回りに 120° 回転移動
・点 O を中心として，時計回りに 240° 回転移動



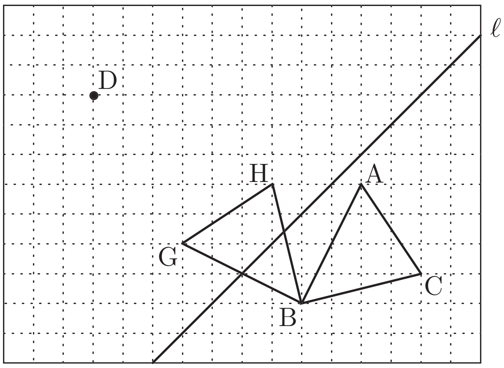
【8】(1) ・直線 EG についての対称移動
・点 O を中心として，反時計回りに 144° 回転移動
・点 O を中心として，時計回りに 216° 回転移動
(2) ・点 O を中心として，時計回りに 144° 回転移動
・点 O を中心として，反時計回りに 216° 回転移動



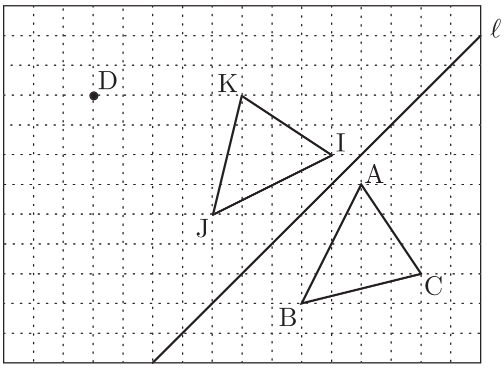
【9】(1)



(2)



(3)



(2) において，点 B から見ると点 A は横方向右に 2 マス，縦方向上に 4 マスずれている．このずれを横と縦を逆にしただけ，点 G は点 B からずれている．したがって，点 G は点 B から縦方向上に 2 マス，横方向左に 4 マスずれた点とすればよい．同様にして点 C は点 B から横方向右に 4 マス，縦方向上に 1 マスずれているので，点 H は縦方向上に 4 マス，横方向左に 1 マスだけ点 B からずれた点とすればよい．

【10】(1) 直線 $\boldsymbol{\ell}$，$\boldsymbol{m}$ に垂直な方向に，**2** 直線 $\boldsymbol{\ell}$，$\boldsymbol{m}$ 間の距離の **2** 倍の距離だけ右に平行移動する．

■理由

線分 AA'，BB'，CC' と直線 ℓ との交点をそれぞれ P，Q，R，
線分 $A'A''$，$B'B''$，$C'C''$ と直線 m との交点をそれぞれ S，T，U とする．

$\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ は直線 ℓ について対称だから，

$AP=A'P$，$AA' \perp \ell$

また，$\triangle A'B'C'$ と $\triangle A''B''C''$ は直線 m について対称だから，

$A'S=A''S$，$A'A'' \perp m$

ゆえに，

$\ell \,/\!/\, m$，$A'A'' \perp m$ より，$\ell \perp A'A''$

よって，A，A′，A″ は一直線上にあり，

$AA'' \perp \ell \cdots\cdots$ ①

また，

$$
\begin{aligned}
AA' + A'A'' &= 2PA' + 2A'S \\
&= 2(PA' + A'S) \\
&= 2PS \cdots\cdots ②
\end{aligned}
$$

同様にして，B，B′，B″ は一直線上にあり，

$BB'' \perp \ell \cdots\cdots$ ③

C，C′，C″ も一直線上にあり，

$CC'' \perp \ell \cdots\cdots$ ④

さらに，

$BB'+B'B'' =2QT \cdots\cdots$ ⑤

$CC'+C'C'' =2RU \cdots\cdots$ ⑥

①，③，④ より，

$AA'' /\!/ BB'' /\!/ CC''$

②，⑤，⑥ より，

$AA'' =BB'' =CC''$（=2 直線 ℓ，m 間の距離の 2 倍）

以上より，確認できた．

(2) **直線 $\boldsymbol{\ell}$，$\boldsymbol{m}$ の交点を中心に右回りに $\mathbf{120^\circ}$ 回転移動する．**

■理由

直線 ℓ と m の交点を O，線分 AA$'$ と直線 ℓ との交点を P，
線分 A$'$A$''$ と直線 m との交点を Q とする．

△ ABC と△ A$'$B$'$C$'$ は直線 ℓ について対称だから，

OA=OA$'$，∠AOP=∠A$'$OP

また，△ A$'$B$'$C$'$ と△ A$''$B$''$C$''$ は直線 m について対称だから，

OA$'$ =OA$''$，∠A$'$OQ=∠A$''$OQ

ゆえに，

OA=OA$''$ ……①

$$\begin{aligned}\angle \mathrm{AOA''} &= \angle \mathrm{AOA'} + \angle \mathrm{A'OA''}\\ &= 2\angle \mathrm{A'OP} + 2\angle \mathrm{A'OQ}\\ &= 2(\angle \mathrm{A'OP} + \angle \mathrm{A'OQ})\\ &= 2\angle \mathrm{POQ}\\ &= 120^\circ \quad \cdots\cdots ②\end{aligned}$$

同様にして，

OB=OB$''$ ……③

OC=OC$''$ ……④

∠BOB$''$=120° ……⑤

∠COC$''$=120° ……⑥

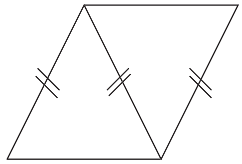
①，②，③，④，⑤，⑥ より，確認できた．

【11】(1) ③，⑥，⑦，⑧

(2) ②，③，⑤，⑦，⑧，⑨

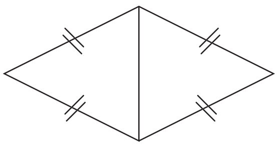
①，④ では，特別な図形で考えてはいけない．たとえば ① では「すべての」台形について点対称か，線対称かがきかれている．

⑥



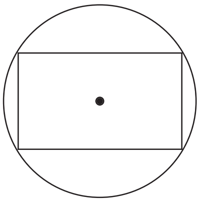
平行四辺形となるので点対称だが，線対称ではない．

⑦



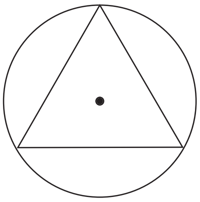
ひし形となるので点対称かつ線対称である．

⑧



点対称かつ線対称である．

⑨



線対称であるが点対称ではない．

【12】(1) ① 点対称ではない

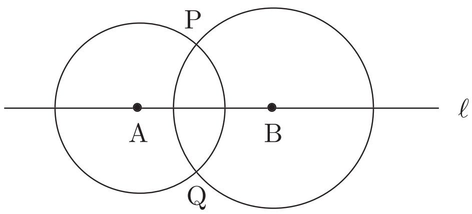
② 線対称である．5 本

(2) いえる

■理由

点対称な図形とは，回転の中心について 180° 回転移動したとき，もとの図形とぴったり重なる図形である．したがって，直線で分けられた部分のうちの一方を対称の中心を中心として 180° 回転させると，他方にぴったり重なる．つまり，この 2 つの部分は必ず合同になるといえる．

【13】(1) 2 つの円は共に直線 ℓ について線対称であり，このとき P, Q は線対称の対応する点なので，それらを結んだ線分は，線対称の性質から軸 ℓ と直交する．よって $PQ \perp AB$ である．



(2) 2 つの円が対称移動によって重なるときなので，$a = b$ のとき．（このときの対称軸は PQ）

(3) 2 つの円が回転移動によって重なるときなので，$a = b$ のとき，（このときの対称の中心は AB と PQ の交点）

【14】(1) **AC=BC** ［直角二等辺三角形の直角をはさむ 2 辺だから］

AD=AE=DE=EC=EB

［△ADE は正三角形，△AEC と △BEC は直角二等辺三角形だから］

(2) 8種類

角の大きさ	角
30°	∠ABD ［∠EBD などでも可］, ∠EDB
45°	∠CAE, ∠ECA, ∠CBE, ∠ECB
60°	∠DAE, ∠AED, ∠EDA
75°	∠DBC
90°	∠ACB, ∠ADB, ∠AEC, ∠BEC
105°	∠DAC
120°	∠BED
150°	∠CED

【15】2 点 A，B を結ぶ経路のうち，最短のものが線分 AB であるから，A から C を通って B に至る経路の長さである AC+BC よりも，線分 AB の長さの方が短い.

よって，AC+BC > AB が成り立つ.

【16】3 辺のうち，いちばん大きい辺に着目する.

残りの 2 辺の和が，いちばん大きい辺より大きい組合せを考えて，

いちばん大きい辺が 6cm のとき，残りの 2 辺の組は，

(2cm，5cm)，(3cm，4cm)，

(3cm，5cm)，(4cm，5cm）の 4 組.

いちばん大きい辺が 5cm のとき，残りの 2 辺の組は，

(2cm，4cm)，(3cm，4cm）の 2 組.

いちばん大きい辺が 4cm のとき，残りの 2 辺の組は，

(2cm，3cm) の 1 組.

いちばん大きい辺が 3cm 以下になることはないので，

$4+2+1=7$

よって，**7 種類**

【17】(1) △**FBD**

(2) △**CFE** ［FE を軸としたとき］，△**BFD** ［FC を軸としたとき］

(3) △**CFD** ［点 F を中心，時計回りに 90° 回転したとき］，

△**FEC** ［点 E を中心，反時計回りに 90° 回転したとき］

【18】平行移動で重ねられるものは

△FGE, △DJC

対称移動で重ねられるものは

△BIF［軸：BI］，△FID［軸：DI］，△EHD［軸：FD］，

△AGE［軸：FH，JC］，△CJD［軸：HD，AG］

回転移動で重ねられるものは

△FHD［D 中心，時計回りに 60° 回転］，

△EJD［D 中心，時計回りに 120° 回転］，

△FIB［I 中心，時計回りに 120° 回転］，

△DIF［I 中心，反時計回りに 120° 回転］，

△EGA［F 中心，反時計回りに 120° 回転］，

△AGF［H 中心，反時計回りに 120° 回転］，

△CJE［H 中心，時計回りに 120° 回転］

よって，平行移動・対称移動・回転移動で重ねられないものは，残った以下の 1 つ

△**EHF**

添削課題

【1】(1) ① // ② ⊥ ③ ⊥

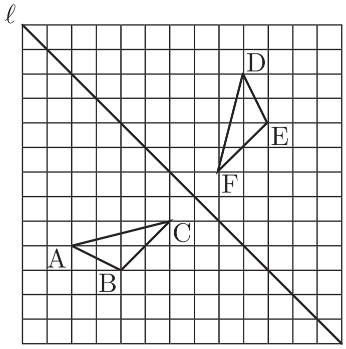
(2) ① **ABCDEHIMOTUVWXY**

② **HIOX**

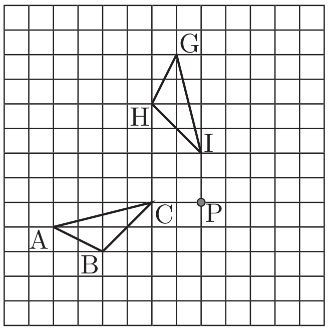
③ **HINOSXZ**

【2】

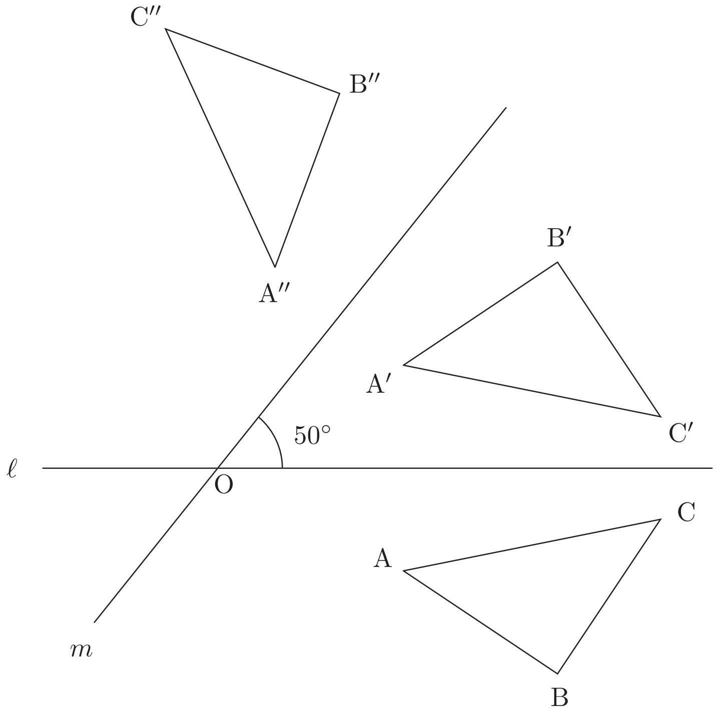
(1)



(2)



【3】(1)



(2) 直線 $\boldsymbol{\ell}$, $\boldsymbol{m}$ の交点を中心に，左回りに **100°** 回転移動する．

小テスト

【1】(1) $5a+7+8a=\boldsymbol{13a+7}$

(2) $13-6x-x=\boldsymbol{-7x+13}$

(3) $\dfrac{7}{2}x+\dfrac{8}{3}-\dfrac{9}{2}x+\dfrac{5}{3}=\boldsymbol{-x+\dfrac{13}{3}}$

(4) $3(2y+1)+(-5y-7)=6y+3-5y-7=\boldsymbol{y-4}$

(5) $7(2a-1)-(17a+4)=14a-7-17a-4=\boldsymbol{-3a-11}$

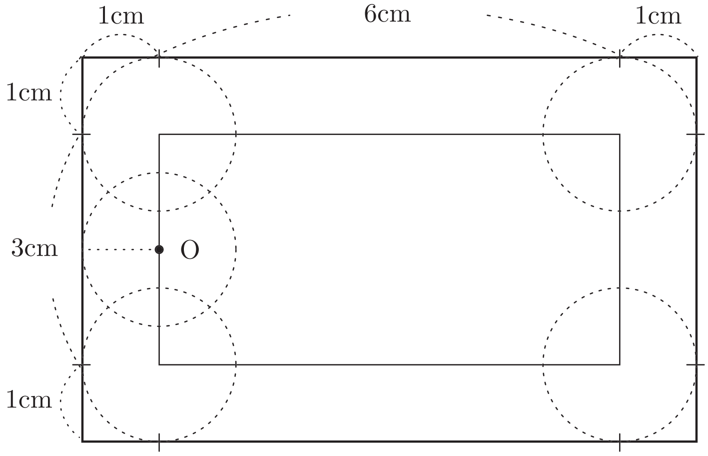
(6) $\dfrac{3x-1}{2}+\dfrac{7x+3}{5}=\dfrac{15x-5+14x+6}{10}=\boldsymbol{\dfrac{29x+1}{10}}$

(7) $\dfrac{7b+2}{3}-\dfrac{5b-3}{2}=\dfrac{14b+4-15b+9}{6}=\boldsymbol{\dfrac{-b+13}{6}}$

(8) $\dfrac{-3a+4}{4}-\dfrac{7a+11}{6}=\dfrac{-9a+12-14a-22}{12}=\boldsymbol{\dfrac{-23a-10}{12}}$

問題

【1】



上の図のような長方形になるので，中心 O のえがく図形は，

たて 3cm，横 6cm の長方形

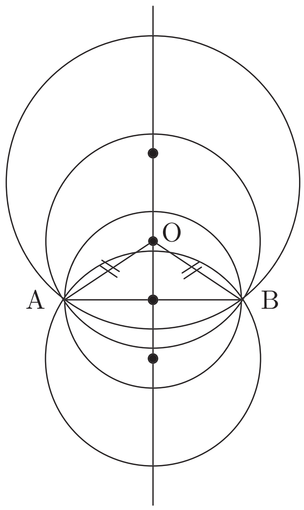
また，この長方形の周りの長さは，

$(3+6)\times 2=\mathbf{18(cm)}$

【2】(1) 半径が等しいので，OA=OB

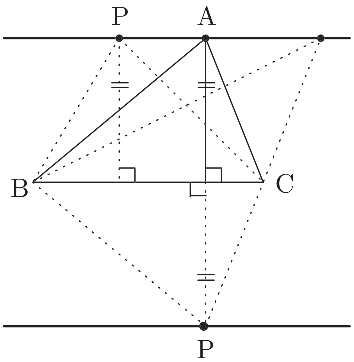
つまり，点 O の集合は線分 AB の両端から等しい距離にある点の集合だから，

線分 AB の垂直二等分線



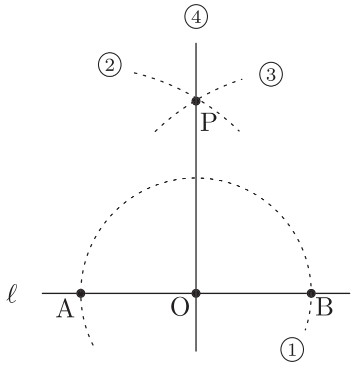
(2) △ABC と△PBC は面積が等しく，BC を底辺とすると，底辺の長さも等しい．
したがって，高さ (点 A と直線 BC との距離と，点 P と直線 BC との距離) が等しい．
つまり，点 P の集合は直線 BC との距離が一定である点の集合だから，

直線 BC に平行で，距離が点 A と直線 BC の距離に等しい 2 本の直線

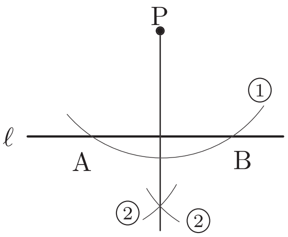


＜注＞ 点 A と同じ側と反対側の 2 本あることに注意する．

【3】① 点 O を中心として，適当な半径の円をかき，直線 ℓ との交点を A，B とする．
② 点 A を中心として，適当な半径の円をかく．
③ 点 B を中心として，② と等しい半径の円をかき，② の円との交点の 1 つを P とする．
④ 2 点 O，P を通る直線を引く．(この直線が点 O を通る ℓ の垂線となる)



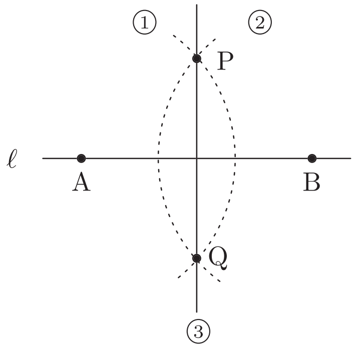
【4】(1)



(2) ① 直線 ℓ 上に適当に 2 点 A，B をとり，点 A を中心として，半径 AP の円をかく．

② 点 B を中心として，半径 BP の円をかき，① の円との交点のうち，P と異なる方を Q とする．

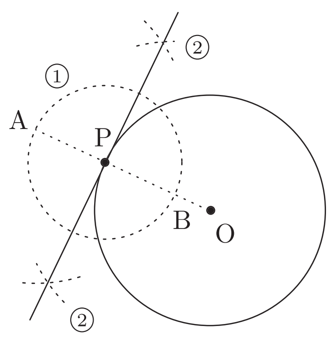
③ 2 点 P，Q を通る直線を引く．



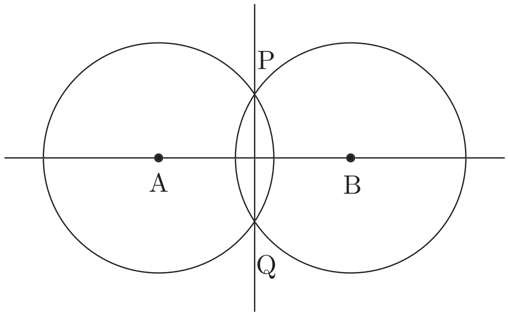
【5】2 点で交わっている 2 円は中心から弦へ引いた垂線に関して対称なので，この 2 点を結ぶ直線はこの垂線と垂直であり，また 2 点はこの垂線と円周との交点に近づく．したがって接線は，接点で半径と直交すると考えられる．よって接点 P を通る，OP に垂直な線を作図すればよい．

① P を中心とする適当な大きさの円をかき，直線 OP との交点を A，B とする．

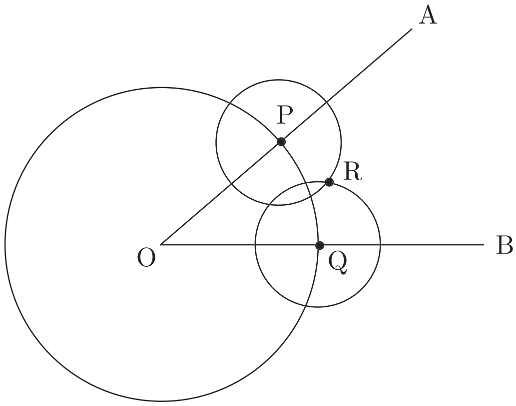
② 線分 AB の垂直二等分線を引く．



【6】(1) 2 点 A，B を中心とする 2 つの円 A，B は半径が同じなので合同である．したがって重ね合わせることができる．2 つの円を対称移動で重ね合わせると直線 PQ がその対称軸となっている．また A, B は対応する点なので，対応する点を結ぶ線分は対称軸と垂直で，対称軸で 2 等分される．よって，直線 PQ は線分 AB の垂直二等分線になっている．



(2) 円 P，Q は同じ半径であるので重ね合わせることができる．また，OP=OQ なので O は P，Q から等距離である，同様に RP=RQ より R も P，Q から等距離である．よって，OR は線分 PQ の垂直二等分線上にあり，この直線 OR を対称軸とみると，OR を軸とした対称移動で円 P と円 Q を重ねられる．よって，$\angle\mathrm{POR} = \angle\mathrm{QOR}$ となるから，半直線 OR は角の二等分線となる．

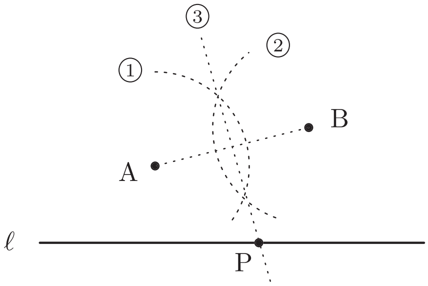


【7】 PA=PB より，線分 AB の垂直二等分線と直線 ℓ との交点が P であるから

① A を中心として適当な半径の円をかく．

② B を中心として ① と等しい半径の円をかく．

③ ① と ② の円の 2 つの交点を通る直線を引き，直線 ℓ との交点を P とする．



【8】(直線 ℓ が線分 AA'，BB'，CC' の垂直二等分線であることを利用する．)

① A を中心として適当な半径の円をかき，直線 ℓ との交点を P，Q とする．

② P を中心として適当な半径の円をかく．

③ Q を中心として ② と等しい半径の円をかき，② との交点の 1 つを R とする．

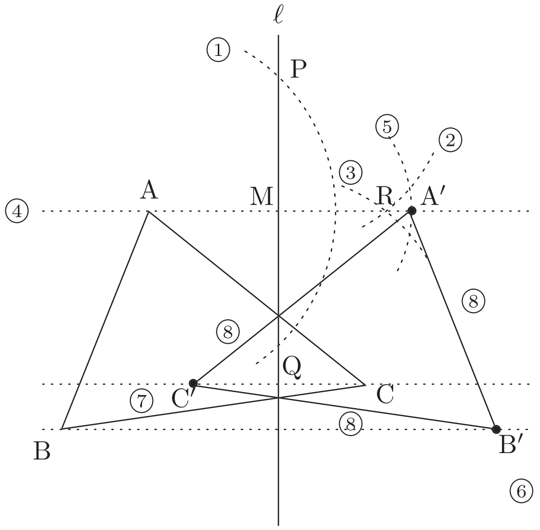
④ 直線 AR をひき，ℓ との交点を M とする．

⑤ ④ 上に，$AM=A'M$ となる A' を，ℓ に関して点 A と反対側にとる．

⑥ ①〜⑤ と同様にして，ℓ に関して点 B と対称な点 B' をとる．

⑦ ①〜⑤ と同様にして，ℓ に関して点 C と対称な点 C' をとる．

⑧ 線分 $A'B'$，$B'C'$，$C'A'$ を引く．



【9】① B を中心として適当な半径の円をかく．

② C を中心として ① と等しい半径の円をかく．

③ ① と ② の 2 つの交点を通る直線を引き，BC との交点を P とする．

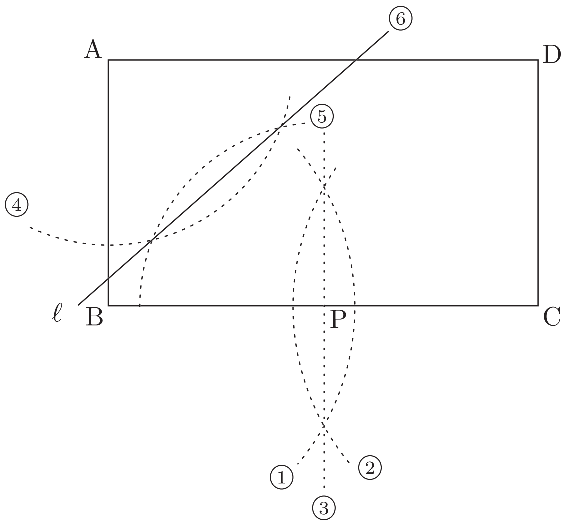
(まず，BC の中点 P を作図する．線分 AP の垂直二等分線が，折り目を表す直線となる．)

④ A を中心として適当な半径の円をかく．

⑤ P を中心として ④ と等しい半径の円をかく．

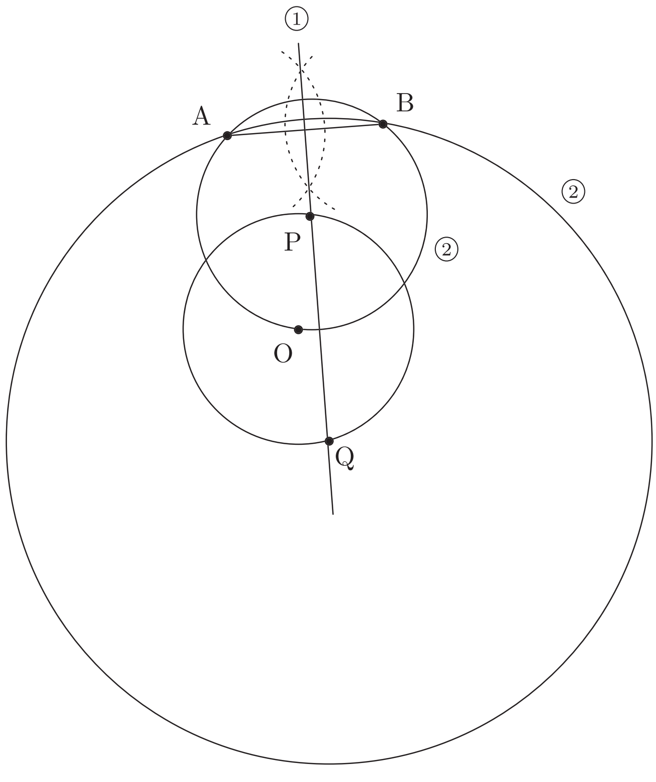
(このとき ④ と ⑤ の円が 2 つの交点を持つように ④ の円の半径を選ぶ)

⑥ ④ と ⑤ の円の 2 つの交点を通る直線をかく.



【10】① 線分 AB の垂直二等分線を引く.

② ① と円 O との交点を P，Q とし，P を中心として PA を半径とする円，および Q を中心として QA を半径とする円をかく.

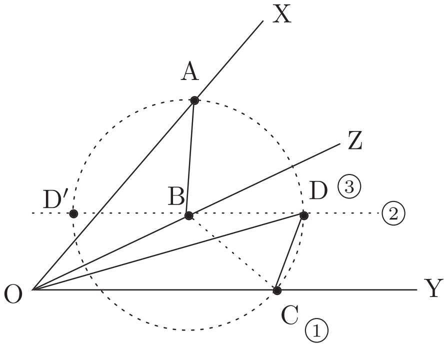


【11】いろいろな作図の仕方が考えられるが，次はその１つの例

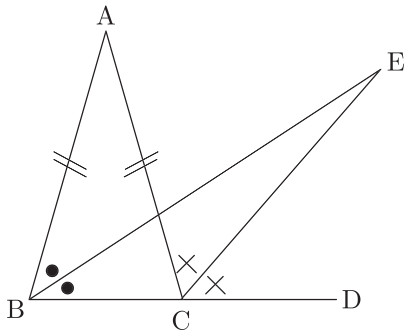
① 点 B を中心とする半径 BA の円と OY との交点のうち，OZ に関して点 A と対称となる方の点を C とおく．（このとき△ OAB= △ OCB）

② 点 B を通り，OY に平行な直線を引く．

③ ② と ① の円との交点を D とする．（BD // OC より△ OCB= △ OCD．よって，△ OAB= △ OCD）



【12】(1)



(2) $\angle \mathrm{BEC} = \mathbf{15°}$

(3) **B，C，E が同じ円周上にある．**

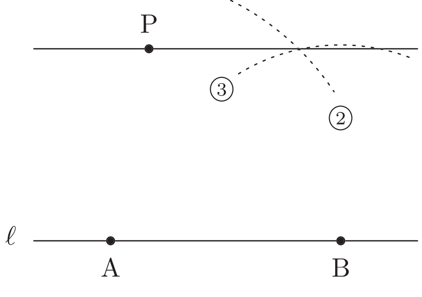
【13】（合同な三角形を利用する方法）

① ℓ 上に適当な２点 A，B をとる．

② 点 A を中心として，PB を半径とする円をかく．

③ 点 B を中心として，PA を半径とする円をかく．

④ ②，③の交点と点 P を通る直線を引く．



（垂線を利用する方法）

① 点 P を中心に適当な半径の円をかき，ℓ との２つの交点を A，B とする．

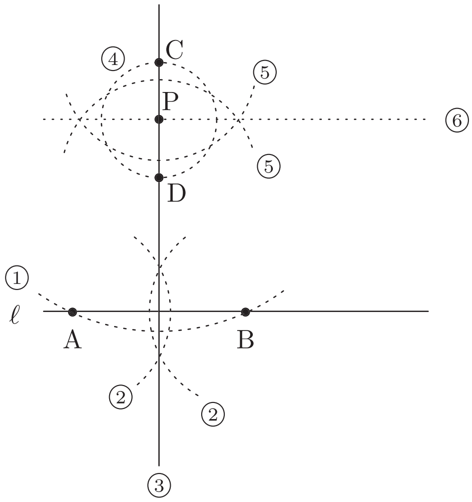
② 点 A，点 B を中心に同じ適当な半径の円をかく．

③ ②の２円の交点を通る直線を引く（AB の垂直二等分線の作図．点 P を通るはず）．

④　点 P を中心に適当な半径の円をかき，③の直線との交点を C，D とする．

⑤　点 C，点 D を中心に同じ適当な半径の円をかく．

⑥　⑤の２円の交点を通る直線を引く（CD の垂直二等分線の作図．点 P を通るはず）．



【14】①　A を通る適当な半直線 AX を引く．

②　半直線 AX 上に適当に点 C をとる．

③　半直線 AX 上に CA=CD となる点 D を，図のようにとる．

④　半直線 AX 上に DC=DE となる点 E を，図のようにとる．

⑤　線分 BE を引く．

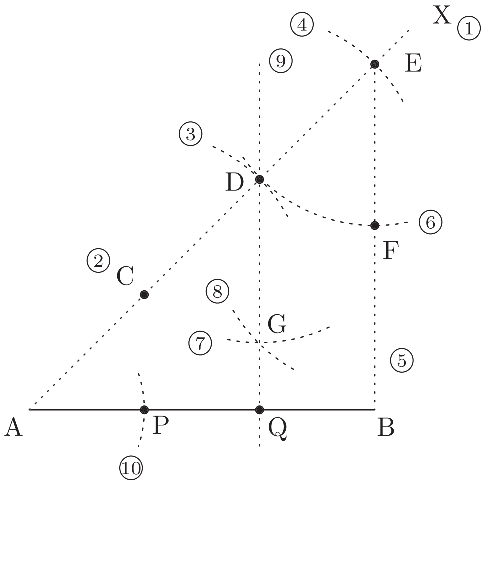
⑥　E を中心として半径が DE の円をかき，線分 BE との交点を F とする．

⑦　D を中心として半径が DE の円をかく．

⑧　F を中心として半径が DE の円をかき，図のように ⑦ との交点を 1 つを G とする．

⑨　直線 DG をひき，線分 AB との交点を Q とする．(直線 DQ は BE に平行な直線)

⑩　A を中心として半径 BQ の円をかき，線分 AB との交点を P とする．



【15】2 点を結ぶ経路のうち，最短のものが線分であることと，線対称の図形において，対応する点は軸上の 1 点から必ず等距離にあることを利用する．

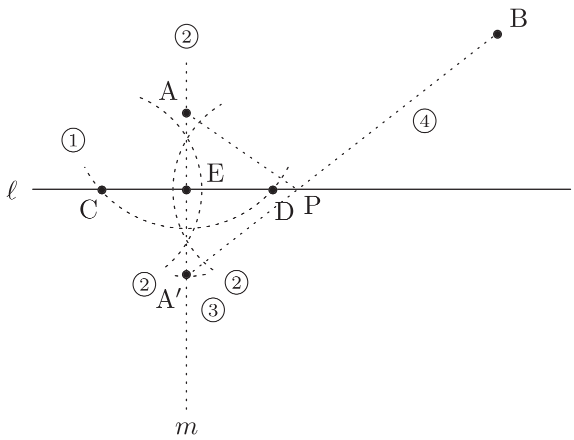
直線 ℓ を軸として，点 A と線対称な点 A′ を作図すると，AP+PB=A′P+PB が必ず成り立つので，AP+PB を最小にするには，A′P+BP が最小になるような点を点 P とすればよい．つまり，A′ と B を結んだ線分と ℓ との交点が求める点 P となる．

① 点 A を中心とする適当な半径の円をかき，ℓ との 2 つの交点を C，D とする．

② CD の垂直二等分線 m を作図し，ℓ との交点を E とする．

③ 点 E を中心として線分 AE の長さを半径とする円をかき，直線 m との交点で点 A と異なる点を点 A′ とする．

④ 点 A′ と点 B を結んだ線分と ℓ との交点が点 P である．



【16】【15】と同様に，2 点を結ぶ経路のうち，最短のものが線分であることと，線対称の図形において，対応する点は軸上の 1 点から必ず等距離にあることを利用する．

直線 OA を軸としたとき点 P と線対称にある点 P′，直線 OB を軸としたとき点 P と線対称にある点 P″ を作図すると，PQ+QR+RP=P′Q+QR+RP″ が必ず成り立つ．したがって，PQ+QR+RP を最小にするには，P′Q+QR+RP″ が最小になるように，点 Q，R をとればよい．つまり，P′ と P″ を結んだ線分と OA，OB との交点をそれぞれ点 Q，R とすればよい．

① 点 P を中心とする適当な半径の円をかき，半直線 OA，OB とのそれぞれ 2 つずつの交点を C，D，E，F とする．

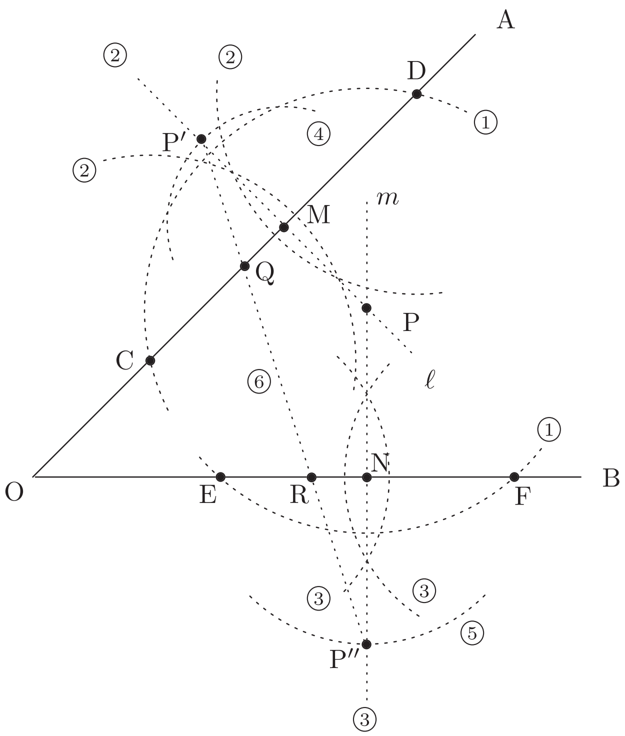
② CD の垂直二等分線 ℓ を作図し，OA との交点を M とする．

③ EF の垂直二等分線 m を作図し，OB との交点を N とする．

④ 点 M を中心として線分 PM の長さを半径とする円をかき，直線 ℓ との交点で点 P と異なる点を点 P′ とする．

⑤ 点 N を中心として線分 PN の長さを半径とする円をかき，直線 m との交点で点 P と異なる点を点 P″ とする．

⑥ 点 P′ と点 P″ を結んだ線分と直線 OA，OB との交点がそれぞれ点 Q，R である．

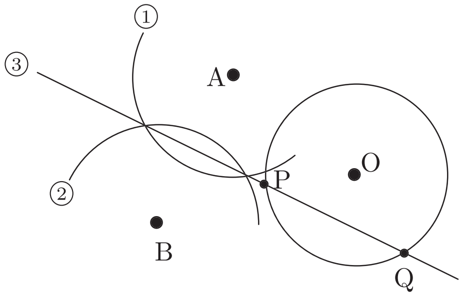

A
B
O
D
C
M
Q
P
P′
P″
E
R
N
F
m
ℓ
①
①
②
②
②
③
③
③
④
⑤
⑥

添削課題

【1】(1) ① A を中心として，適当な半径の円をかく．

② B を中心として，① と等しい半径の円をかく．

③ ① と ② の円の 2 つの交点を通る直線を引き，円 O との交点を P，Q とする．
求める点は，この 2 点 P，Q である．



(2) ① A を中心として，適当な半径の円をかく．

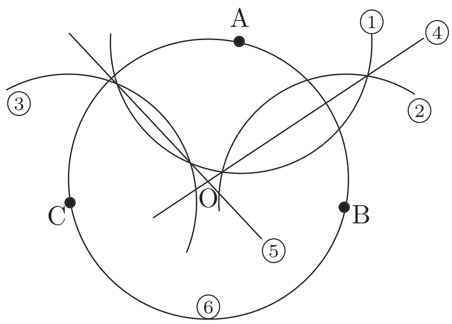
② B を中心として，① と等しい半径の円をかく．

③ C を中心として，① と等しい半径の円をかく．

④ ① と ② の円の 2 つの交点を通る直線を引く．

⑤ ① と ③ の円の 2 つの交点を通る直線を引く．

⑥ ④ と ⑤ の交点を O とし，半径が OA の円をかく．



【2】(1) ① B を中心として，適当な半径の円をかく.

② E を中心として，① と等しい半径の円をかく.

③ ① と ② の 2 つの交点を通る直線を引き，ℓ とする.

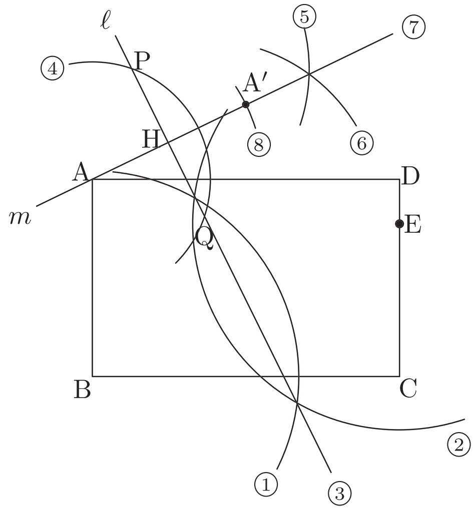
④ A を中心として，適当な半径の円をかき，ℓ との 2 つの交点をそれぞれ P，Q とする.

⑤ P を中心として，適当な半径の円をかく.

⑥ Q を中心として，⑤ と等しい半径の円をかく.

⑦ ⑤ と ⑥ の交点と A を通る直線 m を引き，ℓ との交点を H とする.

⑧ m 上に，AH=A′H となる点 A′ を ℓ に関して A と反対側にとる.



(2) ① ℓ と m の交点 O を中心として，適当な半径の円をかき，ℓ，m との交点をそれぞれ C，D とする.

② C を中心として，適当な半径の円をかく.

③ D を中心として，② と等しい半径の円をかく.

④ ② と ③ の交点の 1 つと O を通る直線を引く.

⑤ A を中心として，適当な半径の円をかく.

⑥ B を中心として，⑤ と等しい半径の円をかく.

⑦ ⑤ と ⑥ の 2 つの交点を通る直線を引き，④ との交点を P とする.

同様に点 P はもう 1 点あり，以下のように定められる.

①′ ℓ と m の交点 O を中心として，適当な半径の円をかき，ℓ，m との交点をそれぞれ C′，D′ とする.

②′ C′ を中心として，適当な半径の円をかく.

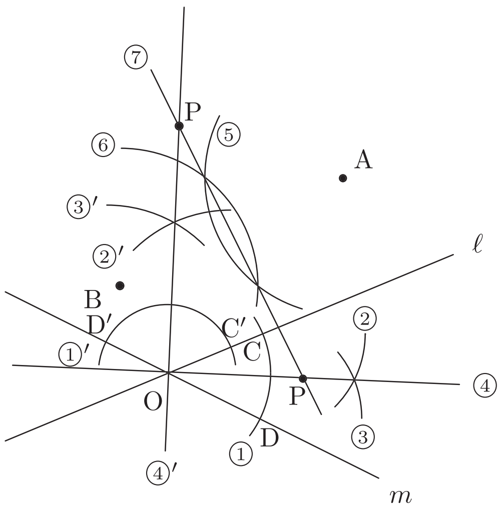
③′ D′ を中心として，②′ と等しい半径の円をかく.

④′ ②′ と ③′ の交点の 1 つと O を通る直線を引く.

⑤′ A を中心として，適当な半径の円をかく.

⑥′ B を中心として，⑤′ と等しい半径の円をかく.

⑦′ ⑤′ と ⑥′ の 2 つの交点を通る直線を引き，④′ との交点を P とする.



(3) ① B を中心として，適当な半径の円をかき，辺 AB，BC との交点をそれぞれ E，F とする．

② E を中心として，適当な半径の円をかく．

③ F を中心として，② と等しい半径の円をかく．

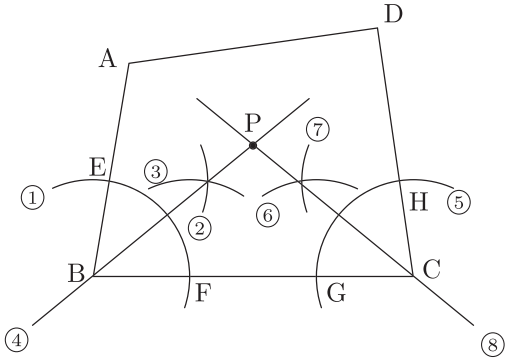
④ ② と ③ の交点の 1 つと B を通る直線を引く．

⑤ C を中心として，適当な半径の円をかき，辺 BC，CD との交点をそれぞれ G，H とする．

⑥ G を中心として，適当な半径の円をかく．

⑦ H を中心として，⑥ と等しい半径の円をかく．

⑧ ⑥ と ⑦ の交点の 1 つと C を通る直線を引き，④ との交点を P とする．



小テスト

【1】(1) ① **線分 AB**　　② **直線 AB**　　③ **半直線 BA**

（半直線 AB は不可）

(2) ① **点 E**

② 線分 CF は 3 目盛りで 12cm だから，1 目盛りは

$12 \div 3 = 4(\mathrm{cm})$

よって，FB=4cm だから，

$\mathrm{PB}=\mathrm{PC}+\mathrm{CF}+\mathrm{FB}= 14 + 12 + 4 = 30$　　$\mathbf{PB = 30cm}$

③ $\mathrm{PA}=\mathrm{PC}-\mathrm{AC}= 14 - 4 = 10(\mathrm{cm})$

$\mathrm{PA}\div\mathrm{PB}= 10 \div 30 = \frac{1}{3}$(倍)　　$\mathbf{PA = \frac{1}{3}PB}$

７章　空間図形

問題

【1】(1) ア　四角　　イ　正四角

(2) ウ　六角形　　エ　長方形　　オ　**8**

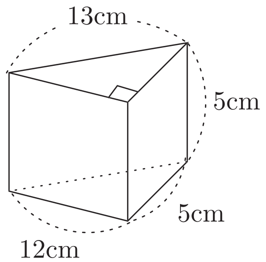
(3) カ　正五角形　　キ　二等辺三角形　　ク　**6**

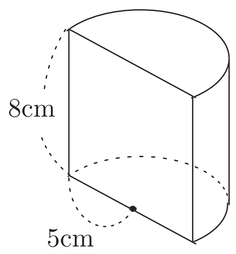
【2】(1) $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 \times 5 = \mathbf{150(cm^3)}$

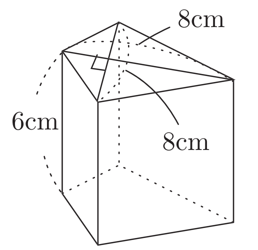
(2) $\pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} \times 8 = \mathbf{100\pi(cm^3)}$

(3) $8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times 6 = \mathbf{192(cm^3)}$

(1) の図　(2) の図　(3) の図



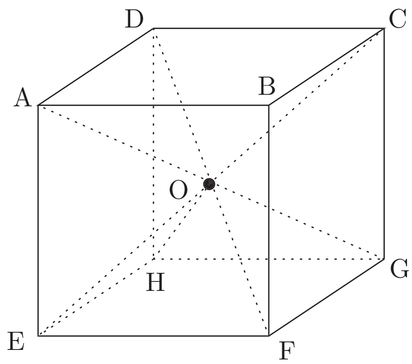




【3】立方体は 6 つの面をもつので，この立方体は O−EFGH と同じ四角すい 6 つに分けられる．

よって，

$$a^3 \times \frac{1}{6} = \mathbf{\frac{1}{6}a^3(cm^3)}$$



■説明

一方，底面 EFGH は a^2cm^2 で，高さは立方体の半分 $\frac{a}{2}$cm である．

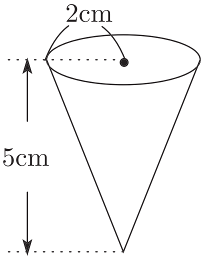
ここから，この四角すいの体積は底面積と高さの等しい四角柱の $\frac{1}{3}$ であることがわかる．

【4】(1) 体積　$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 5 = \mathbf{\frac{20}{3}\pi(cm^3)}$

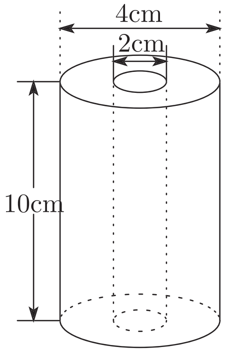
(2) 体積　$(\pi \times 2^2 - \pi \times 1^2) \times 10 = \mathbf{30\pi(cm^3)}$

(3) 体積　$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = \mathbf{36\pi(cm^3)}$

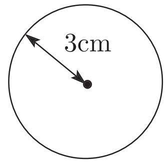
(1) の図



(2) の図



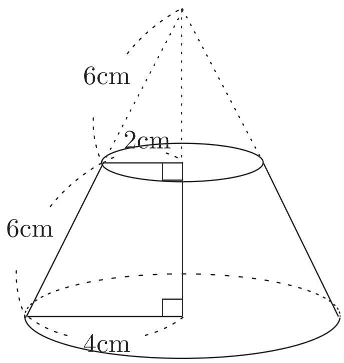
(3) の図



半径 3cm の球

【5】(1) 母線が 5cm，底面の半径が 3cm の円すいなので

$$\pi \times 5^2 \times \frac{3}{5} + \pi \times 3^2 = 15\pi + 9\pi$$
$$= \mathbf{24\pi(cm^2)}$$



(2) 右の図のように，母線が 12cm，底面が 4cm の円すいから，母線が 6cm，底面が 2cm の円すいを取り除いたものとなる．

$$側面積 = \pi \times 12^2 \times \frac{4}{12} - \pi \times 6^2 \times \frac{2}{6}$$
$$= 48\pi - 12\pi$$
$$= 36\pi(\mathrm{cm}^2)$$

よって，(上面の面積)$= 4\pi(\mathrm{cm}^2)$，(下面の面積)$= 16\pi(\mathrm{cm}^2)$ より，

$$(36 + 4 + 16)\pi = \mathbf{56\pi(cm^2)}$$

【6】(1) 辺 **BC**, 辺 **EH**, 辺 **FG**

(2) 辺 **AB**, 辺 **AE**, 辺 **DC**, 辺 **DH**

(3) 辺 **EF**, 辺 **HG**, 辺 **BF**, 辺 **CG**

【7】(1) 辺 **CF**, 辺 **EF**, 辺 **NF**

(2) 辺 **CF**

(3) **60°**

(4) **30°**

(5) **90°**

【8】(1) **辺 HI, 辺 IJ, 辺 KL, 辺 LG, 辺 CI, 辺 DJ, 辺 EK, 辺 FL**

(2) **面 CIJD, 面 DJKE, 面 EKLF, 面 FLGA**

(3) **面 ABCDEF, 面 GHIJKL**

(4) **4 組**

（面 ABCDEF と面 GHIJKL，面 ABHG と面 EDJK，面 BCIH と面 FEKL，
面 CDJI と面 AFLG）

(5) **∠EAG(または ∠DBH)**

(6) **∠ABC(または ∠GHI)**

【9】(1) ×

図において，面 AEFB と面 BFGC は辺 DH に平行であるが，交わっている．

(2) ○

(3) ○

(4) ×

図において，辺 DH と面 AEFB は平行，面 AEFB と面 EFGH は垂直であるが，辺 DH と面 EFGH は垂直である．

(5) ○

(6) ○

(7) ×

図において，辺 DH と辺 DC は垂直，辺 DC と面 EFGH は平行であるが，辺 DH と面 EFGH は垂直である．

(8) ×

図において，辺 DC と面 EFGH は平行，辺 BC と面 EFGH は平行であるが，辺 DC と辺 BC は垂直である．

【10】(1) **辺 FD**

(2) **辺 AD, 辺 BF** ［ 四角形 ABFD は正方形 ］

(3) **辺 CD, 辺 DE, 辺 EF, 辺 CF**

(4) 辺 AB と辺 BC のなす角 **60°** ［∠ ABC の大きさ．△ ABC は正三角形 ］

辺 AB と辺 AD のなす角 **90°** ［∠ BAD の大きさ．四角形 ABFD は正方形 ］

(5) **面 DEF**

【11】(1) **無数**

(2) **無数**

(3) **3 点 A, B, C が 1 つの直線上にあるときは無数,**
3 点 A, B, C が 1 つの直線上にないときは 1 つ.

(4) **4 点 A, B, C, D が 1 つの直線上にあるときは無数,**
4 点 A, B, C, D が 1 つの直線上にないときは, 4 点のうちの 3 点できまる平面上に残りの 1 点があれば 1 つ, そうでないときはない.

(5) 平面は 1 つの直線上にない 3 点できまるので，これらのうち，3 点によって 1 つの平面ができる.
つまり，次の 3 点を含む平面ができる.
(A，B，C)，(A，B，D)，(A，B，E)，(A，C，D)，(A，C，E)，
(A，D，E)，(B，C，D)，(B，C，E)，(B，D，E)，(C，D，E)
の **10 個**

【12】ℓ と m はそれぞれ平面 P，Q 上の直線であり，平面 P と Q は平行なので ℓ と m は交わらない.
また，ℓ と m はともに平面 R 上にあるので，同一平面上にある.
よって，ℓ と m は同一平面上にある交わらない直線なので，平行である.

【13】(1) 三角形ごとに辺は 3 つあるので，20 の面全体での辺の総数は，$3 \times 20 = 60$(本) ある．これらの辺が 2 つ集まって，実際の正二十面体の各辺をつくるので，正二十面体の辺の数は $\dfrac{60}{2} = \mathbf{30}$ **(本)** となる.
同様に三角形ごとに頂点は 3 つあるので，20 の面全体での頂点の総数は，$3 \times 20 = 60$(個) ある．1 つの頂点に面が 5 つ集まっているので，正二十面体の頂点の数は $\dfrac{60}{5} = \mathbf{12}$ **(個)** となる.

(2) (1) より以下のようになる．

名称	面の形	面の数 (F)	頂点の数 (V)	辺の数 (E)
正四面体	正三角形	4	4	6
正六面体	正方形	6	8	12
正八面体	正三角形	8	6	12
正十二面体	正五角形	12	20	30
正二十面体	正三角形	20	12	30

正六面体と正八面体，正十二面体と正二十面体では面の数と頂点の数が入れ替わっているだけであるから，つねに成り立つ性質に関しては，面の数と頂点の数の和が関係することが予想される．正六面体と正八面体，正十二面体と正二十面体での面の数と頂点の数の和はそれぞれ，14 と 32 である．これとそれぞれにおける辺の数 12，30 とを比較すると，その差がつねに 2 であることに気がつく．これは正四面体においても成り立っている．以上から，面の数 (F)，頂点の数 (V)，辺の数 (E) の間には，

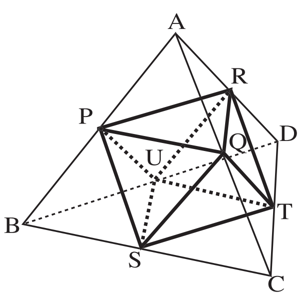
$$\mathbf{F+V-E=2}$$

という関係式が成り立つと予想される．

＜注＞ 上の関係式（$\mathbf{F+V-E=2}$）は，どのような立体においてもつねに成り立つ**オイラーの多面体定理**と呼ばれる性質である．

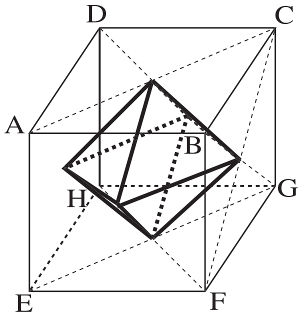
【14】(1) **正八面体**

［できあがる立体の各面はすべて正三角形となる．1 つの頂点に集まる面の数はすべて 4 つである．また，隣り合う面のなす角は対称性からすべて等しい．したがって，この立体は正多面体となる．面の数はもとの正四面体の面に含まれる 4 つと，頂点を切り落として新たにできる 4 つの面を合わせた 8 つとなる．したがって，できあがる立体は正八面体である.］



(2) 正八面体

［できあがる立体の各面はすべて正三角形となる．1 つの頂点に集まる面の数はすべて 4 つである．また，隣り合う面のなす角は対称性からすべて等しい．したがって，この立体は正多面体となる．面はもとの正六面体の 8 つの頂点を切り落としてすべてできるので，面の数は 8 つとなる．したがって，でき上がる立体は正八面体である．］



【15】(1) ア **180** イ **90** ウ **90** エ **QR** オ **QR**

カ 底面の周の長さは $2\pi r$ なので円柱の側面積は $2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$.

これと球の表面積が等しいことから

$S = \boldsymbol{4\pi r^2}$

(2) キ $\boldsymbol{r}$ ク $\boldsymbol{\frac{1}{3}S'r}$ ケ $V = \frac{1}{3}Sr = \frac{1}{3} \times 4\pi r^2 \times r = \boldsymbol{\frac{4}{3}\pi r^3}$

添削課題

【1】(1) ① 八角形　② 三角形　③ 九

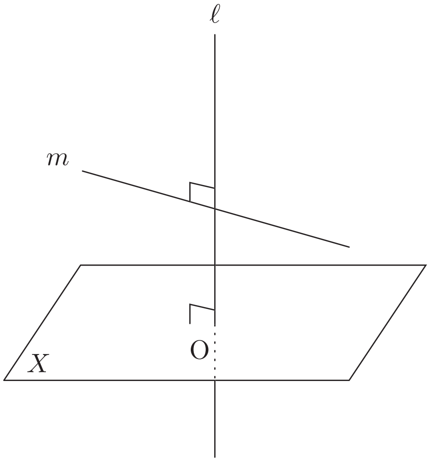
(2) ① 正三角形　② **4**

(3) ① 正六面体（立方体）　② **12**　③ **8**

(4) ① 正十二面体　② **3**　③ **20**　④ **30**

【2】①，③，④，⑥

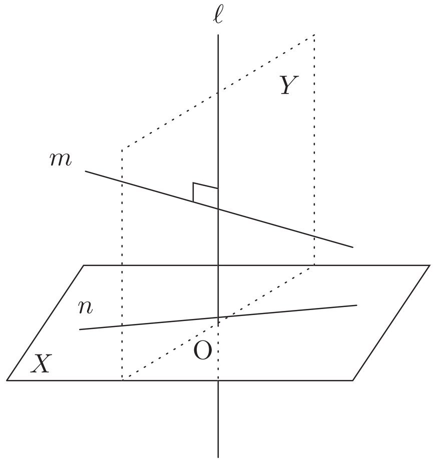
【3】(1)



(2) $\boldsymbol{\ell} \perp \boldsymbol{n}$

(3) $\boldsymbol{m} \mathbin{/\!/} \boldsymbol{X}$

(4) $\boldsymbol{X} \perp \boldsymbol{Y}$



【4】(1) ×

＜例＞

面 BFGC と面 DHGC は，それぞれ辺 AE と平行であるが，互いに平行ではない．

(2) ○

(3) ×

＜例＞

辺 EF，辺 FG は，それぞれ面 ABCD に平行であるが，互いに平行ではない．

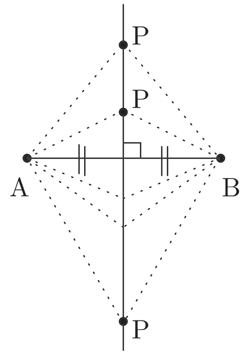
(4) ○

小テスト

【1】(1) $\angle PAB=\angle PBA$ より，$\triangle PAB$ は $PA=PB$ の二等辺三角形になる．

つまり，点 P の集合は，線分 AB の両端から等しい距離にある点の集合だから，

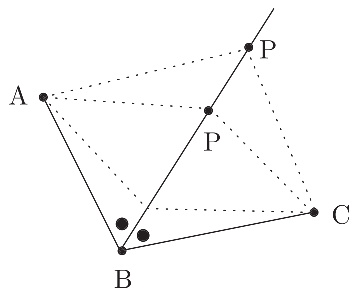
線分 AB の垂直二等分線



(2) $AB=BC$ より，$\triangle PAB$ と $\triangle PBC$ はそれぞれ AB，BC を底辺として，高さが等しいときに面積が等しくなる．

すなわち，点 P の集合は線分 AB，BC からの距離の等しい点の集合だから，

$\angle$ABC の二等分線



(3) $\triangle PAB$ の面積が 12cm^2 のとき，高さは

$12 \times 2 \div 6 = 4(\text{cm})$

すなわち，点 P の集合は線分 AB からの距離が 4cm である点の集合だから，

直線 AB に平行で，直線 AB との距離が 4cm である 2 本の直線

1MJSS/1MJS/1MJ
中１選抜東大・医学部数学
中１数学
中１東大数学
中１東大・京大数学

Z-KAI

会員番号	

氏　名	