本科 1 期 5 月度

解答

Z会東大進学教室

中 2 選抜東大・医学部数学

中 2 数学

中 2 東大数学

４章　１次関数（４）

問題

【1】$x=0,\ 1$ のとき，$y=-4,\ -1$ より，点 $(0,\ -4)$，$(1,\ -1)$ はもとの直線上にある．

(1) x 軸について対称移動した 2 点は $(0,\ 4)$，$(1,\ 1)$．この 2 点を通るとき，傾きは -3 で y 切片は 4 なので，$\boldsymbol{y=-3x+4}$

(2) y 軸について対称移動した 2 点は $(0,\ -4)$，$(-1,\ -1)$．この 2 点を通るとき，傾きは -3 で y 切片は -4 なので，$\boldsymbol{y=-3x-4}$

(3) 原点について対称移動した 2 点は $(0,\ 4)$，$(-1,\ 1)$．この 2 点を通るとき，傾きは 3 で y 切片は 4 なので，$\boldsymbol{y=3x+4}$

【2】(1) $\boldsymbol{y=-3x-2}$

(2) y 軸について対称移動した式は，$y=-3x+2$

よって，さらに x 軸正の方向に -3 平行移動した式は，$\boldsymbol{y=-3x-7}$

(3) 原点について対称移動した式は，$y=3x-2$

よって，さらに x 軸の正の方向に 1，y 軸正の方向に -2 平行移動した式は，

$\boldsymbol{y=3x-7}$

(4) グラフをかいて確認すると，傾きが -3，y 切片が 14 であることがわかるから，

$\boldsymbol{y=-3x+14}$

【3】(1) $\mathbf{A'(5,\ -1)}$

(2) 直線の式を $y=ax+b$ とおくと，$\mathrm{A'}(5,-1)$ を通ることより，

$$5a+b=-1\ \cdots\cdots ①$$

$\mathrm{B}(1,2)$ を通ることより，

$$a+b=2\ \cdots\cdots ②$$

① − ② より，$4a=-3$．$\therefore a=-\dfrac{3}{4}$

② より，$b=2+\dfrac{3}{4}=\dfrac{11}{4}$

よって，求める直線の式は，$\boldsymbol{y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{11}{4}}$

(3) (2) の直線が x 軸と交わる点が求める点 P なので，(2) の式に $y=0$ を代入して，

$$0=-\frac{3}{4}x+\frac{11}{4}$$

$$x=\frac{11}{3}$$

ゆえに，$\mathbf{P}\left(\boldsymbol{\dfrac{11}{3},\ 0}\right)$

【4】(1) $\mathbf{A'(3,\ -1)}$

(2) $\mathbf{A''(1,\ 3)}$

(3) $\mathrm{AP} = \mathrm{A''P}$，$\mathrm{QA} = \mathrm{QA'}$ より，

$$\mathrm{AP} + \mathrm{PQ} + \mathrm{QA} = \mathrm{A''P} + \mathrm{PQ} + \mathrm{QA'}$$

よって，直線 $\mathrm{A'A''}$ と ① の交点を P，x 軸との交点を Q とすればよい．

直線 $\mathrm{A'A''}$ は，$y = -2x + 5$

したがって，$\mathbf{P}\left(\mathbf{\frac{5}{3},\ \frac{5}{3}}\right)$，$\mathbf{Q}\left(\mathbf{\frac{5}{2},\ 0}\right)$

【5】(1)
$$\begin{aligned} 2x - 4y + 5 &= 0 \\ -4y &= -2x - 5 \\ y &= \frac{1}{2}x + \frac{5}{4} \end{aligned}$$
より，傾き $\mathbf{\frac{1}{2}}$，y 切片 $\mathbf{\frac{5}{4}}$

(2)
$$\begin{aligned} -2x + y &= 3 \\ y &= 2x + 3 \end{aligned}$$
より，傾き $\mathbf{2}$，y 切片 $\mathbf{3}$

(3)
$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y - 1 &= 0 \\ -\frac{1}{3}y &= -\frac{2}{3}x + 1 \\ y &= 2x - 3 \end{aligned}$$
より，傾き $\mathbf{2}$，y 切片 $\mathbf{-3}$

(4)
$$\begin{aligned} 12y + 48 &= 0 \\ y &= -4 \end{aligned}$$
より，傾き $\mathbf{0}$，y 切片 $\mathbf{-4}$

(5)
$$\begin{aligned} 7x - 14 &= 0 \\ x &= 2 \end{aligned}$$
より，傾き，y 切片ともなし

((2, 0) を通る．y 軸に平行な直線)

【6】

(1) $\begin{cases} x + y - 4 = 0 & \cdots ① \\ y = 2x - 5 & \cdots ② \end{cases}$

② を ① に代入すると，
$$\begin{aligned} x + 2x - 5 - 4 &= 0 \\ x &= 3 \end{aligned}$$
② より，$y = 1$

以上より，交点の座標は $\mathbf{(3,\ 1)}$

(2) $\begin{cases} x - 2y - 11 = 0 & \cdots ① \\ 3x - 4y - 27 = 0 & \cdots ② \end{cases}$

① $\times\, 2 -$ ② より，
$$x = 5$$
① より，
$$\begin{aligned} 5 - 2y &= 11 \\ y &= -3 \end{aligned}$$
以上より，交点の座標は $\mathbf{(5,\ -3)}$

(3) $\begin{cases} 2x+y=2 & \cdots ① \\ x-5y=-21 & \cdots ② \end{cases}$

① − ② × 2 より，

$11y=44$

$y=4$

① より，$x=-1$

以上より，交点の座標は $\boldsymbol{(-1,\ 4)}$

(4) $\begin{cases} 2x+3y-1=0 & \cdots ① \\ 3x-2y=21 & \cdots ② \end{cases}$

① × 2 + ② × 3

$13x=65$

$x=5$

① より，$y=-3$

以上より，交点の座標は $\boldsymbol{(5,\ -3)}$

【7】(1) $3x+y+2=0$ より，$y=-3x-2$

よって平行な直線は $y=-3x+b$ とおける．

$(-2,\ 1)$ を通るので，

$1=-3\times(-2)+b$

$b=-5$

以上より，平行な直線は $\boldsymbol{y=-3x-5}$

また，垂直な直線は $y=\dfrac{1}{3}x+b$ とおける．

$(-2,\ 1)$ を通るので，

$1=\dfrac{1}{3}\times(-2)+b$

$b=\dfrac{5}{3}$

以上より，垂直な直線は $\boldsymbol{y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}}$

(2) $y=0$ を $-2x+7y+4=0$ に代入して，

$-2x+4=0$

$x=2$

これより，A$(2,\ 0)$

$x=0$ を $11x-3y-6=0$ に代入して，

$-3y-6=0$

$y=-2$

これより，B$(0,\ -2)$

AB の傾きは，

$\dfrac{0-(-2)}{2-0}=\dfrac{2}{2}=1$

なので，$\boldsymbol{y=x-2}$

(3) x 軸上では $y=0$ なので，$2x-3y+12=0$ より $y=0$ のとき，

$$2x+12=0$$
$$x=-6$$

$(-6,\ 0)$ を $ax+3y+1=0$ が通るので，

$$-6a+1=0$$
$$\boldsymbol{a=\frac{1}{6}}$$

(4) $\begin{cases} 3x-y+2=0 & \cdots ① \\ 2x+y+3=0 & \cdots ② \end{cases}$

① + ② より，

$$5x+5=0$$
$$x=-1$$

① より，

$$-3-y+2=0$$
$$y=-1$$

つまり，交点は $(-1,\ -1)$

$2x-3y+1=0 \implies y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}$ より，

これに垂直な直線は，$y=-\dfrac{3}{2}x+b$ とおけるから，$(-1,\ -1)$ を代入して，

$$-1=\frac{3}{2}+b$$
$$b=-\frac{5}{2}$$

以上より，$\boldsymbol{y=-\dfrac{3}{2}x-\dfrac{5}{2}}$

【8】① より，$y=-x+4\ \cdots ①'$

② より，$y=2x+1\ \cdots ②'$

③ より，$y=mx+(2m+1)\ \cdots ③'$

① // ③ のとき，および ② // ③ のとき三角形はできないので，

$$m=-1,\ 2$$

また ①，② の交点を ③′ が通るときも三角形はできない．

①′ と ②′ より，

$$-x+4=2x+1$$
$$-3x=-3$$
$$x=1$$

①′ より，$y=3$

よって $(1,\ 3)$ を ③ が通るので，

$$m-3+2m+1=0$$
$$m=\frac{2}{3}$$

以上より，$\mathbf{-1,\ 2,\ \dfrac{2}{3}}$

【9】(1) $\begin{cases} -3x+4y=4\cdots① \\ 3x-4y=-8\cdots② \end{cases}$

① + ② より，$0=-4$

これはありえないので，**解なし**

(2) $\begin{cases} -3x+4y=4\cdots① \\ 6x-8y=-8\cdots② \end{cases}$

① × 2 + ② より，$0=0$

これは常に成り立つので，**無数に解がある**

(3) $\begin{cases} -4x-3y=3\cdots① \\ 6x-8y=-8\cdots② \end{cases}$

① × 3 + ② × 2 より，$-25y=-7 \quad \therefore y=\dfrac{7}{25}$

① より，$x=-\dfrac{24}{25}$

よって，**ただ 1 つの解を持つ**

(4) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x-y=4\cdots① \\ 2x-3y=12\cdots② \end{cases}$

① × 3 − ② より，$0=0$

これは常に成り立つので，**無数に解がある**

(5) $\begin{cases} 150x-200y=300\cdots① \\ 3x-4y=5\cdots② \end{cases}$

① ÷ 50 − ② より，$0=1$

これはありえないので，**解なし**

以上より，

① ただ 1 組の解を持つもの　**(3)**

② 解を持たないもの（不能）　**(1)，(5)**

③ 無数に解を持つもの（不定）　**(2)，(4)**

【10】(1) $x-2y-4=0$

$$-2y=-x+4$$

$$y=\frac{1}{2}x-2$$

よって 傾き $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$，$\boldsymbol{y}$ 切片 $\boldsymbol{-2}$

$ax+3y+b=0$

$$3y=-ax-b$$

$$y=-\frac{a}{3}x-\frac{b}{3}$$

よって 傾き $\boldsymbol{-\frac{a}{3}}$，$\boldsymbol{y}$ 切片 $\boldsymbol{-\frac{b}{3}}$

(2) (i) (1) の 2 直線の傾きが異なっていれば，ただ 1 つの交点をもつから，

$$\frac{1}{2}\fallingdotseq-\frac{a}{3}$$

$$\boldsymbol{a\fallingdotseq-\frac{3}{2}}$$

(ii) (1) の 2 直線が一致していれば無数の解をもつから，

$$\frac{1}{2}=-\frac{a}{3} \text{ かつ } -2=-\frac{b}{3}$$

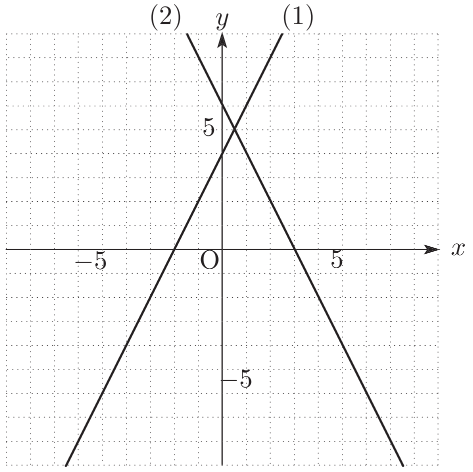
$$\therefore \boldsymbol{a=-\frac{3}{2},\ b=6}$$

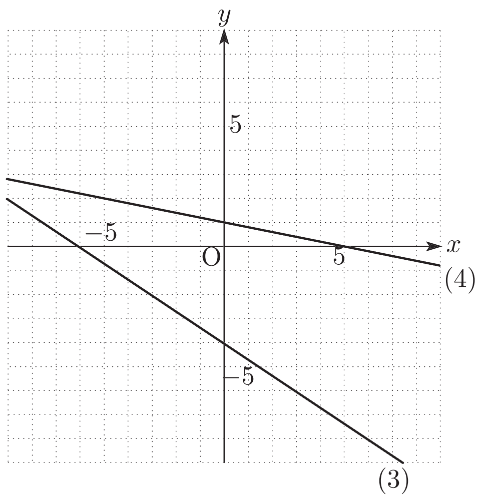
(iii) (1) の 2 直線が平行で，y 切片が等しくないとき解なしとなるから，

$$\frac{1}{2}=-\frac{a}{3} \text{ かつ } -2\fallingdotseq-\frac{b}{3}$$

$$\therefore \boldsymbol{a=-\frac{3}{2},\ b\fallingdotseq 6}$$

【11】それぞれの不等式を，$y=$ (左辺) とおいた 1 次関数のグラフは次のようになる．





(1) グラフより，$y \geqq 0$ に対応する x は，$\boldsymbol{x \geqq -2}$

(2) グラフより，$y < 0$ に対応する x は，$\boldsymbol{x > 3}$

(3) グラフより，$y \geqq 0$ に対応する x は，$\boldsymbol{x \leqq -6}$

(4) グラフより，$y \leqq 0$ に対応する x は，$\boldsymbol{x \geqq 5}$

【12】(1) 直線 OB の式は，$y=\dfrac{3}{2}x$

直線 AD の傾きを m とすると，OB $\perp$ AD より，$\dfrac{3}{2}m=-1$

よって，$m=-\dfrac{2}{3}$

点 A(7，4) を通るから，AD；$y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{26}{3}$

ここで，OB と AD の交点 P を求めると，P(4，6)

したがって，D(a，b) とすると，P は AD の中点だから，

$\dfrac{7+a}{2}=4$ より，　$a=1$.　　$\dfrac{4+b}{2}=6$ より，　$b=8$

よって，　**D(1，8)**

(2) (1) において，P は OB の中点だから，四角形 OABD は平行四辺形である．(厳密には，ひし形である．)

よって，求める直線は CP だから，　$\boldsymbol{y=\dfrac{1}{2}x+4}$

【13】① $\times 4+$ ② より，

$7x=0$

$x=0$

① より，$y=1$

つまり，① と ② の交点は $(0,\ 1)$

また，② $-$ ③ $\times 3$ より，

$14y-56=0$

$y=4$

③ より，$x=4$

つまり，② と ③ の交点は $(4,\ 4)$

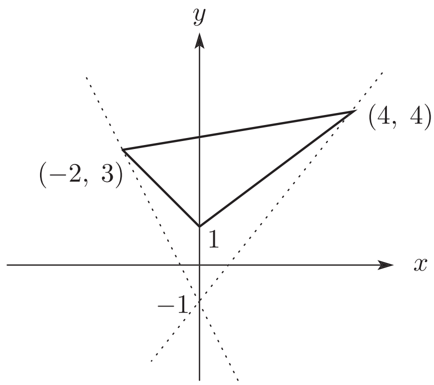
さらに，① $-$ ③ より，

$7y-21=0$

$y=3$

① より，$x=-2$

つまり，① と ③ の交点は $(-2,\ 3)$



$mx-y=1 \implies y=mx-1$ となるから

図より $(4,\ 4)$ を通るときより傾き m が大きく，$(-2,\ 3)$ を通るときより傾き m が小さければよい.

$(4,\ 4)$ を通るとき，$4=4m-1 \qquad \therefore m=\dfrac{5}{4}$

$(-2,\ 3)$ を通るとき，$3=-2m-1 \qquad \therefore m=-2$

以上より，$\boldsymbol{m \leqq -2,\ \dfrac{5}{4} \leqq m}$

【14】直線の方程式とみると，

$$(a+1)x-2y+2b+2=0$$
$$-2y=-(a+1)x-2b-2$$
$$y=\frac{a+1}{2}x+b+1 \quad \cdots\cdots ①$$

$$(b-2)x+y+3a=0$$
$$y=(2-b)x-3a \quad \cdots\cdots ②$$

①，② が一致するのが条件より，

$$\begin{cases} \dfrac{a+1}{2}=2-b \\ b+1=-3a \end{cases}$$

$\dfrac{a+1}{2}=2-b$ より，$a+1=4-2b$　$\therefore a+2b=3$ $\cdots ③$

$b+1=-3a$ より，$3a+b=-1$ $\cdots ④$

④ $\times 2-$ ③ より，

$$6a+2b-(a+2b)=-2-3$$
$$5a=-5$$
$$a=-1$$

③ より，

$$-1+2b=3$$
$$b=2$$

以上より，$\boldsymbol{a=-1,\ b=2}$

【15】$(a+2)x+3y=0$ より，$y=-\dfrac{a+2}{3}x$

$(a-1)x-5y=0$ より，$y=\dfrac{a-1}{5}x$

したがって，もしこの 2 直線の傾きが異なれば，2 直線は原点 $(0,\ 0)$ でしか交わらない．

よって $(0,\ 0)$ 以外に解をもつには，傾きが一致しなければならないから，

$$-\frac{a+2}{3}=\frac{a-1}{5}$$
$$-5(a+2)=3(a-1)$$
$$-5a-10=3a-3$$
$$-8a=7$$
$$\boldsymbol{a=-\frac{7}{8}}$$

【16】$-2 \leqq x \leqq 3$ の範囲で $y=2x+3$ よりも上に $y=ax+a+2$ があればよい.

$y=2x+3$, $y=ax+a+2$ は直線なので, $x=-2$, 3 で大小関係が成立すればよい.

よって,

$x=-2$ のとき,

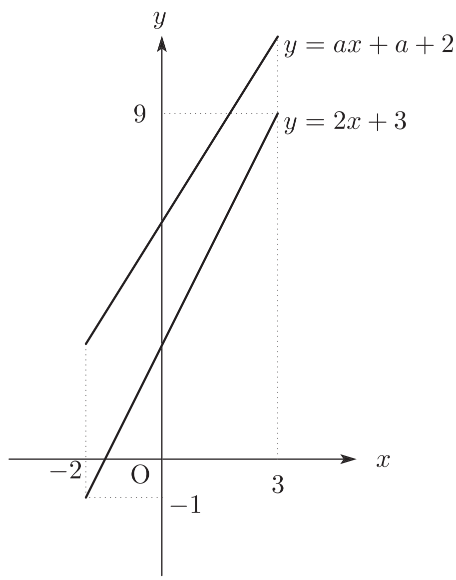
$$2\times(-2)+3 < a\times(-2)+a+2$$
$$-1 < -a+2$$
$$a < 3 \quad \cdots ①$$

$x=3$ のとき,

$$2\times3+3 < a\times3+a+2$$
$$9 < 4a+2$$
$$\frac{7}{4} < a \quad \cdots ②$$

①, ② より,

$$\boldsymbol{\frac{7}{4} < a < 3}$$



添削課題

【1】(1) $2x+3y+6=0$ より，

$$y=-\frac{2}{3}x-2$$

よって傾きは $-\frac{2}{3}$ となる．

$y=-\frac{2}{3}x+b$ とおいて，

$(-1,\ 2)$ を通るから，

$$2=-\frac{2}{3}\times(-1)+b$$

$$b=2-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$$

以上より，$\boldsymbol{y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}}$

(2) $5x-2y-3=0$ より，

$$y=\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}$$

よって傾きは $-\frac{2}{5}$ となる．

$y=-\frac{2}{5}x+b$ とおいて，

$(10,\ -3)$ を通るから，

$$-3=-\frac{2}{5}\times 10+b$$

$$-3=-4+b$$

$$b=1$$

以上より，$\boldsymbol{y=-\frac{2}{5}x+1}$

(3) $\begin{cases} 2x-3y=-6 & \cdots ① \\ 3x+5y=29 & \cdots ② \end{cases}$

とおく．

② $\times 2-$ ① $\times 3$ より，

$$19y=76$$

$$y=4$$

① より，

$$2x=-6+12=6$$

$$x=3$$

よって，交点の座標は $(3,\ 4)$．

$4x-2y+5=0$ より，$y=2x+\frac{5}{2}$

$y=2x+b$ とおいて，$(3,\ 4)$ を通るから，

$$4=6+b$$

$$b=-2$$

以上より，$\boldsymbol{y=2x-2}$

【2】(1) ① より，$y=-ax-2b-3\ \cdots①'$

② より，$b=0$ のとき $-7x=0\quad \therefore x=0$ となるが，これは y 軸を表すので傾きをもつ ①$'$ と重なることはない．よって $b\fallingdotseq 0$ としてよい．

$$b\neq 0 \text{ のとき } y=-\frac{b-7}{b}x-1\ \cdots②'$$

①$'$ と ②$'$ とが重なるので傾きと y 切片が一致する．

$$\begin{cases} -a=-\dfrac{b-7}{b}\ \cdots③ \\ -2b-3=-1\ \cdots④ \end{cases}$$

④ より，$b=-1$

③ に代入して

$-a=-\dfrac{-8}{-1}$

$\therefore a=8$

以上より，$\boldsymbol{a=8,\ b=-1}$

(2) (1) において ③ が成立し，④ が成立しない場合である．

④ が成立しないので，$b\neq -1\ \cdots⑤$

③ より

$$a=\frac{b-7}{b}=1-\frac{7}{b}$$

ここで a は整数なので，$\dfrac{7}{b}$ は整数でなければならない．

よって $b=\pm1,\ \pm7$，ところが ⑤ より $b\neq -1$ なので，b は $b=1,\ 7,\ -7$ に限られる．

$b=1$ のとき，$a=1-\dfrac{7}{1}=-6$　このとき $y=6x-5\ \cdots①'$，$y=6x-1\ \cdots②'$ となり条件をみたす．

$b=7$ のとき，$a=1-\dfrac{7}{7}=0$　このとき $y=-17\ \cdots①'$，$y=-1\ \cdots②'$ となり条件をみたす．

$b=-7$ のとき，$a=1-\dfrac{7}{-7}=2$　このとき $y=-2x+11\ \cdots①'$，$y=-2x-1\ \cdots②'$ となり条件をみたす．

以上より，$\boldsymbol{(a,\ b)=(-6,\ 1),\ (0,\ 7),\ (2,\ -7)}$

【3】(1) $\mathrm{P}'(a,\ b)$ を求める.

$\mathrm{P}(7,\ 7)$ との中点が $y=\dfrac{1}{2}x$ 上にあるので,

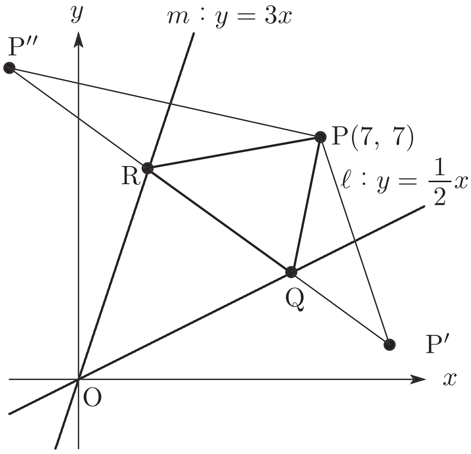
$$\frac{b+7}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{a+7}{2}$$

$$a-2b=7\ \cdots ①$$

PP' は $y=\dfrac{1}{2}x$ と直交するので，その傾きから,

$$\frac{b-7}{a-7}\times\frac{1}{2}=-1$$

$$2a+b=21\ \cdots ②$$



① + ② × 2 より,

$$5a=49$$

$$a=\frac{49}{5}$$

② より，$b=21-2a=21-\dfrac{98}{5}=\dfrac{7}{5}$

$\mathbf{P}'\left(\dfrac{\mathbf{49}}{\mathbf{5}},\ \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{5}}\right)$

(2) 同様に $\mathrm{P}''(c,\ d)$ を求めると,

$\dfrac{d+7}{2}=3\times\dfrac{c+7}{2}$ より，$3c-d=-14\ \cdots ③$

$\dfrac{d-7}{c-7}\times 3=-1$ より，$c+3d=28\ \cdots ④$

③ × 3 + ④ より,

$$10c=-14$$

$$c=-\frac{7}{5}$$

③ より,

$$d=3c+14=-\frac{21}{5}+14=\frac{49}{5}$$

よって，$\mathbf{P}''\left(-\dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{5}},\ \dfrac{\mathbf{49}}{\mathbf{5}}\right)$

(3)　$\mathrm{PQ} = \mathrm{P'Q},\ \mathrm{PR} = \mathrm{P''R}$

なので，$\mathrm{PQ} + \mathrm{QR} + \mathrm{RP}$ を最小にするには

$\mathrm{P'Q} + \mathrm{QR} + \mathrm{RP''}$

の長さを最小にすればよい．よって直線 $\mathrm{P'P''}$ が ℓ，m と交わる点を求めればよい．

ここで，$\mathrm{P'P''}$ の傾きは，

$$\frac{\frac{7}{5} - \frac{49}{5}}{\frac{49}{5} - \left(-\frac{7}{5}\right)} = \frac{-\frac{42}{5}}{\frac{56}{5}}$$

$$= -\frac{42}{56} = -\frac{3}{4}$$

$y = -\dfrac{3}{4}x + b$ とおいて，$\mathrm{P''}$ を通るので，

$$\frac{49}{5} = \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{7}{5}\right) + b$$

$$b = \frac{49}{5} - \frac{21}{20}$$

$$= \frac{175}{20}$$

$$= \frac{35}{4}$$

よって，直線 $\mathrm{P'P''}$ の式は，$y = -\dfrac{3}{4}x + \dfrac{35}{4}$

これと $y = \dfrac{1}{2}x$ を連立して，

$$\frac{1}{2}x = -\frac{3}{4}x + \frac{35}{4}$$

$$\frac{5}{4}x = \frac{35}{4}$$

$\therefore x = 7,\ y = \dfrac{7}{2}$

$y = 3x$ と連立して，

$$3x = -\frac{3}{4}x + \frac{35}{4}$$

$$\frac{15}{4}x = \frac{35}{4}$$

$\therefore x = \dfrac{7}{3},\ y = 7$

以上より，$\mathrm{Q}\left(\mathbf{7},\ \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}\right)$，$\mathrm{R}\left(\dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{3}},\ \mathbf{7}\right)$

小テスト

【1】(1) 2 点 B，C を通る直線の式を求めると，$y=-2x+13$

この直線 BC と x 軸との交点が A であるから，

$y=0$ とすると，$0=-2x+13$ より，$x=\dfrac{13}{2}$

よって，A $\left(\boldsymbol{\dfrac{13}{2},\ 0}\right)$

(2) 辺 BC の中点は，$\left(\dfrac{4+8}{2},\ \dfrac{5-3}{2}\right)=(6,\ 1)$

求める直線は原点とこの中点 $(6,\ 1)$ を通るので，$\boldsymbol{y=\dfrac{1}{6}x}$

(3) 2 点 C，P を通る直線は，直線 OB と平行であるから，傾きが $\dfrac{5}{4}$ で，点 C $(8,\ -3)$ を通るので，

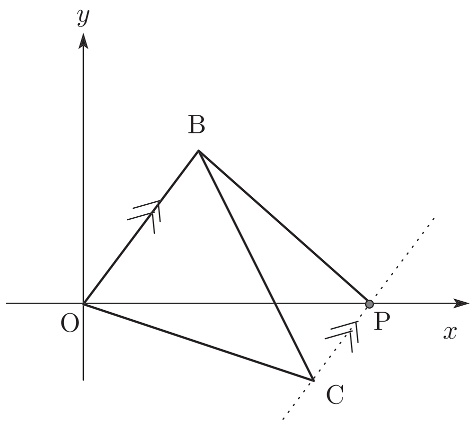
$$y=\frac{5}{4}x-13$$

この直線 CP と x 軸との交点が，P であるから，

$y=0$ とすると，$0=\dfrac{5}{4}x-13$ より，

$$x=\frac{52}{5}$$

よって，P $\left(\boldsymbol{\dfrac{52}{5},\ 0}\right)$



５章　式の展開・因数分解 （１）

問題

【1】(1) $3x(2a+b)=\boldsymbol{6ax+3bx}$

(2) $(3a+4b)x=\boldsymbol{3ax+4bx}$

(3) $(x+3y)(-2z)=\boldsymbol{-2xz-6yz}$

(4) $7a(a^2+3a)=\boldsymbol{7a^3+21a^2}$

(5) $-6x(2x-y)=\boldsymbol{-12x^2+6xy}$

(6) $\frac{3}{2}a(-4ab+2b^2)=\boldsymbol{-6a^2b+3ab^2}$

(7) $-\frac{x}{3}\left(-2x^2y+\frac{3}{2}xy^2\right)=\boldsymbol{\frac{2}{3}x^3y-\frac{1}{2}x^2y^2}$

(8) $3x^2\left(-2xy+\frac{4}{3}x^2-3y^2\right)=-6x^3y+4x^4-9x^2y^2=\boldsymbol{4x^4-6x^3y-9x^2y^2}$

(9) $(3a^2-6a)\div 3a=\boldsymbol{a-2}$

(10) $(4xy-8y^2)\div(-4y)=\boldsymbol{-x+2y}$

(11) $\left(\frac{3}{8}x^3-\frac{9}{4}x\right)\div\frac{3}{4}x=\boldsymbol{\frac{1}{2}x^2-3}$

(12) $(18x^3y^2-15xy^4)\div(-3xy^2)=\boldsymbol{-6x^2+5y^2}$

(13) $(8ax^3y-14ax^2y+6axy)\div\left(-\frac{2}{3}ax\right)=\boldsymbol{-12x^2y+21xy-9y}$

【2】(1)

$$\begin{aligned}&(3x-1)(x+6)\\=&3x^2+18x-x-6\\=&\boldsymbol{3x^2+17x-6}\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}&(3x-2y)(4x+5y)\\=&12x^2+15xy-8xy-10y^2\\=&\boldsymbol{12x^2+7xy-10y^2}\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}&(2ab-1)(5ab+4)\\=&10a^2b^2+8ab-5ab-4\\=&\boldsymbol{10a^2b^2+3ab-4}\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}&(x^2-4x-3)(5x-1)\\=&5x^3-x^2-20x^2+4x-15x+3\\=&\boldsymbol{5x^3-21x^2-11x+3}\end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned}&(a-b)(a^2+ab+b^2)\\=&a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3\\=&\boldsymbol{a^3-b^3}\end{aligned}$$

(6)

$$\begin{aligned}&(3x^3+x-1)(2x-3)\\=&6x^4-9x^3+2x^2-3x-2x+3\\=&\boldsymbol{6x^4-9x^3+2x^2-5x+3}\end{aligned}$$

【3】(1) $(x+2)^2$
$=x^2+2\times x\times 2+2^2$
$=\boldsymbol{x^2+4x+4}$

(2) $(x-3)^2$
$=x^2-2\times x\times 3+3^2$
$=\boldsymbol{x^2-6x+9}$

(3) $(y-5)^2$
$=y^2-2\times y\times 5+5^2$
$=\boldsymbol{y^2-10y+25}$

(4) $(2y+1)^2$
$=(2y)^2+2\times 2y\times 1+1^2$
$=\boldsymbol{4y^2+4y+1}$

(5) $(2x-5)^2$
$=(2x)^2-2\times 2x\times 5+5^2$
$=\boldsymbol{4x^2-20x+25}$

(6) $(3a-2)^2$
$=(3a)^2-2\times 3a\times 2+2^2$
$=\boldsymbol{9a^2-12a+4}$

(7) $(4a+5b)^2$
$=(4a)^2+2\times 4a\times 5b+(5b)^2$
$=\boldsymbol{16a^2+40ab+25b^2}$

(8) $(6x-7y)^2$
$=(6x)^2-2\times 6x\times 7y+(7y)^2$
$=\boldsymbol{36x^2-84xy+49y^2}$

(9) $(-x-3)^2$
$=(-x)^2-2\times(-x)\times 3+3^2$
$=\boldsymbol{x^2+6x+9}$

(10) $(-2x-y)^2$
$=(-2x)^2-2\times(-2x)\times y+y^2$
$=\boldsymbol{4x^2+4xy+y^2}$

(11) $(-5a-3b)^2$
$=(-5a)^2-2\times(-5a)\times 3b+(3b)^2$
$=\boldsymbol{25a^2+30ab+9b^2}$

(12) $(-6x+5y)^2$
$=(-6x)^2+2\times(-6x)\times 5y+(5y)^2$
$=\boldsymbol{36x^2-60xy+25y^2}$

【4】(1) $(x+2)(x-2)$
$=\boldsymbol{x^2-4}$

(2) $(x-9)(x+9)$
$=\boldsymbol{x^2-81}$

(3) $(a+4)(a-4)$
$=\boldsymbol{a^2-16}$

(4) $(2a-3)(2a+3)$
$=(2a)^2-3^2$
$=\boldsymbol{4a^2-9}$

(5) $(4x-3y)(4x+3y)$
$=(4x)^2-(3y)^2$
$=\boldsymbol{16x^2-9y^2}$

(6) $(7y+2z)(7y-2z)$
$=(7y)^2-(2z)^2$
$=\boldsymbol{49y^2-4z^2}$

(7) $(-4x+3)(4x+3)$
$=3^2-(4x)^2$
$=\boldsymbol{9-16x^2}$

(8) $(8-3x)(8+3x)$
$=8^2-(3x)^2$
$=\boldsymbol{64-9x^2}$

(9) $(3x+2)(2-3x)$
$=2^2-(3x)^2$
$=\boldsymbol{4-9x^2}$

(10) $(-3a-5)(-3a+5)$
$=(-3a)^2-5^2$
$=\boldsymbol{9a^2-25}$

【5】(1)
$$(x+8)(x+10)$$
$$=x^2+(8+10)x+80$$
$$=\boldsymbol{x^2+18x+80}$$

(2)
$$(x-10)(x+2)$$
$$=x^2+(-10+2)x-20$$
$$=\boldsymbol{x^2-8x-20}$$

(3)
$$(y-4)(y-1)$$
$$=y^2+(-4-1)y+4$$
$$=\boldsymbol{y^2-5y+4}$$

(4)
$$(a+11)(a-3)$$
$$=a^2+(11-3)a-11\times 3$$
$$=\boldsymbol{a^2+8a-33}$$

(5)
$$(b+13)(b+2)$$
$$=b^2+(13+2)b+13\times 2$$
$$=\boldsymbol{b^2+15b+26}$$

(6)
$$(x-9)(x+6)$$
$$=x^2+(-9+6)x-9\times 6$$
$$=\boldsymbol{x^2-3x-54}$$

(7)
$$(x+3y)(x+6y)$$
$$=x^2+(3y+6y)x+18y^2$$
$$=\boldsymbol{x^2+9xy+18y^2}$$

(8)
$$(a-5b)(a+3b)$$
$$=a^2+(-5b+3b)a-5b\times 3b$$
$$=\boldsymbol{a^2-2ab-15b^2}$$

(9)
$$(x+9y)(x-5y)$$
$$=x^2+(9y-5y)x-9y\times 5y$$
$$=\boldsymbol{x^2+4xy-45y^2}$$

(10)
$$(a-3b)(a+4b)$$
$$=a^2+(-3b+4b)a-3b\times 4b$$
$$=\boldsymbol{a^2+ab-12b^2}$$

【6】(1)
$$(-3x-2y)^2$$
$$=(-3x)^2-2\times(-3x)\times 2y+(2y)^2$$
$$=\boldsymbol{9x^2+12xy+4y^2}$$

(2)
$$\left(\frac{2}{3}x-5\right)\left(5+\frac{2}{3}x\right)$$
$$=\left(\frac{2}{3}x-5\right)\left(\frac{2}{3}x+5\right)$$
$$=\left(\frac{2}{3}x\right)^2-5^2$$
$$=\boldsymbol{\frac{4}{9}x^2-25}$$

(3)
$$(5x+2y)(-5x+2y)$$
$$=(2y+5x)(2y-5x)$$
$$=\boldsymbol{4y^2-25x^2}$$

(4)
$$(b-0.5a)(-0.5a-b)$$
$$=(-0.5a+b)(-0.5a-b)$$
$$=(-0.5a)^2-b^2$$
$$=\boldsymbol{0.25a^2-b^2}$$

(5)
$$(7b-a)(-a+7b)$$
$$=(-a+7b)(-a+7b)$$
$$=(-a)^2+2\times(-a)\times 7b+(7b)^2$$
$$=\boldsymbol{a^2-14ab+49b^2}$$

(6)
$$(9x-6y)(-6y+9x)$$
$$=(9x-6y)(9x-6y)$$
$$=\boldsymbol{81x^2-108xy+36y^2}$$

(7) $(-3x+5)(3x-5)$
$= -(3x-5)(3x-5)$
$= -(9x^2-30x+25)$
$= \boldsymbol{-9x^2+30x-25}$

(8) $(4a+11)(-4a-11)$
$= -(4a+11)(4a+11)$
$= -(16a^2+88a+121)$
$= \boldsymbol{-16a^2-88a-121}$

【7】(1) $(x^2-y^2)^2$
$= \boldsymbol{x^4-2x^2y^2+y^4}$

(2) $(a^3+b^3)^2$
$= \boldsymbol{a^6+2a^3b^3+b^6}$

(3) $(x^2+3)(x^2-4)$
$= \boldsymbol{x^4-x^2-12}$

(4) $(x^3-y^3)(x^3+y^3)$
$= \boldsymbol{x^6-y^6}$

(5) $(2x+y^2)(-y^2+2x)$
$= \boldsymbol{4x^2-y^4}$

(6) $(a^2+5b^2)(a^2-2b^2)$
$= \boldsymbol{a^4+3a^2b^2-10b^4}$

(7) $(2a^2+3b^2)^2$
$= \boldsymbol{4a^4+12a^2b^2+9b^4}$

(8) $(x^4+3y^4)^2$
$= \boldsymbol{x^8+6x^4y^4+9y^8}$

【8】(1) 1 次式の積の公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ において，b に a を代入すると，

$(左辺)=(x+a)(x+a)=(x+a)^2$

$(右辺)=x^2+(a+a)x+a\times a=x^2+2ax+a^2$

以上より，$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$ の公式が導けた.

(2) 1 次式の積の公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ において，a，b それぞれに $-a$ を代入すると，

$(左辺)=\{x+(-a)\}\{x+(-a)\}=(x-a)(x-a)=(x-a)^2$

$(右辺)=x^2+\{(-a)+(-a)\}x+(-a)\times(-a)=x^2-2ax+a^2$

以上より，$(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$ の公式が導けた.

(3) 1 次式の積の公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ において，b に $-a$ を代入すると，

$(左辺)=(x+a)\{x+(-a)\}=(x+a)(x-a)$

$(右辺)=x^2+\{a+(-a)\}x+a\times(-a)=x^2-a^2$

以上より，$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$ の公式が導けた.

【9】(1)

$$
\begin{aligned}
(a+b)^3 &= (a+b)(a+b)^2\\
&=(a+b)(a^2+2ab+b^2)\\
&=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3\\
&=\boldsymbol{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}
\end{aligned}
$$

(2) ①

$$
\begin{aligned}
&(x+1)^3\\
=&x^3+3\times x^2\times 1+3\times x\times 1^2+1^3\\
=&\boldsymbol{x^3+3x^2+3x+1}
\end{aligned}
$$

②

$$
\begin{aligned}
&(2a+b)^3\\
=&(2a)^3+3\times(2a)^2\times b+3\times 2a\times b^2+b^3\\
=&\boldsymbol{8a^3+12a^2b+6ab^2+b^3}
\end{aligned}
$$

③

$$
\begin{aligned}
&(a-b)^3\\
=&a^3+3\times a^2\times(-b)+3\times a\times(-b)^2+(-b)^3\\
=&\boldsymbol{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}
\end{aligned}
$$

④

$$
\begin{aligned}
&(2a-3b)^3\\
=&(2a)^3+3\times(2a)^2\times(-3b)+3\times(2a)\times(-3b)^2+(-3b)^3\\
=&\boldsymbol{8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3}
\end{aligned}
$$

【10】(1) $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$
$= \boldsymbol{a^3 + b^3}$

(2) ① $(x+1)(x^2-x+1) = \boldsymbol{x^3+1}$

② $(a+2b)(a^2-2ab+4b^2) = (a+2b)\{a^2 - a \times 2b + (2b)^2\}$
$= \boldsymbol{a^3 + 8b^3}$

③ $(a-1)(a^2+a+1) = \{a+(-1)\}\{a^2 - a \times (-1) + (-1)^2\}$
$= a^3 + (-1)^3$
$= \boldsymbol{a^3 - 1}$

④ $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2) = \{3x+(-2y)\}\{(3x)^2 - 3x \times (-2y) + (-2y)^2\}$
$= (3x)^3 + (-2y)^3$
$= \boldsymbol{27x^3 - 8y^3}$

【11】(1) 平均を m とする．このとき，平均が m となる 2 つの数は $m+a$, $m-a$ と表すことができる．したがって，その積は，乗法公式により
$(m+a)(m-a) = m^2 - a^2$
と表すことができる．したがって，平均が m である 2 数の積は平均の 2 乗から，平均との差の 2 乗を引けば求められると言える．

(2) 一の位が 5 である数を $10a+5$ とおくと，その 2 乗は乗法公式により次のように計算できる．
$(10a+5)^2 = (10a)^2 + 2 \times (10a) \times 5 + 5^2$
$= 100a^2 + 100a + 25$
$= 100(a^2+a) + 25$
$= 100a(a+1) + 25$ [a でくくった]
$a(a+1)$ は整数であり，100 倍されることで百の位より左側となり，2 桁の数である 25 の影響を受けない．また，$a(a+1)$ はもとの $10a+5$ の一の位を取り除いてできる数 a と，それに 1 を加えた数の積になっている．また，下 2 桁は 5 の 2 乗の 25 に必ずなる．したがって，$(10a+5)^2$ は，必ず一の位を取り除いた数とそれに 1 を加えた数の積の右側に，25 を並べれば得られることになる．

(3) 2 つの数を $10+a$，$10+b$ とおくと，乗法公式によりその積は次のように計算できる．

$$\begin{aligned}(10+a)(10+b) &= 10^2+(a+b)\times 10+ab\\ &= 100+10(a+b)+ab\\ &= 10(10+a+b)+ab\end{aligned}$$

ここで $10(10+a+b)$ のかっこの中は $(10+a)+b$ と見ることができ，これはもとの数の一方 $10+a$ にもう一方の数の一の位 b を加えたものになっている．これを 10 倍したものが $10(10+a+b)$ であるから，十進法では $(10+a)+b$ を左に 1 桁ずらすことになる．ここに ab を加えればよいので，結果としては $(10+a)+b$ の一の位と ab の十の位を重ねて加えることになる．以上の操作で $(10+a)(10+b)$ は計算できたことになっている．

したがって，十の位が共に 1 である 2 桁の数どうしの積は与えられた手順で計算できることになる．

(4) 2 つの数を $10a+b$，$10c+b$ とおくと，この 2 数の積は次のように計算できる．

$$\begin{aligned}(10a+b)(10c+b) &= 10a\times 10c+b\times 10c+10a\times b+b^2\\ &= 100ac+10bc+10ab+b^2\\ &= 100ac+10b(a+c)+b^2 \ [\ 10bc,\ 10ab \text{ を } 10b \text{ でくくった}\ ]\end{aligned}$$

ここで $a+c=10$ という条件があるので，式中の $(a+c)$ を 10 で置き換えると

$$\begin{aligned}(10a+b)(10c+b) &= 100ac+10b(a+c)+b^2\\ &= 100ac+10b\times 10+b^2\\ &= 100ac+100b+b^2\\ &= 100(ac+b)+b^2\end{aligned}$$

ここで $ac+b$ はもとの 2 つの数の十の位どうしの積（ac）に共通の一の位（b）を加えた数になっている．この $(ac+b)$ は 100 倍されるので，百の位よりも左側に整数 $(ac+b)$ の値がくることになる．一方，残る b^2 は 1 桁の数の 2 乗なので必ず 2 桁以下となり，$100(ac+b)$ と b^2 とは互いに影響を与えない．

したがって，2 つの数の十の位どうしの積に共通の一の位を加えた数の右側に，一の位の 2 乗を並べると，求める 2 数の積が計算できることになる．

添削課題

【1】(1) $3ab(a-2b)=\mathbf{3a^2b-6ab^2}$

(2) $-4x(2xy-3y^2)=\mathbf{-8x^2y+12xy^2}$

(3) $(12a^2b-8ab^2)\div(4ab)=\mathbf{3a-2b}$

(4) $(-10x^3y+25x^2y^2)\div(-5x^2)=\mathbf{2xy-5y^2}$

【2】(1) $(x+3)(y+7)=\mathbf{xy+7x+3y+21}$

(2) $(2a-b)(x-y)=\mathbf{2ax-bx-2ay+by}$

(3)
$$\begin{aligned}(x^2-3x+1)(2x-3)&=2x^3-6x^2+2x-3x^2+9x-3\\&=\mathbf{2x^3-9x^2+11x-3}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}(2x+3y-1)(x-2y)&=2x^2+3xy-x-4xy-6y^2+2y\\&=\mathbf{2x^2-xy-x-6y^2+2y}\end{aligned}$$

【3】(1)
$$\begin{aligned}&(x+3)^2\\=&x^2+2\times x\times 3+3^2\\=&\mathbf{x^2+6x+9}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&(x-6)^2\\=&x^2-2\times x\times 6+(-6)^2\\=&\mathbf{x^2-12x+36}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}&(x+5)(x-5)\\=&x^2-5^2\\=&\mathbf{x^2-25}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}&(a-11)(a+11)\\=&a^2-11^2\\=&\mathbf{a^2-121}\end{aligned}$$

(5)
$$\begin{aligned}&(x+5)(x+3)\\=&\mathbf{x^2+8x+15}\end{aligned}$$

(6)
$$\begin{aligned}&(x-9)(x+4)\\=&\mathbf{x^2-5x-36}\end{aligned}$$

(7)
$$\begin{aligned}&(a-7)(a-3)\\=&\mathbf{a^2-10a+21}\end{aligned}$$

(8)
$$\begin{aligned}&(b+8)(b-5)\\=&\mathbf{b^2+3b-40}\end{aligned}$$

【4】(1) $(2x+1)^2$
$=(2x)^2+2\times 2x\times 1+1^2$
$=\mathbf{4x^2+4x+1}$

(2) $(3x+8)(3x-8)$
$=(3x)^2-8^2$
$=\mathbf{9x^2-64}$

(3) $(6a+b)^2$
$=(6a)^2+2\times 6a\times b+b^2$
$=\mathbf{36a^2+12ab+b^2}$

(4) $(2x-3y)(2x+3y)$
$=(2x)^2-(3y)^2$
$=\mathbf{4x^2-9y^2}$

(5) $(2x-5y)^2=(2x)^2-2\times 2x\times 5y+(-5y)^2$
$=\mathbf{4x^2-20xy+25y^2}$

(6) $(x+5y)(x+2y)=x^2+(5y+2y)\times x+5y\times 2y$
$=\mathbf{x^2+7xy+10y^2}$

(7) $(x+6y)(x-4y)=x^2+(6y-4y)\times x+6y\times(-4y)$
$=\mathbf{x^2+2xy-24y^2}$

(8) $(x-3a)(x-7a)=x^2+(-3a-7a)\times x+(-3a)\times(-7a)$
$=\mathbf{x^2-10ax+21a^2}$

(9) $(x+2y)(x-3y)=x^2+(2y-3y)\times x+2y\times(-3y)$
$=\mathbf{x^2-xy-6y^2}$

(10) $(a-2b)(a-7b)=a^2+(-2b-7b)\times a+(-2b)\times(-7b)$
$=\mathbf{a^2-9ab+14b^2}$

【5】(1) $(a^3+b^3)(a^3-b^3)$

$=(a^3)^2-(b^3)^2$

$=\boldsymbol{a^6-b^6}$

(2) $(-3a-4b)(3a-4b)$

$=\{(-4b)-3a\}\{(-4b)+3a\}$

$=(-4b)^2-(3a)^2$

$=16b^2-9a^2$

$=\boldsymbol{-9a^2+16b^2}$

(3) $(2x^2+3y^2)(3y^2-2x^2)$

$=\boldsymbol{9y^4-4x^4}$

(4) $\left(3x^4-4y^4\right)^2$

$=\left(3x^4\right)^2-2\times 3x^4\times 4y^4+\left(4y^4\right)^2$

$=\boldsymbol{9x^8-24x^4y^4+16y^8}$

(5) $(5y^2-x^2)(4y^2-x^2)$

$=\{(-x^2)+5y^2\}\{(-x^2)+4y^2\}$

$=\left(-x^2\right)^2+(5y^2+4y^2)\times(-x^2)+5y^2\times 4y^2$

$=\boldsymbol{x^4-9x^2y^2+20y^4}$

(6) $(a^4-2b^3)(2b^3-a^4)$

$=(a^4-2b^3)(-a^4+2b^3)$

$=(a^4-2b^3)\{-(a^4-2b^3)\}$

$=-\left(a^4-2b^3\right)^2$

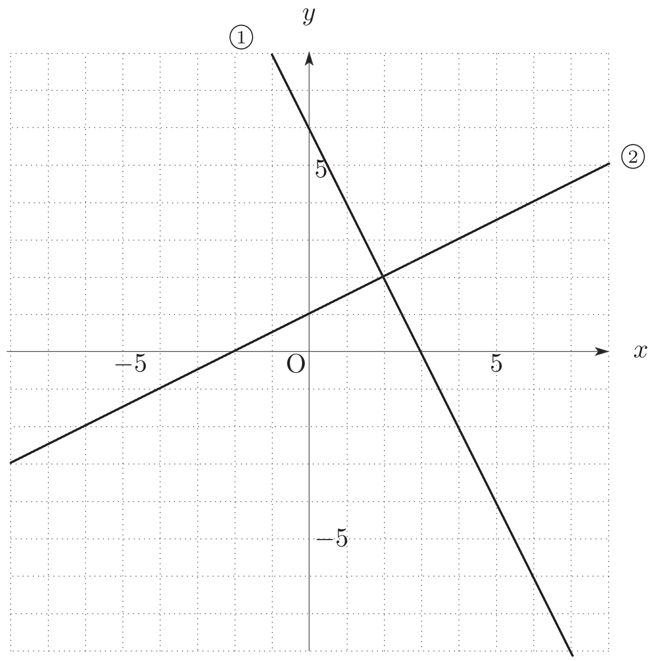
$=-\left\{\left(a^4\right)^2-2\times a^4\times 2b^3+\left(2b^3\right)^2\right\}$

$=-(a^8-4a^4b^3+4b^6)$

$=\boldsymbol{-a^8+4a^4b^3-4b^6}$

小テスト

【1】(1)



(2) $y=-2x+6$ のグラフ上で y 座標が負となっている x の範囲を答えればよいので，
$\boldsymbol{3 < x}$

(3) $\begin{cases} 2x+y=6 & \cdots ① \\ x-2y=-2 & \cdots ② \end{cases}$

① より，$y=-2x+6$

② より，$y=\dfrac{1}{2}x+1$

よって，連立方程式の解は 2 つのグラフの交点.

グラフより，$\boldsymbol{(x,\ y)=(2,\ 2)}$

(4) ① のグラフの方が ② のグラフより上にある x の範囲を答えればよいので，
$\boldsymbol{x < 2}$

６章　式の展開・因数分解 （２）

問題

【1】(1) $(x+8)(x+3) = \boldsymbol{x^2+11x+24}$　(2) $(x+7)(x-7) = \boldsymbol{x^2-49}$

(3) $(a+5)^2 = \boldsymbol{a^2+10a+25}$　(4) $(y-10)^2 = \boldsymbol{y^2-20y+100}$

(5) $(x-3y)(x-11y) = \boldsymbol{x^2-14xy+33y^2}$

(6) $(a+6b)(a-6b) = \boldsymbol{a^2-36b^2}$　(7) $(3x+4)(3x-1) = \boldsymbol{9x^2+9x-4}$

(8) $(3x-2)^2 = \boldsymbol{9x^2-12x+4}$　(9) $(7y+2z)^2 = \boldsymbol{49y^2+28yz+4z^2}$

(10) $(x^2+12)(x^2-1) = \boldsymbol{x^4+11x^2-12}$

(11) $(y^3+2)^2 = \boldsymbol{y^6+4y^3+4}$　(12) $(2a^2-3)(2a^2+3) = \boldsymbol{4a^4-9}$

(13) $(3x^2+a^2)^2 = \boldsymbol{9x^4+6a^2x^2+a^4}$

(14) $(3x^3-4y^3)^2 = \boldsymbol{9x^6-24x^3y^3+16y^6}$

【2】(1)
$$\begin{aligned}&(2x+5)(3x-2)\\ =&(2\times 3)x^2+\{2\times(-2)+5\times 3\}x+5\times(-2)\\ =&\boldsymbol{6x^2+11x-10}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&(4y-3)(5y-1)\\ =&(4\times 5)y^2+\{4\times(-1)-3\times 5\}y-3\times(-1)\\ =&\boldsymbol{20y^2-19y+3}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}&(2x+3y)(3x+2y)\\ =&(2\times 3)x^2+(2\times 2y+3y\times 3)x+3y\times 2y\\ =&\boldsymbol{6x^2+13xy+6y^2}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}&(9x-8)(5x+6)\\ =&(9\times 5)x^2+(9\times 6-8\times 5)x-8\times 6\\ =&\boldsymbol{45x^2+14x-48}\end{aligned}$$

(5)
$$\begin{aligned}&(2a+0.5)(4a-0.7)\\ =&(2\times 4)a^2+\{2\times(-0.7)+0.5\times 4\}a+0.5\times(-0.7)\\ =&\boldsymbol{8a^2+0.6a-0.35}\end{aligned}$$

(6)
$$\begin{aligned}&\left(4x+\frac{1}{3}\right)\left(3x-\frac{1}{2}\right)\\ =&(4\times 3)x^2+\left\{4\times\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}\times 3\right\}x+\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\\ =&\boldsymbol{12x^2-x-\frac{1}{6}}\end{aligned}$$

(7) $(2x^2-7)(4x^2+8)$

$=(2\times 4)x^4+(2\times 8-7\times 4)x^2-7\times 8$

$=\boldsymbol{8x^4-12x^2-56}$

(8) $(3xy-5)(5xy-3)$

$=(3\times 5)x^2y^2+\{3\times(-3)-5\times 5\}xy-5\times(-3)$

$=\boldsymbol{15x^2y^2-34xy+15}$

【3】(1) $(x-3y)(3y+x)$

$=(x-3y)(x+3y)$

$=\boldsymbol{x^2-9y^2}$

(2) $(3a+2b)(-2b+3a)$

$=(3a+2b)(3a-2b)$

$=\boldsymbol{9a^2-4b^2}$

(3) $(5-4x)(4x+5)$

$=(5-4x)(5+4x)$

$=25-16x^2$

$=\boldsymbol{-16x^2+25}$

(4) $(-8y-7z)(7z-8y)$

$=-(7z+8y)(7z-8y)$

$=-(49z^2-64y^2)$

$=\boldsymbol{64y^2-49z^2}$

(5) $(a^2+9)(a+3)(a-3)$

$=\{(a+3)(a-3)\}(a^2+9)$

$=(a^2-9)(a^2+9)$

$=\boldsymbol{a^4-81}$

(6) $(x^2+4y^2)(x-2y)(x+2y)$

$=\{(x-2y)(x+2y)\}(x^2+4y^2)$

$=(x^2-4y^2)(x^2+4y^2)$

$=\boldsymbol{x^4-16y^4}$

(7) $(a-b)^2(a+b)^2$

$=\{(a-b)(a+b)\}^2$

$=(a^2-b^2)^2$

$=\boldsymbol{a^4-2a^2b^2+b^4}$

(8) $(2x-3)^2(2x+3)^2$

$=\{(2x-3)(2x+3)\}^2$

$=(4x^2-9)^2$

$=\boldsymbol{16x^4-72x^2+81}$

(9) $(2a+b)^2(2a-b)^2$

$=\{(2a+b)(2a-b)\}^2$

$=(4a^2-b^2)^2$

$=\boldsymbol{16a^4-8a^2b^2+b^4}$

(10) $(a-3b)^2(a+3b)^2$

$=\{(a-3b)(a+3b)\}^2$

$=(a^2-9b^2)^2$

$=\boldsymbol{a^4-18a^2b^2+81b^4}$

(11) $(5x-2y)^2(5x+2y)^2$

$=\{(5x-2y)(5x+2y)\}^2$

$=(25x^2-4y^2)^2$

$=\boldsymbol{625x^4-200x^2y^2+16y^4}$

(12) $(1+x^4)(1+x^2)(1+x)(1-x)$

$=\{(1+x)(1-x)\}(1+x^2)(1+x^4)$

$=\{(1-x^2)(1+x^2)\}(1+x^4)$

$=(1-x^4)(1+x^4)$

$=1-x^8$

$=\boldsymbol{-x^8+1}$

(13) $(y^4+16)(y^2+4)(y+2)(y-2)$
$=\{(y+2)(y-2)\}(y^2+4)(y^4+16)$
$=\{(y^2-4)(y^2+4)\}(y^4+16)$
$=(y^4-16)(y^4+16)$
$=\boldsymbol{y^8-256}$

(14) $(x+4)(x+1)(x-1)(x-4)$
$=\{(x+1)(x-1)\}\{(x+4)(x-4)\}$
$=(x^2-1)(x^2-16)$
$=\boldsymbol{x^4-17x^2+16}$

【4】 (1) $(a+b)(a+b+2)$ ［$a+b=A$ とおく］
$=A(A+2)$
$=A^2+2A$ ［A をもとにもどす］
$=(a+b)^2+2(a+b)$
$=\boldsymbol{a^2+2ab+b^2+2a+2b}$

(2) $(a+b+3)(a+b-3)$ ［$a+b=A$ とおく］
$=(A+3)(A-3)$
$=A^2-9$ ［A をもとにもどす］
$=(a+b)^2-9$
$=\boldsymbol{a^2+2ab+b^2-9}$

(3) $(x-y+3)(x-y+2)$ ［$x-y=A$ とおく］
$=(A+3)(A+2)$
$=A^2+5A+6$ ［A をもとにもどす］
$=(x-y)^2+5(x-y)+6$
$=\boldsymbol{x^2-2xy+y^2+5x-5y+6}$

(4) $(2a-b+4)(2a-b-2)$ ［$2a-b=A$ とおく］
$=(A+4)(A-2)$
$=A^2+2A-8$ ［A をもとにもどす］
$=(2a-b)^2+2(2a-b)-8$
$=\boldsymbol{4a^2-4ab+b^2+4a-2b-8}$

(5) $(x-y-2)(x-y-6)$
$=\{(x-y)-2\}\{(x-y)-6\}$ ［$x-y=A$ とおく］
$=(A-2)(A-6)$
$=A^2-8A+12$ ［A をもとにもどす］
$=(x-y)^2-8(x-y)+12$
$=\boldsymbol{x^2-2xy+y^2-8x+8y+12}$

(6) $(x+y-z)^2=\boldsymbol{x^2+y^2+z^2+2xy-2yz-2zx}$

(7) $(a-b-c)^2=\boldsymbol{a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca}$

(8) $(2x-3y+4z)^2=\boldsymbol{4x^2+9y^2+16z^2-12xy-24yz+16zx}$

(9) $(-x+y+3)^2$ ［$-x+y=A$ とおく］

$=(A+3)^2$

$=A^2+6A+9$ ［A をもとにもどす］

$=(-x+y)^2+6(-x+y)+9$

$=\boldsymbol{x^2-2xy+y^2-6x+6y+9}$

(10) $(x^2+x-3)(x^2+x+3)$ ［$x^2+x=A$ とおく］

$=(A-3)(A+3)$

$=A^2-9$ ［A をもとにもどす］

$=(x^2+x)^2-9$

$=\boldsymbol{x^4+2x^3+x^2-9}$

(11) $(2x^2-x-3)(2x^2-x+7)$

$=\{(2x^2-x)-3\}\{(2x^2-x)+7\}$ ［$2x^2-x=A$ とおく］

$=(A-3)(A+7)$

$=A^2+4A-21$ ［A をもとにもどす］

$=(2x^2-x)^2+4(2x^2-x)-21$

$=4x^4-4x^3+x^2+8x^2-4x-21$

$=\boldsymbol{4x^4-4x^3+9x^2-4x-21}$

(12) $(x^2-x+2)^2=x^4+x^2+4-2x^3-4x+4x^2$

$=\boldsymbol{x^4-2x^3+5x^2-4x+4}$

(13) $(2x^2-3x-4)^2=4x^4+9x^2+16-12x^3+24x-16x^2$

$=\boldsymbol{4x^4-12x^3-7x^2+24x+16}$

【5】(1) $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)$

$=\{(x-2)(x+4)\}\{(x-3)(x+5)\}$

$=(x^2+2x-8)(x^2+2x-15)$

$=\{(x^2+2x)-8\}\{(x^2+2x)-15\}$ ［$x^2+2x=A$ とおく］

$=(A-8)(A-15)$

$=A^2-23A+120$ ［A をもとにもどす］

$=(x^2+2x)^2-23(x^2+2x)+120$

$=x^4+4x^3+4x^2-23x^2-46x+120$

$=\boldsymbol{x^4+4x^3-19x^2-46x+120}$

(2) $(x-1)(x+2)(x+3)(x-6)$

$=\{(x-1)(x-6)\}\{(x+2)(x+3)\}$

$=(x^2-7x+6)(x^2+5x+6)$

$=\{(x^2+6)-7x\}\{(x^2+6)+5x\}$ ［$x^2+6=A$ とおく］

$=(A-7x)(A+5x)$

$=A^2-2Ax-35x^2$ ［A をもとにもどす］

$=(x^2+6)^2-2(x^2+6)x-35x^2$

$=x^4+12x^2+36-2x^3-12x-35x^2$

$=\boldsymbol{x^4-2x^3-23x^2-12x+36}$

(3) $(x+6)(x-3)(x-2)(x+7)$

$=\{(x+6)(x-2)\}\{(x-3)(x+7)\}$

$=(x^2+4x-12)(x^2+4x-21)$ ［$x^2+4x=A$ とおく］

$=(A-12)(A-21)$

$=A^2-33A+252$ ［A をもとにもどす］

$=(x^2+4x)^2-33(x^2+4x)+252$

$=x^4+8x^3+16x^2-33x^2-132x+252$

$=\boldsymbol{x^4+8x^3-17x^2-132x+252}$

(4) $(a-b+c)(a+b+c)$

$=\{(a+c)-b\}\{(a+c)+b\}$ ［$a+c=A$ とおく］

$=(A-b)(A+b)$

$=A^2-b^2$ ［A をもとにもどす］

$=(a+c)^2-b^2$

$=\boldsymbol{a^2+2ac+c^2-b^2}$

(5) $(a-b+c)(a+b-c)$

$=\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}$ 　　［$b-c=A$ とおく］

$=(a-A)(a+A)$

$=a^2-A^2$ 　　［A をもとにもどす］

$=a^2-(b-c)^2$

$=a^2-(b^2-2bc+c^2)$

$\boldsymbol{=a^2-b^2+2bc-c^2}$

(6) $(a-2+b)(a+2-b)$ 　　［$2-b=X$ とおく］

$=(a-X)(a+X)$

$=a^2-X^2$ 　　［X をもとにもどす］

$=a^2-(2-b)^2$

$=a^2-4+4b-b^2$

$\boldsymbol{=a^2-b^2+4b-4}$

(7) $(x^2+x-1)(x^2-x+1)$

$=\{x^2+(x-1)\}\{x^2-(x-1)\}$ 　　［$x-1=A$ とおく］

$=(x^2+A)(x^2-A)$

$=x^4-A^2$ 　　［A をもとにもどす］

$=x^4-(x-1)^2$

$=x^4-(x^2-2x+1)$

$\boldsymbol{=x^4-x^2+2x-1}$

(8) $(2x+3y-5)(-2x+3y+5)$ 　　［$2x-5=A$ とおく］

$=(3y+A)(3y-A)$

$=9y^2-A^2$ 　　［A をもとにもどす］

$=9y^2-(2x-5)^2$

$\boldsymbol{=9y^2-4x^2+20x-25}$

(9) $(x^2-x+2)(x^2+x+2)$ 　　［$x^2+2=A$ とおく］

$=(A-x)(A+x)$

$=A^2-x^2$ 　　［A をもとにもどす］

$=(x^2+2)^2-x^2$

$=x^4+4x^2+4-x^2$

$\boldsymbol{=x^4+3x^2+4}$

(10) $(2x^2-3x+5)(2x^2+3x-5)$

$=\{2x^2-(3x-5)\}\{2x^2+(3x-5)\}$ ［$3x-5=A$ とおく］

$=(2x^2-A)(2x^2+A)$

$=4x^4-A^2$ ［A をもとにもどす］

$=4x^4-(3x-5)^2$

$=4x^4-(9x^2-30x+25)$

$=\boldsymbol{4x^4-9x^2+30x-25}$

(11) $(x^2+y^2-z^2)(x^2-y^2-z^2)$ ［$x^2-z^2=A$ とおく］

$=(A+y^2)(A-y^2)$

$=A^2-y^4$ ［A をもとにもどす］

$=(x^2-z^2)^2-y^4$

$=\boldsymbol{x^4-2x^2z^2+z^4-y^4}$

(12) $(a+b-c-d)(a-b+c-d)$

$=\{(a-d)+(b-c)\}\{(a-d)-(b-c)\}$ ［$a-d=A,\ b-c=B$ とおく］

$=(A+B)(A-B)$

$=A^2-B^2$ ［$A,\ B$ をもとにもどす］

$=(a-d)^2-(b-c)^2$

$=a^2-2ad+d^2-(b^2-2bc+c^2)$

$=\boldsymbol{a^2-2ad+d^2-b^2+2bc-c^2}$

(13) $(x+y+z-2)(x+y-z+2)$

$=\{(x+y)+(z-2)\}\{(x+y)-(z-2)\}$ ［$x+y=A,\ z-2=B$ とおく］

$=(A+B)(A-B)$

$=A^2-B^2$ ［$A,\ B$ をもとにもどす］

$=(x+y)^2-(z-2)^2$

$=x^2+2xy+y^2-(z^2-4z+4)$

$=\boldsymbol{x^2+2xy+y^2-z^2+4z-4}$

【6】(1) $(3x-1)^2+(2-x)^2=9x^2-6x+1+4-4x+x^2$

$$=\mathbf{10x^2-10x+5}$$

(2) $(4x+y)(4x-y)-(2x-y)^2=16x^2-y^2-4x^2+4xy-y^2$

$$=\mathbf{12x^2+4xy-2y^2}$$

(3) $(-x+2y+3)(-x+3-y)$ ［$-x+3=A$ とおく］

$=(A+2y)(A-y)$

$=A^2+Ay-2y^2$ ［A をもとにもどす］

$=(-x+3)^2+y(-x+3)-2y^2$

$=x^2-6x+9-xy+3y-2y^2$

$=\mathbf{x^2-xy-2y^2-6x+3y+9}$

(4) $(x+y+3)(x+y-3)-(x+y)^2$ ［$x+y=A$ とおく］

$=(A+3)(A-3)-A^2$

$=A^2-9-A^2$

$=\mathbf{-9}$

(5) $(4x-5y-3)(4x+5y-3)-(3-4x)^2$

$=\{(4x-3)-5y\}\{(4x-3)+5y\}-\{-(4x-3)\}^2$ ［$4x-3=A$ とおく］

$=(A-5y)(A+5y)-(-A)^2$

$=A^2-25y^2-A^2$

$=\mathbf{-25y^2}$

(6) $(a+b-c)(a-b+c)-(a+b+5)(a-b-5)$

［$b-c=X,\ b+5=Y$ とする］

$=(a+X)(a-X)-(a+Y)(a-Y)$

$=a^2-X^2-a^2+Y^2$

$=-X^2+Y^2$ ［$X,\ Y$ をもとにもどす］

$=-(b-c)^2+(b+5)^2$

$=-b^2+2bc-c^2+b^2+10b+25$

$=\mathbf{2bc-c^2+10b+25}$

(7) $(x+y+z)^2-(x-y-z)^2$ ［$y+z=A$ とする］

$=(x+A)^2-(x-A)^2$

$=x^2+2Ax+A^2-x^2+2Ax-A^2$

$=4Ax$ ［A をもとにもどす］

$=4x(y+z)$

$=\boldsymbol{4xy+4xz}$

(8) $(x+a)(x-b)-(x-a)(x+b)-(x-a)(x-b)+(x+a)(x+b)$

$=x^2+(a-b)x-ab-x^2-(-a+b)x+ab$

$-x^2+(a+b)x-ab+x^2+(a+b)x+ab$

$=(a-b+a-b+a+b+a+b)x$

$=\boldsymbol{4ax}$

【7】(1) $(a-b-c)^2$

$=a^2+(-b)^2+(-c)^2+2\times a\times(-b)+2\times(-b)\times(-c)+2\times(-c)\times a$

$=\boldsymbol{a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca}$

(2) $(4x-5y+3)^2$

$=(4x)^2+(-5y)^2+3^2+2\times 4x\times(-5y)+2\times(-5y)\times 3+2\times 3\times 4x$

$=16x^2+25y^2+9-40xy-30y+24x$

$=\boldsymbol{16x^2-40xy+25y^2+24x-30y+9}$

(3) $(x^2-x+1)^2$

$=(x^2)^2+(-x)^2+1^2+2\times x^2\times(-x)+2\times(-x)\times 1+2\times 1\times x^2$

$=x^4+x^2+1-2x^3-2x+2x^2$

$=\boldsymbol{x^4-2x^3+3x^2-2x+1}$

(4) $(3x^2-x-2)^2$

$=(3x^2)^2+(-x)^2+(-2)^2+2\times 3x^2\times(-x)$

$+2\times(-x)\times(-2)+2\times(-2)\times 3x^2$

$=9x^4+x^2+4-6x^3+4x-12x^2$

$=\boldsymbol{9x^4-6x^3-11x^2+4x+4}$

【8】(1) $(a+b+c)^2-(-a+b+c)^2+(a-b+c)^2-(a+b-c)^2$

$=\{(b+c)+a\}^2-\{(b+c)-a\}^2+\{a-(b-c)\}^2-\{a+(b-c)\}^2$

$=(b+c)^2+2(b+c)a+a^2-(b+c)^2+2(b+c)a-a^2$

$+a^2-2a(b-c)+(b-c)^2-a^2-2a(b-c)-(b-c)^2$

$=4(b+c)a-4a(b-c)$

$=4ab+4ac-4ab+4ac=\boldsymbol{8ac}$

(2) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$=\{a+(b+c)\}\{a^2-(b+c)a+b^2-bc+c^2\}$

$=a^3-(b+c)a^2+(b^2-bc+c^2)a$

$\quad+(b+c)a^2-(b+c)^2a+(b+c)(b^2-bc+c^2)$

$=a^3 \qquad\qquad +(b^2-bc+c^2-b^2-2bc-c^2)a+(b^3+b^2c-b^2c-bc^2+bc^2+c^3)$

$=a^3+(-3bc)a+b^3+c^3=\boldsymbol{a^3+b^3+c^3-3abc}$

【9】 (1) 定数項　$(-4)\times(-2)$ より $\mathbf{8}$

x^2 の係数　$3x^2$ と -2，$2x$ と x の積から x^2 はできるから，$3\times(-2)+2=\mathbf{-4}$

(2) x^2 と -3，$-3x$ と $4x$，$+2$ と x^2 の積からそれぞれ x^2 はできるので，

$-3+(-3)\times4+2=\mathbf{-13}$

(3) x^5 の係数　x^3 と $2x^2$，$3x^2$ と x^3 の積の係数の和より，$2+3=\mathbf{5}$

x^3 の係数　x^3 と 1，$3x^2$ と $-x$，$2x$ と $2x^2$，7 と x^3 の積の係数の和より，

$1+3\times(-1)+2\times2+7=\mathbf{9}$

(4) x^3 の係数　展開するときに，例えば $(x-2)$，$(x-3)$，$(x-4)$ の 3 つのかっこで x を選び，最後の $(x-5)$ で -5 を選べば，$-5x^3$ ができる．つまり，4 つのかっこのうち 3 つで x を選ぶと残り 1 つのかっこでは定数項を選ぶことになる．これ以外に x^3 は作れないので，4 つの定数項の和が x^3 の係数となる．故に

$(-2)+(-3)+(-4)+(-5)=\mathbf{-14}$

x^2 の係数　2 つのかっこで x を選び，のこりの 2 つで定数項を選べばよい．よって，定数項を 2 つ選んで作った積の総和を求めればよい．

$(-2)\times(-3)+(-2)\times(-4)+(-2)\times(-5)+(-3)\times(-4)+(-3)\times(-5)+(-4)\times(-5)$

$=6+8+10+12+15+20=\mathbf{71}$

(5) $(x+2)$ を 11 個かけた式を考えると，この式を展開したときに 11 個のかっこのうち，10 個のかっこで x を選び，残りの 1 個で $+2$ を選べば $2x^{10}$ ができる．$+2$ をどのかっこで選ぶかは 11 通りの可能性があるので，係数の総和は $2\times11=\mathbf{22}$ となる．

添削課題

【1】(1) $(3x+2)(x+4)=\mathbf{3x^2+14x+8}$

(2) $(4x-1)(2x+3)=\mathbf{8x^2+10x-3}$

(3)
$$
\begin{aligned}
&(2x+5y)(x-4y)\\
=&(2\times 1)x^2+(5y-8y)\times x+5y\times(-4y)\\
=&\mathbf{2x^2-3xy-20y^2}
\end{aligned}
$$

(4)
$$
\begin{aligned}
&(3x-7y)(2x-5y)\\
=&(3\times 2)x^2+(-14y-15y)\times x+(-7y)\times(-5y)\\
=&\mathbf{6x^2-29xy+35y^2}
\end{aligned}
$$

【2】(1) $x+y=A$ とおくと,

(与式)
$$
\begin{aligned}
=&(A+2)\times A\\
=&A^2+2A\\
=&(x+y)^2+2(x+y)\\
=&\mathbf{x^2+2xy+y^2+2x+2y}
\end{aligned}
$$

(2) $a-3b=A$ とおくと,

(与式)
$$
\begin{aligned}
=&(A+3)(A-1)\\
=&A^2+2A-3\\
=&(a-3b)^2+2(a-3b)-3\\
=&\mathbf{a^2-6ab+9b^2+2a-6b-3}
\end{aligned}
$$

(3) $x^2-x=A$ とおくと,

(与式)
$$
\begin{aligned}
=&(A+2)(A-3)\\
=&A^2-A-6\\
=&(x^2-x)^2-(x^2-x)-6\\
=&x^4-2x^3+x^2-x^2+x-6\\
=&\mathbf{x^4-2x^3+x-6}
\end{aligned}
$$

(4) $3x+2=A$ とおくと,

(与式)
$$
\begin{aligned}
=&(A-y)(A+y)\\
=&A^2-y^2\\
=&(3x+2)^2-y^2\\
=&9x^2+12x+4-y^2\\
=&\mathbf{9x^2-y^2+12x+4}
\end{aligned}
$$

(5)
$$
\begin{aligned}
&(x+y+z)(x-y-z)\\
=&\{x+(y+z)\}\{x-(y+z)\}
\end{aligned}
$$

$y+z=A$ とおくと,

(与式)
$$
\begin{aligned}
=&(x+A)(x-A)\\
=&x^2-A^2\\
=&x^2-(y+z)^2\\
=&\mathbf{x^2-y^2-2yz-z^2}
\end{aligned}
$$

(6)
$$
\begin{aligned}
&(a+b-2c)(a-b+2c)\\
=&\{a+(b-2c)\}\{a-(b-2c)\}
\end{aligned}
$$

$b-2c=A$ とおくと,

(与式)
$$
\begin{aligned}
=&(a+A)(a-A)\\
=&a^2-A^2\\
=&a^2-(b-2c)^2\\
=&a^2-(b^2-4bc+4c^2)\\
=&\mathbf{a^2-b^2+4bc-4c^2}
\end{aligned}
$$

【3】(1) $(a-b+c)^2 = \boldsymbol{a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ca}$

(2) $(3x-y-2z)^2$

$=(3x)^2+y^2+(2z)^2-2\times 3x\times y+2\times y\times 2z-2\times 2z\times 3x$

$=\boldsymbol{9x^2+y^2+4z^2-6xy+4yz-12xz}$

(3) $(2x^2+x-5)^2$

$=(2x^2)^2+x^2+5^2+2\times(2x^2)\times x-2\times x\times 5-2\times 5\times 2x^2$

$=4x^4+x^2+25+4x^3-10x-20x^2$

$=\boldsymbol{4x^4+4x^3-19x^2-10x+25}$

【4】(1) $(a^2+4b^2)(a+2b)(a-2b)$

$=(a^2+4b^2)(a^2-4b^2)$

$=(a^2)^2-(4b^2)^2$

$=\boldsymbol{a^4-16b^4}$

(2) $(x-3)(x-2)(x+2)(x+3)$

$=\{(x-3)(x+3)\}\{(x-2)(x+2)\}$

$=(x^2-9)(x^2-4)$

$=\boldsymbol{x^4-13x^2+36}$

(3) $(2a-3b)^2(2a+3b)^2$

$=\{(2a-3b)(2a+3b)\}^2$

$=(4a^2-9b^2)^2$

$=\boldsymbol{16a^4-72a^2b^2+81b^4}$

(4) $(a-4)(a-2)(a+1)(a+3)$

$=\{(a-4)(a+3)\}\{(a-2)(a+1)\}$

$=(a^2-a-12)(a^2-a-2)$

$=\{(a^2-a)-12\}\{(a^2-a)-2\}$ ［$a^2-a=A$ とおく］

$=(A-12)(A-2)$

$=A^2-14A+24$ ［A をもとにもどす］

$=(a^2-a)^2-14(a^2-a)+24$

$=a^4-2a^3+a^2-14a^2+14a+24$

$=\boldsymbol{a^4-2a^3-13a^2+14a+24}$

【5】(1) $(a+b+c)(a+b-c)-(a-b+c)^2$

$=\{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\}-(a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac)$

$=(a+b)^2-c^2-a^2-b^2-c^2+2ab+2bc-2ac$

$=a^2+2ab+b^2-c^2-a^2-b^2-c^2+2ab+2bc-2ac$

$=\boldsymbol{4ab-2c^2+2bc-2ac}$

(2) $\quad (x+y+z)(x-y+z)+(-x+y+z)(x+y-z)$

$=\{(x+z)+y\}\{(x+z)-y\}+\{y+(z-x)\}\{y-(z-x)\}$

$=(x+z)^2-y^2+y^2-(z-x)^2$

$=(x^2+2xz+z^2)-(z^2-2xz+x^2)$

$=\boldsymbol{4xz}$

(3) $\quad (x-2y+3z)(-x+2y+3z)+(x-2y-3z)(x-2y+3z)$

$=-(x-2y+3z)(x-2y-3z)+(x-2y+3z)(x-2y-3z)$

［前半でマイナスをくくり出し, 後半は順序を入れかえた］

$=\mathbf{0}$

小テスト

【1】(1) $\boldsymbol{x^2+12x+36}$

(2) $\boldsymbol{4a^2-12ab+9b^2}$

(3) $\boldsymbol{x^2+5x+6}$

(4) $\boldsymbol{x^2-2x-15}$

(5) $\boldsymbol{x^2-9}$

問題

【1】(1) $2xy+4y=\boldsymbol{2y(x+2)}$

(2) $4a^2b-2ab=\boldsymbol{2ab(2a-1)}$

(3) $12x^4-4x^2-4x=\boldsymbol{4x(3x^3-x-1)}$

(4) $8a^4-16a^5b+24a^6b^2=\boldsymbol{8a^4(1-2ab+3a^2b^2)}$

(5) $36x^3y+72x^2y^2-60xy^3=\boldsymbol{12xy(3x^2+6xy-5y^2)}$

(6) $6abc^2+4a^2bc-10ab^2c=\boldsymbol{2abc(3c+2a-5b)}$

【2】(1) $x^2-2x+1=x^2-2\times x\times 1+1^2=\boldsymbol{(x-1)^2}$

(2) $x^2-8x+16=x^2-2\times x\times 4+4^2=\boldsymbol{(x-4)^2}$

(3) $x^2-12x+36=x^2-2\times x\times 6+6^2=\boldsymbol{(x-6)^2}$

(4) $x^2+18xy+81y^2=x^2+2\times x\times 9y+(9y)^2=\boldsymbol{(x+9y)^2}$

(5) $x^2-14xy+49y^2=x^2-2\times x\times 7y+(7y)^2=\boldsymbol{(x-7y)^2}$

(6) $4x^2+20x+25=(2x)^2+2\times 2x\times 5+5^2=\boldsymbol{(2x+5)^2}$

(7) $9x^2-12x+4=(3x)^2-2\times 3x\times 2+2^2=\boldsymbol{(3x-2)^2}$

(8) $25x^2-10xy+y^2=(5x)^2-2\times 5x\times y+y^2=\boldsymbol{(5x-y)^2}$

(9) $16x^2+24xy+9y^2=(4x)^2+2\times 4x\times 3y+(3y)^2=\boldsymbol{(4x+3y)^2}$

(10) $x^2+\frac{1}{2}xy+\frac{1}{16}y^2=x^2+2\times x\times\frac{1}{4}y+\left(\frac{1}{4}y\right)^2=\boldsymbol{\left(x+\frac{1}{4}y\right)^2}$

【3】(1) $x^2-1=x^2-1^2=\boldsymbol{(x+1)(x-1)}$

(2) $x^2-9=x^2-3^2=\boldsymbol{(x+3)(x-3)}$

(3) $x^2-y^2=\boldsymbol{(x+y)(x-y)}$

(4) $36-x^2=6^2-x^2=\boldsymbol{(6+x)(6-x)}$

(5) $4x^2-1=(2x)^2-1^2=\boldsymbol{(2x+1)(2x-1)}$

(6) $49x^2-4=(7x)^2-2^2=\boldsymbol{(7x+2)(7x-2)}$

(7) $16m^2-25n^2=(4m)^2-(5n)^2=\boldsymbol{(4m+5n)(4m-5n)}$

(8) $9x^2-100y^2=(3x)^2-(10y)^2=\boldsymbol{(3x+10y)(3x-10y)}$

(9) $81a^2-64b^2=(9a)^2-(8b)^2=\boldsymbol{(9a+8b)(9a-8b)}$

(10) $a^2b^2-c^4=(ab)^2-(c^2)^2=\boldsymbol{(ab+c^2)(ab-c^2)}$

【4】(1) $x^2-7x+12=x^2+(-3-4)x+(-3)\times(-4)=\boldsymbol{(x-3)(x-4)}$

(2) $x^2+8x+12=x^2+(2+6)x+2\times 6=\boldsymbol{(x+2)(x+6)}$

(3) $x^2-2x-24=x^2+(-6+4)x+(-6)\times 4=\boldsymbol{(x-6)(x+4)}$

(4) $x^2+2x-35=x^2+(7-5)x+7\times(-5)=\boldsymbol{(x+7)(x-5)}$

(5) $y^2+6y-40=y^2+(10-4)y+10\times(-4)=\boldsymbol{(y+10)(y-4)}$

(6) $a^2-13a+36=a^2+(-4-9)a+(-4)\times(-9)=\boldsymbol{(a-4)(a-9)}$

(7) $x^2-7x+10=x^2+(-2-5)x+(-2)\times(-5)=\boldsymbol{(x-2)(x-5)}$

(8) $x^2-2x-15=x^2+(3-5)x+3\times(-5)=\boldsymbol{(x+3)(x-5)}$

(9) $x^2+2x-48=x^2+(8-6)x+8\times(-6)=\boldsymbol{(x+8)(x-6)}$

(10) $x^2-19x+60=x^2+(-4-15)x+(-4)\times(-15)=\boldsymbol{(x-4)(x-15)}$

【5】(1) $2x^2+7x+3=\boldsymbol{(x+3)(2x+1)}$

$$\begin{array}{lccc} 1 & 3 & \longrightarrow & 6 \\ 2 & 1 & \longrightarrow & 1 \\ \hline 2 & 3 & & 7 \end{array}$$

(2) $2x^2-5x-3=\boldsymbol{(2x+1)(x-3)}$

$$\begin{array}{lccc} 2 & 1 & \longrightarrow & 1 \\ 1 & -3 & \longrightarrow & -6 \\ \hline 2 & -3 & & -5 \end{array}$$

(3) $6x^2-11x+4=\boldsymbol{(2x-1)(3x-4)}$

$$\begin{array}{lccc} 2 & -1 & \longrightarrow & -3 \\ 3 & -4 & \longrightarrow & -8 \\ \hline 6 & 4 & & -11 \end{array}$$

(4) $6a^2-17a+12=\boldsymbol{(2a-3)(3a-4)}$

$$\begin{array}{lccc} 2 & -3 & \longrightarrow & -9 \\ 3 & -4 & \longrightarrow & -8 \\ \hline 6 & 12 & & -17 \end{array}$$

(5) $6y^2+11y-10=\boldsymbol{(2y+5)(3y-2)}$

$$\begin{array}{lccc} 2 & 5 & \longrightarrow & 15 \\ 3 & -2 & \longrightarrow & -4 \\ \hline 6 & -10 & & 11 \end{array}$$

(6) $12a^2+44a-45=\boldsymbol{(2a+9)(6a-5)}$

$$\begin{array}{lccc} 2 & 9 & \longrightarrow & 54 \\ 6 & -5 & \longrightarrow & -10 \\ \hline 12 & -45 & & 44 \end{array}$$

(7) $2x^2-7x+6=\boldsymbol{(x-2)(2x-3)}$

$$\begin{array}{lccc} 1 & -2 & \longrightarrow & -4 \\ 2 & -3 & \longrightarrow & -3 \\ \hline 2 & 6 & & -7 \end{array}$$

(8) $2x^2-11x-6=\boldsymbol{(x-6)(2x+1)}$

$$\begin{array}{lccc} 1 & -6 & \longrightarrow & -12 \\ 2 & 1 & \longrightarrow & 1 \\ \hline 2 & -6 & & -11 \end{array}$$

(9) $3a^2-11a+6=\boldsymbol{(a-3)(3a-2)}$

$$\begin{array}{lccc} 1 & -3 & \longrightarrow & -9 \\ 3 & -2 & \longrightarrow & -2 \\ \hline 3 & 6 & & -11 \end{array}$$

(10) $12x^2+5x-2=\boldsymbol{(3x+2)(4x-1)}$

$$\begin{array}{lccc} 3 & 2 & \longrightarrow & 8 \\ 4 & -1 & \longrightarrow & -3 \\ \hline 12 & -2 & & 5 \end{array}$$

【6】(1) $(x+y)^2-2(x+y)+1$ 　［$x+y=A$ とおく］

$=A^2-2A+1$

$=(A-1)^2$ 　［A をもとにもどす］

$=\mathbf{(x+y-1)^2}$

(2) $(x+1)^2-6(x+1)+9$ 　［$x+1=A$ とおく］

$=A^2-6A+9$

$=(A-3)^2$ 　［A をもとにもどす］

$=(x+1-3)^2$

$=\mathbf{(x-2)^2}$

(3) $(3x-2)^2+6(3x-2)+9$ 　［$3x-2=A$ とおく］

$=A^2+6A+9$

$=(A+3)^2$ 　［A をもとにもどす］

$=(3x-2+3)^2$

$=\mathbf{(3x+1)^2}$

(4) $16a^2-8a(a-3b)+(a-3b)^2$ 　［$a-3b=A$ とおく］

$=16a^2-8aA+A^2$

$=(4a)^2-2\times 4a\times A+A^2$

$=(4a-A)^2$ 　［A をもとにもどす］

$=\{4a-(a-3b)\}^2$

$=(3a+3b)^2$

$=\{3(a+b)\}^2$

$=\mathbf{9(a+b)^2}$

(5) $3x^2-3x-6$

$=3(x^2-x-2)$

$=\mathbf{3(x+1)(x-2)}$

(6) $18a^2+48ab+32b^2$

$=2(9a^2+24ab+16b^2)$

$=2\{(3a)^2+2\times 3a\times 4b+(4b)^2\}$

$=\mathbf{2(3a+4b)^2}$

(7) $-a^3+4a^2-4a$

$=-a(a^2-4a+4)$

$=-a(a^2-2\times a\times 2+2^2)$

$=\mathbf{-a(a-2)^2}$

(8) $-5ax^2+40ax-80a$

$=-5a(x^2-8x+16)$

$=-5a(x^2-2\times x\times 4+4^2)$

$=\mathbf{-5a(x-4)^2}$

【7】(1)
$x^{16}-16$
$=(x^8)^2-4^2$
$=(x^8+4)(x^8-4)$
$=(x^8+4)\{(x^4)^2-2^2\}$
$=\boldsymbol{(x^8+4)(x^4+2)(x^4-2)}$

(2)
$2x^4-32$
$=2(x^4-16)$
$=2(x^2+4)(x^2-4)$
$=\boldsymbol{2(x^2+4)(x+2)(x-2)}$

(3)
$-x^8+1$
$=-(x^8-1)$
$=-(x^4+1)(x^4-1)$
$=-(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$
$=\boldsymbol{-(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)}$

(4)
$16x^2-36y^2$
$=4(4x^2-9y^2)$
$=4\{(2x)^2-(3y)^2\}$
$=\boldsymbol{4(2x+3y)(2x-3y)}$

(5)
a^7-36a
$=a(a^6-36)$
$=a\{(a^3)^2-6^2\}$
$=\boldsymbol{a(a^3+6)(a^3-6)}$

(6)
$(x+y)^2-(y-z)^2$　　［$x+y=A,\ y-z=B$ とおく］
$=A^2-B^2$
$=(A+B)(A-B)$　　［$A,\ B$ をもとにもどす］
$=\{x+y+(y-z)\}\{x+y-(y-z)\}$
$=\boldsymbol{(x+2y-z)(x+z)}$

(7)
$(2x-y)^2-(x+2y)^2$　　［$2x-y=A,\ x+2y=B$ とおく］
$=A^2-B^2$
$=(A+B)(A-B)$　　［$A,\ B$ をもとにもどす］
$=\{2x-y+(x+2y)\}\{2x-y-(x+2y)\}$
$=\boldsymbol{(3x+y)(x-3y)}$

(8)
$16(2a-b)^2-9(a-2b)^2$　　［$2a-b=A,\ a-2b=B$ とおく］
$=16A^2-9B^2$
$=(4A)^2-(3B)^2$
$=(4A+3B)(4A-3B)$　　［$A,\ B$ をもとにもどす］
$=\{4(2a-b)+3(a-2b)\}\{4(2a-b)-3(a-2b)\}$
$=\boldsymbol{(11a-10b)(5a+2b)}$

【8】(1) 2 乗する数を $100-a$（a は 1 桁の整数）と書くことができる．このとき a は『その数と 100 との差』を表している．したがって，「その数と，『その数と 100 との差』との差」とは「$100-a$ と a との差」となり，$(100-a)-a=100-2a$ となる．
ここで，$100-a$ を 2 乗してみると，次のように表すことができる．

$$\begin{aligned}(100-a)^2 &= 100^2-2\times 100\times a+a^2\\ &= 100^2-200a+a^2\\ &= 100(100-2a)+a^2 \ [\ 100^2,\ 200a \text{ を } 100 \text{ でくくった }]\end{aligned}$$

式中の $100(100-2a)$ は，先に見たように $(100-2a)$ が「その数と，『その数と 100 との差』との差」であることから，これを 100 倍したものになっている．一方残る a^2 は『その数と 100 との差』の 2 乗であり，a が 10 より小さければ 100 より小さくなるので，百の位以上には影響を与えない．
以上より，$(100-a)^2$ は，「その数と，『その数と 100 との差』との差を書き，その右に，その数と 100 との差の 2 乗を加える」ことによって求められることがわかる．
100 より大きい数の場合は，2 乗する数を $100+a$ とおけば，

$$\begin{aligned}(100+a)^2 &= 100^2+200a+a^2\\ &= 100(100+2a)+a^2\end{aligned}$$

と表せる．$100+2a$ は $(100+a)+a$ と表せるので，もとの数の 2 乗は「その数と，『その数と 100 との差』との**和**を書き，その右に，その数と 100 との差の 2 乗を加える」ことによって求められる，とわかる．

(2) 2 つの数を $10a+b$，$10a+c$（ただし，a，b，c は自然数で，$b+c=10$）と表す．このとき，2 数の積は次のように表せる．

$$\begin{aligned}(10a+b)(10a+c) &= 100a^2+10ab+10ac+bc\\ &= 10a(10a+b+c)+bc\\ &= 10a(10a+10)+bc \ [\because\ b+c=10\ ]\\ &= 100a(a+1)+bc\end{aligned}$$

よって，この 2 数の積は，共通の十の位（a）とそれに 1 を加えた値（$a+1$）との積を 100 倍したものに，一の位の積（bc）を加えればよいことがわかる．一の位の積は 1 桁の数の積なので必ず 100 未満であり，百の位よりも左側には影響を与えない．
以上より，十の位が同じで，一の位の数の和がちょうど 10 である 2 つの数の積は，「十の位の数と，それより 1 大きい数との積を作り，その数の右に一の位の数の積を書く」ことで求められることが説明された．
また，以上の計算において a は一桁の数である必要はないので，「3 桁の数で上 2 桁が同じで一の位の数の和がちょうど 10 の数の積」も全く同様に計算できることがわかる．

【9】(1) $4a^2+25b^2-20ab$
$=4a^2-20ab+25b^2$
$=(2a)^2-2\times 2a\times 5b+(5b)^2$
$=\boldsymbol{(2a-5b)^2}$

(2) $2ab-3+a^2b^2$
$=a^2b^2+2ab-3$
$=\boldsymbol{(ab-1)(ab+3)}$

(3) $4ab-a^2-4b^2$
$=-(a^2-4ab+4b^2)$
$=-\{a^2-2\times a\times 2b+(2b)^2\}$
$=\boldsymbol{-(a-2b)^2}$

(4) $x^2y-x^3+30xy^2$
$=-x(x^2-xy-30y^2)$
$=\boldsymbol{-x(x+5y)(x-6y)}$

【10】(1) x^4-8x^2+16
$=(x^2)^2-2\times x^2\times 4+4^2$
$=(x^2-4)^2$
$=\boldsymbol{(x+2)^2(x-2)^2}$

(2) x^4-13x^2+36
$=(x^2-4)(x^2-9)$
$=\boldsymbol{(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)}$

(3) $x^4+x^2y^2-2y^4$
$=(x^2+2y^2)(x^2-y^2)$
$=\boldsymbol{(x+y)(x-y)(x^2+2y^2)}$

(4) $9x^4-37x^2+4$
$=(x^2-4)(9x^2-1)$
$=\boldsymbol{(x+2)(x-2)(3x+1)(3x-1)}$

(5) $x^2-6x+9-y^2$
$=(x-3)^2-y^2$
$=(x-3+y)(x-3-y)$
$=\boldsymbol{(x+y-3)(x-y-3)}$

(6) x^2-4y^2-4y-1
$=x^2-(4y^2+4y+1)$
$=x^2-\{(2y)^2+2\times 2y\times 1+1^2\}$
$=x^2-(2y+1)^2$
$=\{x+(2y+1)\}\{x-(2y+1)\}$
$=\boldsymbol{(x+2y+1)(x-2y-1)}$

【11】(1) $7x^2-19xy-6y^2$
$=\boldsymbol{(x-3y)(7x+2y)}$

(2) $12a^2+ab-20b^2$
$=\boldsymbol{(3a+4b)(4a-5b)}$

(3) $6(x+y)^2-7(x+y)-20$
$=\{2(x+y)-5\}\{3(x+y)+4\}$
$=\boldsymbol{(2x+2y-5)(3x+3y+4)}$

(4) $3(2x+y)^2-(2x+y)-10$
$=\{(2x+y)-2\}\{3(2x+y)+5\}$
$=\boldsymbol{(2x+y-2)(6x+3y+5)}$

(5) $10(x^2+3x)^2-23(x^2+3x)+12$
$=\{2(x^2+3x)-3\}\{5(x^2+3x)-4\}$
$=\boldsymbol{(2x^2+6x-3)(5x^2+15x-4)}$

(6) $abx^2-(a^2+b^2)x+ab$
$=\boldsymbol{(ax-b)(bx-a)}$

【12】(1) $x^2-2(a+b)x+(a+b)^2$
$=\{x-(a+b)\}^2$
$=\boldsymbol{(x-a-b)^2}$

(2) $(2x-y)^2+8(y-2x)+16$
$=\{(2x-y)-4)\}^2$
$=\boldsymbol{(2x-y-4)^2}$

(3) $(a+b)^2-2a-2b-15$
$=(a+b)^2-2(a+b)-15$
$=\{(a+b)+3)\}\{(a+b)-5\}$
$=\boldsymbol{(a+b+3)(a+b-5)}$

(4) $x^2+2xy+(y+1)(y-1)$
$=x^2+2xy+y^2-1$
$=(x+y)^2-1^2$
$=\boldsymbol{(x+y+1)(x+y-1)}$

(5) $(a-b)x^2+(b-a)y^2$
$=(a-b)x^2-(a-b)y^2$
$=(a-b)(x^2-y^2)$
$=\boldsymbol{(a-b)(x+y)(x-y)}$

(6) $(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12$
$=\{(x^2+x)-2\}\{(x^2+x)-6\}$
$=(x^2+x-2)(x^2+x-6)$
$=\boldsymbol{(x+2)(x-1)(x+3)(x-2)}$

【13】(1) 辺 CD と ℓ との間にできる長方形が回転してできる円柱の体積 $V_1=\pi(x+z)^2y$
辺 AB と ℓ との間にできる長方形が回転してできる円柱の体積 $V_2=\pi z^2y$
この 2 つの円柱の体積の差が求める V である．

$$\begin{aligned} V&=\pi(x+z)^2y-\pi z^2y \\ &=\pi y\{(x+z)^2-z^2\} \\ &=\pi y(x+z+z)(x+z-z) \\ &=\boldsymbol{\pi xy(x+2z)} \end{aligned}$$

(2) O は ℓ から $z+\dfrac{x}{2}$ だけ離れているので，O が描く円周の長さ d は，

$$d=2\pi\left(z+\frac{x}{2}\right)=\pi(x+2z)$$

一方 $S=xy$ であるから，

$$S\times d=\pi(x+2z)\times xy=\pi xy(x+2z)$$

これは (1) で求めた $V=\pi xy(x+2z)$ と一致する．
よって，$V=S\times d$ が成立する．

添削課題

【1】(1) $xy - 3x = \boldsymbol{x(y-3)}$

(2) $4x^2y^2 - 7x^3y = \boldsymbol{x^2y(4y-7x)}$

＜別解＞

与式 $= \boldsymbol{x^2y(-7x+4y)} = \boldsymbol{-x^2y(7x-4y)}$ でもよい

(3) $6a^2 - 2a = \boldsymbol{2a(3a-1)}$

(4) $ab + ab^2 - bc = \boldsymbol{b(a+ab-c)}$

(5) $(a-2)x + (a-2)y = \boldsymbol{(a-2)(x+y)}$

(6) $2x(a+3b) - 5y(a+3b) = \boldsymbol{(2x-5y)(a+3b)}$

【2】(1) $x^2 + 6x + 9 = \boldsymbol{(x+3)^2}$

(2) $a^2 - 10a + 25 = \boldsymbol{(a-5)^2}$

(3) $x^2 - 4xy + 4y^2 = \boldsymbol{(x-2y)^2}$

(4) $64a^2 + 112ab + 49b^2 = \boldsymbol{(8a+7b)^2}$

【3】(1) $a^2 - 25 = \boldsymbol{(a+5)(a-5)}$

(2) $a^2b^2 - 1 = \boldsymbol{(ab+1)(ab-1)}$

(3) $9x^2 - y^2 = \boldsymbol{(3x+y)(3x-y)}$

(4) $16x^2 - 25y^2 = \boldsymbol{(4x+5y)(4x-5y)}$

【4】(1) $x^2 + 3x + 2 = \boldsymbol{(x+1)(x+2)}$

(2) $x^2 - 10x + 21 = \boldsymbol{(x-3)(x-7)}$

(3) $a^2 + 3a - 10 = \boldsymbol{(a+5)(a-2)}$

(4) $a^2 - 5a - 6 = \boldsymbol{(a+1)(a-6)}$

(5) $x^2 - 4xy - 12y^2 = \boldsymbol{(x+2y)(x-6y)}$

(6) $a^2 + 3ab - 28b^2 = \boldsymbol{(a+7b)(a-4b)}$

【5】(1) $2x^2+11x+12$

$=\boldsymbol{(x+4)(2x+3)}$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 4 & \longrightarrow & 8 \\ 2 & & 3 & \longrightarrow & 3 \\ \hline 2 & & 12 & & 11 \end{array}$$

(2) $2x^2-13x+6$

$=\boldsymbol{(2x-1)(x-6)}$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & -1 & \longrightarrow & -1 \\ 1 & & -6 & \longrightarrow & -12 \\ \hline 2 & & 6 & & -13 \end{array}$$

(3) $3x^2+14x-5$

$=\boldsymbol{(x+5)(3x-1)}$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 5 & \longrightarrow & 15 \\ 3 & & -1 & \longrightarrow & -1 \\ \hline 3 & & -5 & & 14 \end{array}$$

(4) $8a^2-2ab-3b^2$

$=\boldsymbol{(2a+b)(4a-3b)}$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & 1 & \longrightarrow & 4 \\ 4 & & -3 & \longrightarrow & -6 \\ \hline 8 & & -3 & & -2 \end{array}$$

(5) $27x^2+6xy-16y^2$

$=\boldsymbol{(3x-2y)(9x+8y)}$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \times & -2 & \longrightarrow & -18 \\ 9 & & 8 & \longrightarrow & 24 \\ \hline 27 & & -16 & & 6 \end{array}$$

(6) $12a^2-35ab-98b^2$

$=\boldsymbol{(3a-14b)(4a+7b)}$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \times & -14 & \longrightarrow & -56 \\ 4 & & 7 & \longrightarrow & 21 \\ \hline 12 & & -98 & & -35 \end{array}$$

【6】(1)

$(x+1)^2-3(x+1)-28$ ［$x+1=A$ とおく］

$=A^2-3A-28$

$=(A+4)(A-7)$ ［A をもとに戻す］

$=(x+1+4)(x+1-7)$

$=\boldsymbol{(x+5)(x-6)}$

(2)

$(x+2y)^2-(y-z)^2$ ［$x+2y=A,\ y-z=B$ とおく］

$=A^2-B^2$

$=(A+B)(A-B)$ ［$A,\ B$ をもとに戻す］

$=\{(x+2y)+(y-z)\}\{(x+2y)-(y-z)\}$

$=(x+2y+y-z)(x+2y-y+z)$

$=\boldsymbol{(x+3y-z)(x+y+z)}$

(3)

$9(2a+b)^2-3(2a+b)-2$　　［$3(2a+b)=A$ とおく］

$=\{3(2a+b)\}^2-3(2a+b)-2$

$=A^2-A-2$

$=(A+1)(A-2)$　　［A をもとに戻す］

$=\{3(2a+b)+1\}\{3(2a+b)-2\}$

$=\boldsymbol{(6a+3b+1)(6a+3b-2)}$

＜別解＞

$9(2a+b)^2-3(2a+b)-2$　　［$2a+b=A$ とおく］

$=9A^2-3A-2$

$=(3A+1)(3A-2)$　　［A をもとに戻す］

$=\{3(2a+b)+1\}\{3(2a+b)-2\}$

$=\boldsymbol{(6a+3b+1)(6a+3b-2)}$

(4)

x^4+7x^2+12　　［$x^2=A$ とおく］

$=A^2+7A+12$

$=(A+3)(A+4)$　　［A をもとに戻す］

$=\boldsymbol{(x^2+3)(x^2+4)}$

小テスト

【1】(1) $4x^2 + 4x + 1$

(2) $x^2 - 8xy + 16y^2$

(3) $2x^2 + 1$

(4) x^2

(5) $2x - 21$

2MJSS/2MJS/2MJ
中２選抜東大・医学部数学
中２数学
中２東大数学

Z-KAI

会員番号		氏　名	