

本科 1 期 6 月度

解答

Z会東大進学教室

難関大物理／難関大物理 T



8章 热量保存／理想気体

問題

■演習

【1】

《解答》

- (1) **ア** 1sあたりに 600J の熱量を与えるヒーターで時刻 12.0s から 124.0s まで熱量を加えたから

$$600 \times (124.0 - 12.0) = \underline{6.72} \times 10^4$$

イ 200g の氷が**ア**の熱量によって水になったから

$$\frac{6.72 \times 10^4}{200} = 336 = \underline{3.36} \times 10^2$$

- (2) **ウ** 1sあたりに 600J の熱量を与えるヒーターで時刻 124.0s から 199.0s まで熱量を加えたから

$$600 \times (199.0 - 124.0) = \underline{4.50} \times 10^4$$

エ 容器の熱容量を C [J/K] とすると、水と容器が得た熱量が**ウ**の熱量なので

$$(4.20 \times 200 + C) \times (50.0 - 0) = 4.50 \times 10^4 \quad \therefore \quad C = \underline{60.0}$$

- (3) **オ** 氷の比熱を c [J/g · K] とすると、氷と容器が得た熱量は

$$(c \times 200 + 60.0) \times \{0 - (-15.0)\} = 600 \times (12.0 - 0) \quad \therefore \quad c = \underline{2.10}$$

- (4) **カ** 金属の比熱を c' [J/g · K] とすると、水と容器が失った熱量と金属が得た熱量が等しいから（熱量保存）

$$(4.20 \times 200 + 60.0) \times (50.0 - 47.7) = c' \times 90.0 \times \{47.7 - (-10.0)\} \\ \therefore \quad c' = \underline{0.399}$$

キ 金属が得た熱量は水と容器が失った熱量に等しいから

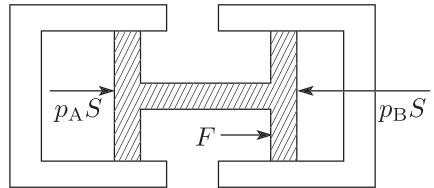
$$(4.20 \times 200 + 60.0) \times (50.0 - 47.7) = \underline{2.07} \times 10^3$$

【2】

《解答》

- (1) A, B の気体の圧力を $p_A[\text{N}/\text{m}^2]$, $p_B[\text{N}/\text{m}^2]$ とする。ピストンに働く力のつり合いより

$$0 = p_A S + F - p_B S \quad \cdots \textcircled{1}$$



一方、状態方程式は

$$\text{A: } p_A(L + d)S = nRT \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{B: } p_B(L - d)S = nRT \quad \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より

$$F = \frac{2dnRT}{L^2 - d^2}$$

- (2) A, B の気体の圧力を $p[\text{N}/\text{m}^2]$ とする。状態方程式は

$$\text{A: } p(L + x)S = nR \cdot 2T \quad \cdots \textcircled{4}$$

$$\text{B: } p(L - x)S = nRT \quad \cdots \textcircled{5}$$

④, ⑤より

$$x = \frac{1}{3}L$$

添削課題

《解答》

I (1) 求める温度を $t [^{\circ}\text{C}]$ とおくと, 熱量保存より

$$\begin{aligned} [\text{水と熱量計が失った熱量}] &= [\text{氷が得た熱量}] \\ &= [0^{\circ}\text{C} \text{ の氷がすべてとけて } 0^{\circ}\text{C} \text{ の水になるまでに得た熱量}] \\ &\quad + [0^{\circ}\text{C} \text{ の水が } t [^{\circ}\text{C}] \text{ の水になるまでに得た熱量}] \\ (4.2 \times 300 + 42) \times (18 - t) &= 334 \times 50 + 4.2 \times 50 \times (t - 0) \\ \therefore t &\equiv \underline{4.5 (^{\circ}\text{C})} \end{aligned}$$

(2) 求める質量を $m [\text{g}]$ とおくと, 熱量保存より

$$\begin{aligned} [\text{水と熱量計が } 0^{\circ}\text{C} \text{ になるまでに失った熱量}] &= [\text{氷が得た熱量}] \\ &= [0^{\circ}\text{C} \text{ の氷 } (100 - m) [\text{g}] \text{ がとける} \\ &\quad \text{までに得た熱量}] \\ (4.2 \times 300 + 42) \times (18 - 0) &= 334 \times (100 - m) \\ \therefore m &\equiv \underline{30 (\text{g})} \end{aligned}$$

II (1) A と B は細い管でつながっていて圧力が等しいので, 圧力を $p [\text{N/m}^2]$, A, B 内の気体の物質量をそれぞれ $n_A [\text{mol}]$, $n_B [\text{mol}]$ とおくと, A, B の状態方程式より

$$\begin{aligned} \text{A : } pV &= n_A RT \quad \therefore n_A = \frac{pV}{RT} \quad \cdots \textcircled{1} \\ \text{B : } p(2V) &= n_B RT \quad \therefore n_B = \frac{2pV}{RT} \quad \cdots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$n_A + n_B = n \text{ に①と②を代入して} \quad \frac{pV}{RT} + \frac{2pV}{RT} = n \quad \therefore p = \frac{nRT}{3V}$$

(2)

$$\begin{aligned} \text{A : } \underline{PV = xR(3T)} &\quad \cdots \textcircled{3} \\ \text{B : } \underline{P(2V) = (n - x)RT} &\quad \cdots \textcircled{4} \end{aligned}$$

$$(3) \text{ ④} \div \text{③} \text{ より} \quad 2 = \frac{n - x}{3x} \quad \therefore x = \underline{\frac{1}{7}n}$$

$$\text{②} \div \text{①} \text{ から得られる } n_B = 2n_A \text{ を } n_A + n_B = n \text{ に代入すると} \quad n_A = \frac{1}{3}n$$

$$\text{よって, A から B へ移動した気体の物質量は} \quad \frac{1}{3}n - \frac{1}{7}n = \underline{\frac{4}{21}n}$$

$$(4) \text{ ③より} \quad PV = \frac{1}{7}nR(3T) \quad \therefore P = \underline{\frac{3nRT}{7V}}$$

配点

I (1) 20 点 (2) 15 点 II (1) 15 点 (2) 各 10 点 (3) 各 10 点 (4) 10 点

9章 热力学第一法則

問題

■演習

【1】

《解答》

ア

[分子の運動量の変化量]=[分子が壁 A から受けた力積] より

$$m(-v_x) - mv_x = -2mv_x$$

よって、[分子が壁 A に及ぼす力積の大きさ]= $| -(-2mv_x)| = \underline{2mv_x}$

イ

t 秒間に分子は距離 $v_x t$ 進み、 $2L$ 進むごとに壁 A と 1 回衝突するから

$$\frac{v_x t}{2L}$$

ウ

[t 秒間に分子が壁 A に及ぼす力積の大きさ]= $2mv_x \times \frac{v_x t}{2L} = \frac{mv_x^2 t}{L}$

つまり、分子が壁 A に及ぼす力の大きさを F とすると

$$Ft = \frac{mv_x^2 t}{L} \quad \therefore F = \frac{mv_x^2}{L}$$

よって、分子が壁 A に及ぼす圧力は

$$\frac{F}{L^2} = \frac{mv_x^2}{L^3}$$

エ

$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$, $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$ より

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

よって、 N [個] の分子が壁 A に及ぼす圧力は

$$p = \frac{\overline{mv^2}}{L^3} \times N = \frac{N\overline{v^2}}{3L^3}$$

オ $p = \frac{N\overline{v^2}}{3L^3}$ より $\overline{mv^2} = \frac{3pL^3}{N}$ が成り立つ。また、状態方程式 $pV = nRT$, および $V = L^3$ の関係を用いて

$$\frac{1}{2}\overline{mv^2} = \frac{3nRT}{2N}$$

カ

気体の内部エネルギーは気体分子のエネルギーの総和であるから

$$\frac{1}{2}\overline{mv^2} \times N = \frac{3}{2}nRT$$

【2】

《解答》

ア

求める圧力を p_0 とすると、板に働く力のつり合いより、上向きを正として

$$p_0S + (-M_0g) = 0 \quad \therefore \quad p_0 = \frac{M_0g}{S}$$

イ

求める絶対温度を T_0 とすると、状態方程式より

$$p_0 \cdot SH = 1 \cdot RT_0 \quad \therefore \quad T_0 = \frac{p_0SH}{R} = \frac{M_0gH}{R}$$

ウ

求める圧力を p_1 とすると、板に働く力のつり合いより、上向きを正として

$$p_1S - (M_0 + M_1)g = 0 \quad \therefore \quad p_1 = \frac{(M_0 + M_1)g}{S}$$

エ

求める内部エネルギーの増加量を ΔU とすると、 $\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}\Delta(pV)$ であるから

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{3}{2}\{p_1S(H-h) - p_0SH\} = \frac{3}{2}\{(M_0 + M_1)g(H-h) - M_0gH\} \\ &= \underline{\frac{3}{2}\{M_1(H-h) - M_0h\}g} \end{aligned}$$

オ

求める仕事を W とすると、圧力が一定なので

$$W = p_1Sh = \underline{(M_0 + M_1)gh}$$

カ

求める内部エネルギーの増加量を ΔU_1 とすると

$$\Delta U_1 = \frac{3}{2}\{p_1SH - p_1S(H-h)\} = \frac{3}{2}p_1Sh = \underline{\frac{3}{2}(M_0 + M_1)gh}$$

キ

熱力学第一法則より、求める熱量を Q とすると

$$Q = \Delta U_1 + W = \frac{3}{2}(M_0 + M_1)gh + (M_0 + M_1)gh = \underline{\frac{5}{2}(M_0 + M_1)gh}$$

添削課題

《解答》

(1) ピストンが動き始めるときは止め具から受ける垂直抗力の大きさが0となるので、水に働く力のつり合いより

$$p_1S + (-p_0S) + (-Sb\rho g) = 0 \quad \therefore \quad p_1 = \underline{p_0 + b\rho g}$$

また、ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{p_0Sa}{T_0} = \frac{p_1Sa}{T_1} \quad \therefore \quad T_1 = \frac{p_1}{p_0}T_0 = \frac{p_0 + b\rho g}{p_0}T_0$$

(2) ピストンが動き始めたときから水の表面がCに達したときまでは圧力一定であるから、状態1のときの容器内の気体の体積を V_1 、状態2のときの容器内の気体の体積を V_2 とするとき、シャルルの法則より

$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$

$$\therefore \quad T_2 = \frac{V_2}{V_1}T_1 = \frac{a+c}{a} \times \frac{p_0 + b\rho g}{p_0}T_0 = \frac{(a+c)(p_0 + b\rho g)}{ap_0}T_0$$

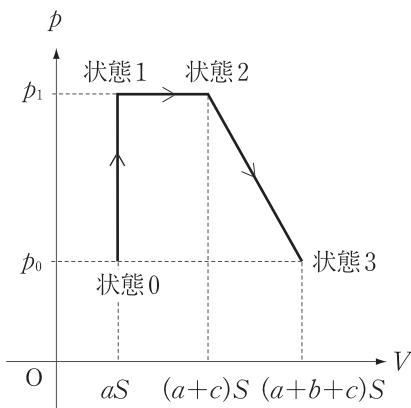
ピストンがCに達したときの圧力を p_3 、容器内の気体の体積を V_3 とすると、ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{p_1V_2}{T_2} = \frac{p_3V_3}{T_3}$$

ピストンがCに達したとき、水は容器の外にあふれ出ることから、 $p_3 = p_0$ より

$$\therefore \quad T_3 = \frac{p_3V_3}{p_1V_2}T_2 = \frac{p_0(a+b+c)S}{(p_0 + b\rho g)(a+c)S} \times \frac{(a+c)(p_0 + b\rho g)T_0}{ap_0} = \frac{a+b+c}{a}T_0$$

(3)



(4) ①

(i) $W_{01} = \underline{0}$

(ii) $W_{12} = p_1 cS = \underline{(p_0 + b\rho g)cS}$

(iii) $W_{23} = (p_0 + p_1) \times bS \times \frac{1}{2} = \underline{\left(p_0 + \frac{b\rho g}{2} \right) bS}$

② $\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}\Delta(pV) = \underline{\frac{3}{2}p_0(b+c)S}$

③

$$\begin{aligned} Q &= \Delta U + W_{01} + W_{12} + W_{23} \\ &= \frac{3}{2}p_0(b+c)S + (p_0 + b\rho g)cS + \left(p_0 + \frac{b\rho g}{2} \right) bS \\ &= \underline{\frac{S}{2} \{ 5(b+c)p_0 + b(b+2c)\rho g \}} \end{aligned}$$

配点

- (1) 各 10 点 (2) 各 10 点 (3) 20 点
(4) ① 各 8 点 ② 8 点 ③ 8 点

10章 熱サイクル

問題

■演習

【1】

《解答》

(1) 状態 A の圧力を p_A [Pa], 状態 B の温度 T_B [K] とすると, ポイル・シャルルの法則より

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{3p_A V_A}{T_B} \quad \therefore T_B = \underline{3T_A}$$

(2) 体積の変化量が 0 なので, $W_1 = \underline{0}$

$$\Delta U_1 = \frac{3}{2}nR(3T_A - T_A) = \underline{3nRT_A}$$

熱力学第一法則より

$$Q_1 = \Delta U_1 + W_1 = 3nRT_A + 0 = \underline{3nRT_A}$$

■別解 単原子分子理想気体の定積モル比熱を C_V [J/mol · K], 温度の変化量を ΔT_1 [K] とすると

$$Q_1 = nC_V \Delta T_1 = n \cdot \frac{3}{2}R \cdot (3T_A - T_A) = \underline{3nRT_A}$$

(3) 状態 C の体積を V_C [m^3] とすると, 等温変化であるからボイルの法則より

$$3pV_A = pV_C \quad \therefore V_C = \underline{3V_A}$$

(4) 等温変化であるから, 温度の変化量が 0 より, 内部エネルギーの増加量を ΔU_2 [J] とすると

$$\Delta U_2 = \frac{3}{2}nR \cdot 0 = \underline{0}$$

熱力学第一法則より, 気体に与えた熱量を Q_2 [J] とすると

$$Q_2 = \Delta U_2 + W_2 = 0 + W_2 = \underline{W_2}$$

(5) 状態 A において状態方程式より

$$p_A V_A = nRT_A \quad \therefore \quad p_A = \frac{nRT_A}{V_A}$$

定圧変化であるから、気体が外部からされた仕事を $-W_3[\text{J}]$ とすると

$$-W_3 = -p_A(V_A - V_C) = -\frac{nRT_A}{V_A}(V_A - 3V_A) = \underline{2nRT_A}$$

内部エネルギーの減少量を $-\Delta U_3[\text{J}]$ とすると

$$-\Delta U_3 = -\frac{3}{2}nR(T_A - 3T_A) = \underline{3nRT_A}$$

熱力学第一法則より、気体から奪った熱量を $-Q_3[\text{J}]$ とすると

$$-Q_3 = (-\Delta U_3) + (-W_3) = 3nRT_A + 2nRT_A = \underline{5nRT_A}$$

■別解 単原子分子理想気体の定圧モル比熱を $C_p[\text{J/mol} \cdot \text{K}]$ 、温度の変化量を $\Delta T_2[\text{K}]$ とすると

$$-Q_3 = -nC_p\Delta T_2 = -n \cdot \frac{5}{2}R \cdot (T_A - 3T_A) = \underline{5nRT_A}$$

(6) 求める仕事を $W[\text{J}]$ とすると、

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 0 + W_2 + (-2nRT_A) = \underline{W_2 - 2nRT_A}$$

熱効率を η とすると

$$\eta = \frac{W}{Q_1 + Q_2} = \frac{W_2 - 2nRT_A}{\underline{3nRT_A + W_2}}$$

【2】

《解答》

- (1) ア A→B は断熱変化であるから $pV^\gamma = \text{一定}$, また, 気体が 1mol であることと, 状態方程式より

$$pV^\gamma = \frac{RT}{V} \cdot V^\gamma = RTV^{\gamma-1} = \text{一定} \quad \text{つまり, } TV^{\gamma-1} = \text{一定} \quad \text{であるから,}$$

状態 A, B における気体の絶対温度をそれぞれ $T_A[\text{K}]$, $T_B[\text{K}]$ とすると

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \quad \therefore \quad T_B = \underbrace{\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1}}_{\text{ }} T_A$$

イ [気体の内部エネルギー] = [気体分子の運動エネルギーの総和] であるから

$$U = C_V T = \frac{1}{2} m \overline{v^2} \times N \quad \therefore \quad T \propto \overline{v^2}$$

k を比例定数として, $T = k \overline{v^2}$ とおけるから, 状態 A, B における気体分子の速さの二乗平均をそれぞれ $\overline{v_A^2} [\text{m/s}]$, $\overline{v_B^2} [\text{m/s}]$ とすると

$$\overline{v_B^2} = \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} \overline{v_A^2} \quad \therefore \quad \sqrt{\overline{v_B^2}} = \underbrace{\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}}_{\text{ }} \sqrt{\overline{v_A^2}}$$

- (2) ウ B, C の状態方程式より, 状態 C における気体の絶対温度を $T_C[\text{K}]$ とすると

$$T_B = \frac{p_B V_B}{R}, \quad T_C = \frac{p_B V_C}{R}$$

温度の変化量を $\Delta T[\text{K}]$ とすると, 内部エネルギーの変化量 $\Delta U = C_V \Delta T$ であるから, 求める内部エネルギーの増加量を $\Delta U_{BC}[\text{J}]$ とすると

$$\begin{aligned} \Delta U_{BC} &= C_V (T_C - T_B) \\ &= C_V \left(\frac{p_B V_C}{R} - \frac{p_B V_B}{R} \right) = p_B \times \underbrace{\frac{C_V (V_C - V_B)}{R}}_{\text{ }} \end{aligned}$$

エ B→C は定圧変化であるから, このとき気体がピストンにした仕事量を $W_{BC}[\text{J}]$ とすると

$$W_{BC} = p_B \times \underline{(V_C - V_B)}$$

オ 気体が H から供給された熱量を $Q_{BC}[\text{J}]$ とすると、熱力学第 1 法則より

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC}$$

$$= \frac{p_B C_V (V_C - V_B)}{R} + p_B (V_C - V_B) = \frac{C_V + R}{R} p_B (V_C - V_B) = p_B \times \underline{\underline{\frac{C_p}{R} (V_C - V_B)}}$$

(3) カ C→D は断熱変化であるから $pV^\gamma = [\text{一定}]$ より、状態 D における気体の圧力を $p_D[\text{Pa}]$ とすると

$$p_C V_C^\gamma = p_D V_D^\gamma \quad \therefore \quad \underline{\underline{\frac{p_D}{p_C} = \left(\frac{V_C}{V_D} \right)^\gamma}}$$

(4) キ D→A は定積変化であるから、このときの仕事 $W_{DA} = 0$ であることと、A, D の状態方程式より、状態 D における気体の絶対温度を $T_D[\text{K}]$ とすると

$$T_A = \frac{p_A V_A}{R}, \quad T_D = \frac{p_D V_A}{R}$$

よって、求めるのは気体が放出した熱量 $-Q_{DA}[\text{J}]$ であるから、内部エネルギーの増加量を $\Delta U_{DA}[\text{J}]$ とすると

$$\begin{aligned} -Q_{DA} &= -(\Delta U_{DA} + W_{DA}) = -\Delta U_{DA} \\ &= -C_V (T_A - T_D) = -C_V \left(\frac{p_A V_A}{R} - \frac{p_D V_A}{R} \right) = (p_D - p_A) \times \underline{\underline{\frac{C_V V_A}{R}}} \end{aligned}$$

添削課題

《解答》

1 ポイル・シャルルの法則より

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{2p_A V_A}{T_B} \quad \therefore T_B = \underline{2} T_A$$

2 A→B は定積変化であるから

$$Q_1 = 1 \times \frac{3}{2}R \times (T_B - T_A) = \frac{3}{2}R(2T_A - T_A) = \underline{\frac{3}{2}}RT_A$$

3 体積の変化量が0より $W_1 = \underline{0}$

4 热力学第一法則より

$$Q_1 = \Delta U_1 + W_1 = \Delta U_1 \quad \therefore \Delta U_1 = \underline{\frac{3}{2}}RT_A$$

5 ポイル・シャルルの法則より

$$\frac{2p_A V_A}{T_B} = \frac{2p_A \cdot 2V_A}{T_C} \quad \therefore T_C = \underline{2} T_B$$

6 B→C は定圧変化であるから

$$Q_2 = 1 \times \frac{5}{2}R \times (T_C - T_B) = \frac{5}{2}R(2T_B - T_B) = \underline{\frac{5}{2}}RT_B$$

7 $p-V$ グラフの BCFG で囲まれる部分の面積が気体が外部にした仕事であるから

$$W_2 = 2p_A(2V_A - V_A) = 2p_A V_A$$

また、Bにおける状態方程式より $2p_A V_A = 1 \times RT_B \quad \therefore W_2 = \underline{RT_B}$

8 热力学第一法則より

$$Q_2 = \Delta U_2 + W_2 \quad \therefore \Delta U_2 = Q_2 - W_2 = \frac{5}{2}RT_B - RT_B = \underline{\frac{3}{2}}RT_B$$

9 CDEF

10 温度の変化量が0より $\Delta U_3 = \underline{0}$

11 热力学第一法則より

$$Q_3 = \Delta U_3 + W_3 = \underline{1}W_3$$

配点

(3)(10) 5点 その他 各10点

P3T
難関大物理／難関大物理 T



会員番号	
------	--

氏名	
----	--