P3TA/P3TB/P3T

夏期講習

解答

Ｚ会東大進学教室

難関大物理入試問題総合演習

難関大物理波動集中講義

難関大物理Ｔ

１章－１　波の要素と干渉

問題

■演習

【１】

《解答》

(1)　図より，波長は　　$\lambda\,[\mathrm{m}] = \underline{8\,\mathrm{m}}$

また，入射波の速さを $v\,[\mathrm{m/s}]$ とすると，振動数は　　$f\,[\mathrm{Hz}] = \dfrac{v[\mathrm{m/s}]}{\lambda[\mathrm{m}]} = \dfrac{2\mathrm{m/s}}{8\mathrm{m}} = \underline{0.25\,\mathrm{Hz}}$

(2)　$t = 0$ のとき $y_1 = 0$ で，その後 y 軸の正の向きに変位するから

$$y_1(0,\ t) = 0.2\sin\frac{2\pi}{4}t \qquad \therefore\quad y_1(0,\ t) = \underline{0.2\sin 0.5\pi t}$$

(3)　時刻 t の位置 x における入射波の変位は，時間 $\dfrac{x}{v}$ 前の原点の変位と等しいから，(2) の t に $t - \dfrac{x}{2}$ を代入して

$$y_1(x,\ t) = \underline{0.2\sin 0.5\pi(t - 0.5x)}$$

(4)　(3) の x に $x = 8$ を代入して

$$y_1(8,\ t) = 0.2\sin 0.5\pi(t-4) = 0.2\sin(0.5\pi t - 2\pi)$$

$$\therefore\quad y_1(8,\ t) = \underline{0.2\sin 0.5\pi t}$$

(5)　固定端反射なので $x = 8$ において $y_1 + y_2 = 0$ であるから

$$y_2(8,\ t) = \underline{-0.2\sin 0.5\pi t}$$

(6)　時刻 t の位置 x における反射波の変位は，時間 $\dfrac{8-x}{v}$ 前の $x = 8$ の変位と等しいから，(5) の t に $t - \dfrac{8-x}{2}$ を代入して

$$\begin{aligned} y_2(x,\ t) &= -0.2\sin 0.5\pi\left(t - \frac{8-x}{2}\right) = -0.2\sin 0.5\pi\left(t + \frac{x}{2} - 4\right) \\ &= -0.2\sin\{0.5\pi(t+0.5x) - 2\pi\} = \underline{-0.2\sin 0.5\pi(t+0.5x)} \end{aligned}$$

(7)

$$\begin{aligned} y(x,\ t) &= y_1(x,\ t) + y_2(x,\ t) \\ &= 0.2\sin 0.5\pi(t-0.5x) - 0.2\sin 0.5\pi(t+0.5x) \\ &= 0.4\cos 0.5\pi t\cdot\sin(-0.25\pi x) = \underline{-0.4\cos 0.5\pi t\cdot\sin 0.25\pi x} \end{aligned}$$

(8)　(7) より，t の値によらず変位が 0 となる点は

$$\sin 0.25\pi x = 0 \qquad \therefore\quad x = 0,\ 4,\ 8 \text{ の }\ \underline{3\text{ 個}}$$

【2】

《解答》

(1) AB 間に 2 波長分が含まれているから，波長を λ[m] とすると　$\lambda[\mathrm{m}] = \underline{0.04\,\mathrm{m}}$

(2) 波の速さを v[m/s]，振動数を f[Hz] とすると，$v = f\lambda$ より

$$v[\mathrm{m/s}] = 12\mathrm{Hz} \times 0.04\mathrm{m} = \underline{0.48\,\mathrm{m/s}}$$

(3) P：$t = 0$ で山と山が重なって，山となっているから　③

Q：$t = 0$ で谷と谷が重なって，谷となっているから　④

R：常に変位が逆符号で大きさが等しい波が重なるから　⑨

(4) AB 間で，振動しない点，つまり節ができるのは，A からの距離と B からの距離の差が $\left(n + \dfrac{1}{2}\right)\lambda$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$ となる位置であるから，A からの距離が x[m] の点 C について

$$|\mathrm{AC} - \mathrm{BC}| = |x - (0.08 - x)| = \left(n + \frac{1}{2}\right) \times 0.04 \quad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$$
$$|2x - 0.08| = 0.04n + 0.02$$

ここで，$0 \leqq |\mathrm{AC} - \mathrm{BC}| \leqq 0.08$ より

$$2x - 0.08 = \pm 0.02,\ \pm 0.06$$
$$\therefore \quad x[\mathrm{m}] = 0.01\,\mathrm{m},\ 0.03\,\mathrm{m},\ 0.05\,\mathrm{m},\ 0.07\,\mathrm{m}\ \text{の}\quad \underline{4\ \text{個}}$$

■別解　AB 間では定常波ができるので，振動しない点，つまり節の位置は腹と交互に等間隔にできる．したがって，図の山と山，谷と谷が重なっている位置の中点が節の位置となる．よって，図で A からの距離が 0.01 m, 0.03 m, 0.05 m, 0.07 m の 4 個.

(5) A の左側では，A から左に進む波と B から左に進む波が同位相で重なり，AB 間の定常波と同じ振幅で左に進む進行波ができる．B の右側では，A から右に進む波と B から右に進む波が同位相で重なり，AB 間の定常波と同じ振幅で右に進む進行波ができる.

また，波源 A と B を出る波が逆位相の場合は，A の左側，B の右側ともに逆位相の波が重なり，波はできない.

１章－２　力学１

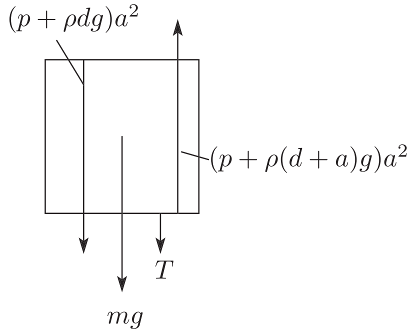
問題

■演習

【１】

《解答》

(1)，(2) 物体に作用する力は下図.



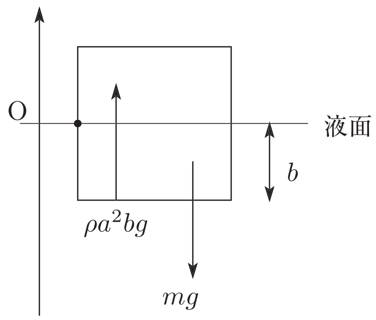
これより

$$\text{圧力 (上面)：下向きに}\quad \underline{p+\rho dg}$$
$$\text{圧力 (下面)：上向きに}\quad \underline{p+\rho(d+a)g}$$

また，力のつり合いより

$$0=\rho a^3 g-T-mg \qquad \therefore \quad T=\underline{(\rho a^3-m)g}$$

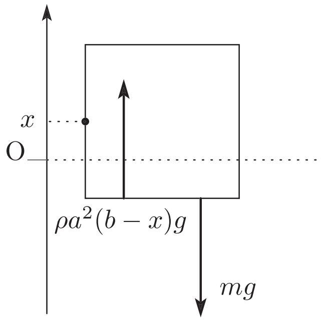
(3) 図の静止位置での液面を原点に鉛直上向きに x 軸を設定する．物体に作用する力は下図（大気圧による力は省略してある）.



これより，力のつり合いの式は

$$0=\rho a^2 bg-mg \qquad \therefore \quad b=\underline{\frac{m}{\rho a^2}}$$

(4) ～(7) 物体が位置 x にあるとき，物体に作用する力は下図.



運動方程式の x 成分は

$$m\ddot{x} = \rho a^2(b-x)g - mg = -\rho a^2 gx$$

$$\ddot{x} = -\frac{\rho a^2 g}{m}x = -\omega^2 x$$

よって物体は $x=0$ を中心とする単振動を行う.

(4) $-(-\rho a^2 gc) = \underline{\rho a^2 cg}$

(5) $-\rho a^2 g(-c) = \underline{\rho a^2 cg}$

(6) $\underline{2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$

(7) $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \underline{2\pi\sqrt{\dfrac{m}{\rho a^2 g}}}$

【2】

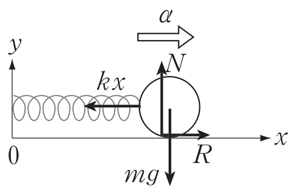
《解答》

(1)　図のように各量を設定すると，運動方程式より

$$m\begin{pmatrix}\alpha\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-mg\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}R\\N\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-kx\\0\end{pmatrix}\qquad\begin{cases}m\alpha=R+(-kx) & \cdots\cdots①\\0=-mg+N & \cdots\cdots②\end{cases}$$

$R=\mu_0N$ のとき，$x=a_0$，$\alpha=0$ となればよい．

②より $N=mg$ であるから



$$0=\mu_0mg-ka_0$$

$$\therefore\quad a_0=\underline{\frac{\mu_0mg}{k}}$$

(2)　①と運動途中の摩擦力は動摩擦力であることより

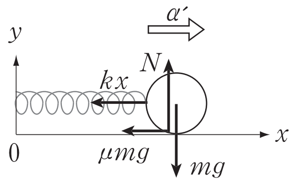
$$R=\mu N=\mu mg\qquad\therefore\quad F_1=\underline{\mu mg-kx}$$

(3)　x 軸方向の運動方程式より

$$m\alpha=\mu mg-kx=-k\left(x-\frac{\mu mg}{k}\right)$$ よって中心の位置 x_0は　$x_0=\underline{\dfrac{\mu mg}{k}}$

振幅 A は最大変位と振動の中心の距離なので $A=\underline{a-\dfrac{\mu mg}{k}}$

(4)　運動が $+x$ 向きのとき，動摩擦力は $-x$ 向きとなるから



$$F_2=\underline{-\mu mg-kx}$$

(5)　加速度を α' とすると，(3) と同様にして

$$m\alpha'=-\mu mg-kx=-k\left\{x-\left(-\frac{\mu mg}{k}\right)\right\}$$

よって，中心の位置 ${x_0}'$は　${x_0}'=\underline{-\dfrac{\mu mg}{k}}$

また，停止した位置 $x=-a+\dfrac{2\mu mg}{k}$ が振動の左端点となるから，振幅 A' は

$$A'=-\frac{\mu mg}{k}-\left(-a+\frac{2\mu mg}{k}\right)=\underline{a-\frac{3\mu mg}{k}}$$

(6)　右端点は

$${x_0}'+A'=-\frac{\mu mg}{k}+\left(a-\frac{3\mu mg}{k}\right)=a-\frac{4\mu mg}{k}$$

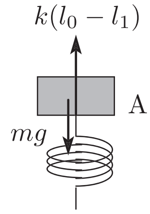
この位置が (1) で求めた $x=a_0$ より振動の中心寄り（左方）であればよいから

$$a-\frac{4\mu mg}{k}<a_0\qquad\therefore\quad\underline{a<\frac{(\mu_0+4\mu)mg}{k}}$$

【3】

《解答》

I (1) A にはたらく力のつり合いより



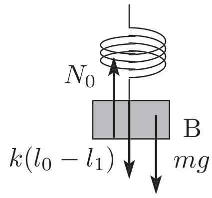
$$0 = k(l_0 - l_1) - mg$$

$$\therefore \quad l_1 = \underline{l_0 - \frac{mg}{k}}$$

(2) ばねの縮みは $l_0 - l_1$ なので

$$\frac{1}{2}k(l_0 - l_1)^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 = \underline{\frac{m^2g^2}{2k}}$$

(3) 求める垂直抗力を N_0 とすると，B にはたらく力のつり合いより



$$0 = N_0 - mg - k(l_0 - l_1) = N_0 - 2mg$$

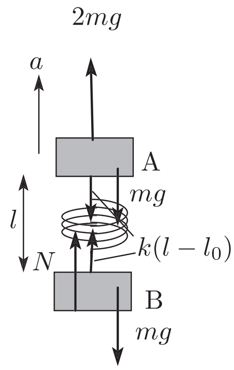
$$\therefore \quad N_0 = \underline{2mg}$$

II (4) A の鉛直方向の運動方程式は

$$ma = 2mg - mg - k(l - l_0)$$

$$\therefore \quad \underline{ma = mg - k(l - l_0)}$$

(5) B が受ける垂直抗力を N とすると，B にはたらく力のつり合いより



$$0 = N - mg + k(l - l_0)$$

$$\therefore \quad N = \underline{mg - k(l - l_0)}$$

III (6) (5) の結果より $l = l_2$ のとき $N = 0$ とおいて

$$mg - k(l_2 - l_0) = 0$$

$$\therefore \quad l_2 = \underline{l_0 + \frac{mg}{k}}$$

(7) (1)，(6) の結果と力が一定であることから

$$W = 2mg \times (l_2 - l_1) = \underline{\frac{4m^2g^2}{k}}$$

(8) 重力 mg による位置エネルギーの増加量 $\varDelta U_{\mathrm{A}}$ は

$$\varDelta U_{\mathrm{A}} = mg \times (l_2 - l_1) = \underline{\frac{2m^2g^2}{k}}$$

(9) (1)，(6) の結果から

$$\Delta U = \frac{1}{2}k(l_2 - l_0)^2 - \frac{1}{2}k(l_0 - l_1)^2 = \underline{0}$$

(10) A，B，ばねの全エネルギー変化は，A に加えた力による仕事に等しい．エネルギー保存則より

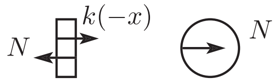
$$\underline{\frac{1}{2}mv_0^2 + \Delta U_{\mathrm{A}} + \Delta U = W}$$

＜参考＞ (10) で v_0 を聞かれた場合，運動方程式からの証明をとばしてエネルギー保存に関する式がすぐに頭に浮かび，かつ正確に書き下せるようにしておくのが理想的である．なお，迷ったら運動方程式に立ち返ればよい．

添削課題

《解答》

(1) ,(2)



$$M\ddot{x}_A = -kx - N \qquad \cdots\cdots \quad ①$$
$$m\ddot{x}_B = +N \qquad \cdots\cdots \quad ②$$

$\ddot{x}_A = \ddot{x}_B = \alpha$ のもと，①＋② より

$$\alpha = \underline{-\frac{k}{M+m}x} \quad \rightarrow ア \qquad \left(T' = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}\right)$$

① × m − ② × M より

$$0 = -mkx - (M+m)N$$
$$\therefore \quad N = \underline{-\frac{m}{M+m}kx} \quad \geqq 0 \quad \rightarrow イ \qquad \therefore \quad x = \underline{0}\text{で離れる} \quad \rightarrow (2)$$

(3) $x \leqq 0$ で

$$x_A(t) = -a\cos\sqrt{\frac{k}{M+m}}t \qquad \therefore \quad \dot{x}_A(t) = a\sqrt{\frac{k}{M+m}}\sin\sqrt{\frac{k}{M+m}}t$$
$$\therefore \quad \dot{x}_A\left(\frac{T'}{4}\right) = \underline{a\sqrt{\frac{k}{M+m}}} \quad \rightarrow ウ$$

$t > \dfrac{T'}{4}$ で

$$M\ddot{x}_A = -kx_A \qquad \therefore \quad T = \underline{2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}} \quad \rightarrow エ$$

(4)

$$\frac{T}{2}\cdot a\sqrt{\frac{k}{M+m}} = 2d \quad \text{（往復距離）} \qquad \therefore \quad d = \underline{\frac{\pi a}{2}\sqrt{\frac{M}{M+m}}}$$

(5) 離れて $\dfrac{T}{2}$ 以後，再び一体化して $\dfrac{T'}{2}$ 運動するので

$$\frac{T}{2} + \frac{T'}{2} = \underline{\pi\sqrt{\frac{M}{k}} + \pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}}$$

配点

(1) 各 10 点　(2) 20 点　(3) 各 10 点　(4) 20 点　(5) 20 点

2章－1　共鳴・うなり

問題

■演習

【1】

《解答》

(1)　弦 A の基本振動の波長を λ_A とすると　$\dfrac{\lambda_A}{2} \times 1 = l$　　$\therefore\quad \lambda_A = \underline{2l}$

弦にはたらく張力の大きさを S とすると，$S = m_A g$ であるから，弦を伝わる波の速さを v_A とすると

$$v_A = \sqrt{\frac{S}{\rho}} = \underline{\sqrt{\frac{m_A g}{\rho}}}$$

よって，弦 A の基本振動の振動数を f_A とすると　$f_A = \dfrac{v_A}{\lambda_A} = \underline{\dfrac{1}{2l}\sqrt{\dfrac{m_A g}{\rho}}}$

(2)　このときの弦 B の PQ 間の距離を l' とすると

$$\frac{1}{2l'}\sqrt{\frac{m_B g}{\rho}} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{m_A g}{\rho}} \qquad \therefore\quad l' = \underline{\sqrt{\frac{m_B}{m_A}} \cdot l}$$

(3)　直径を n 倍にすると断面積は n^2 倍になり，線密度は n^2 倍になるから

$$\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{m_B g}{n^2\rho}} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{m_B g}{\rho}} \times \frac{1}{2} \qquad \therefore\quad n = 2 \quad \text{よって} \quad \underline{2\text{ 倍}}$$

(4)　弦 B の基本振動の振動数を f_B とすると，1 秒あたりのうなりの回数は $N = f_B - f_A$ である．$f_B = \dfrac{1}{2l}\sqrt{\dfrac{m_B g}{\rho}} = \sqrt{\dfrac{m_B}{m_A}} f_A$ なので

$$N = \sqrt{\frac{m_B}{m_A}} f_A - f_A \qquad \therefore\quad m_B = \underline{m_A\left(\frac{N}{f_A} + 1\right)^2}$$

【2】

《解答》

〔A〕

(1)　波の周期を T [s] とすると　$f=\dfrac{1}{T}=\dfrac{1}{8.00\times10^{-3}}=\underline{1.25\times10^{2}}$

(2)　波の速さを v [m/s]，波長を λ [m] とすると　$\lambda=\dfrac{v}{f}=Tv=8.00\times10^{-3}\times340$ より

$l=\dfrac{5}{4}\lambda=\dfrac{5\times8.00\times10^{-3}\times340}{4}=\underline{3.4}$

(3)　密になっている位置では左側が $+x$ 向きに，右側が $-x$ 向きに変位しているから，横波表示では左側が $+y$ 向きに，右側が $-y$ 向きに変位している．よって，$\underline{\dfrac{l}{5},\ l}$

〔B〕

(4)　波の波長を λ' [m] とすると　$l_0=\dfrac{\lambda'}{4}+\dfrac{\lambda'}{2}(n-1)$ より　$\lambda'=\underline{\dfrac{4}{2n-1}l_0}$

(5)　$\dfrac{\lambda'}{2}=\dfrac{2}{5}l_0$ より　$\lambda'=\underline{\dfrac{4}{5}l_0}$

〔C〕

5 倍振動から 3 倍振動に変化するから　$\dfrac{f_1}{f_0}=\underline{\dfrac{3}{5}}$

2章－2　力学2

問題

■演習

【1】

《解答》

(1) (ア) エネルギー保存より

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgR(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}m{v_0}^2$$
$$\therefore\quad v = \sqrt{{v_0}^2 - 2gR(1-\cos\theta)}\quad (\to \underline{4})$$

(イ) 運動方程式の向心成分より

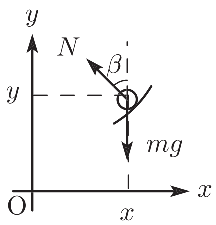
$$m\frac{v^2}{R} = N - mg\cos\theta \qquad \therefore\quad N = m\frac{{v_0}^2}{R} + mg(3\cos\theta - 2)\quad (\to \underline{3})$$

(ウ)～(ク) 運動方程式の接線成分より，微小単振動の周期 T は

$$mR\ddot{\theta} = -mg\sin\theta \fallingdotseq -mg\theta \qquad \therefore\quad \ddot{\theta} = -\frac{g}{R}\theta$$
$$\therefore\quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} \qquad \therefore\quad t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\frac{R^{\frac{1}{2}}}{g^{\frac{1}{2}}}$$

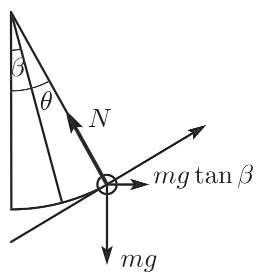
(ウ→$\underline{4}$，エ→$\underline{6}$，オ→$\underline{0}$，カ→$\underline{1}$，キ→$\underline{2}$，ク→$\underline{1}$)

(2) (ケ) 右図で



$$m\ddot{x} = -N\sin\beta$$
$$m\cdot 0 = N\cos\beta - mg$$
$$\therefore\quad \ddot{x} = -g\tan\beta \qquad \therefore\quad |\ddot{x}| = g\tan\beta\quad (\to \underline{4})$$

(コ)～(シ) 台車から見ての運動なので，慣性力 $mg\tan\beta$ を考えて



$$\begin{aligned} mR\ddot{\theta} &= mg\tan\beta\cdot\cos\theta - mg\sin\theta \\ &= -\frac{mg}{\cos\beta}\sin(\theta-\beta) \\ &\fallingdotseq -\frac{mg}{\cos\beta}(\theta-\beta) \end{aligned}$$
$$\iff\quad \theta = \beta を中心とする単振動\quad (コ \to \underline{7})$$

周期 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R\cos\beta}{g}}$ ゆえ求める時間 $= \dfrac{T}{4} = \dfrac{\pi}{2}\times\sqrt{\dfrac{R\cos\beta}{g}}$

(サ→$\underline{6}$，シ→$\underline{4}$)

【2】

《解答》

(1) 万有引力の法則より，f は $M = 4\pi\rho R^3/3$ を代入して

$$f = -G\frac{mM}{x^2} = \underline{-G\frac{4\pi\rho mR^3}{3x^2}}$$

万有引力による位置エネルギー U は，無限遠を基準にして

$$U = -G\frac{mM}{x} = \underline{-G\frac{4\pi\rho mR^3}{3x}}$$

(2) エネルギー保存より

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 + \left(-G\frac{mM}{R}\right) = \frac{1}{2}m\cdot 0^2 + \left(-G\frac{mM}{3R}\right)$$

$$\therefore \quad v_0 = \sqrt{\frac{4}{3}\cdot\frac{GM}{R}}$$

$M = 4\pi\rho R^3/3$ を代入して

$$v_0 = \underline{\frac{4}{3}R\sqrt{\pi\rho G}}$$

(3)

$$M' = \underline{\frac{4}{3}\pi\rho|x|^3}$$

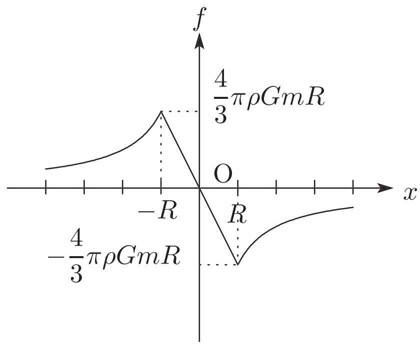
これより f は，$0 \leqq x < R$ で

$$f = -G\frac{mM'}{|x|^2} = -\frac{4}{3}\pi\rho Gm|x| = \underline{-\frac{4}{3}\pi\rho Gmx}$$

$-R < x < 0$ のとき

$$f = +G\frac{mM'}{|x|^2} = \frac{4}{3}\pi\rho Gm|x| = \underline{-\frac{4}{3}\pi\rho Gmx}$$

(4) (1)，(3) を考慮すると <u>図のようになる</u>.



(5) $\underline{\text{(3) より，} -R \leqq x \leqq R \text{ で距離に比例する復元力が作用するから．}}$

(6) 運動方程式より

$$
\begin{aligned}
m\ddot{x} &= -\frac{4}{3}\pi\rho G m x \\
\therefore \quad \omega &= \sqrt{\frac{4}{3}\pi\rho G} \\
\therefore \quad t_1 &= \frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega} = \underline{\frac{1}{4}\sqrt{\frac{3\pi}{\rho G}}} \\
\therefore \quad v_1 &= R\omega = \underline{2R\sqrt{\frac{1}{3}\pi\rho G}}
\end{aligned}
$$

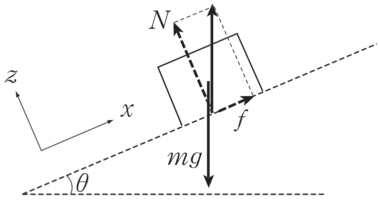
(7) (2) から，A が $x = R$ に達したときの速さが v_0 となればよいことが分かる．エネルギー保存より，復元力 $-\dfrac{4}{3}\pi\rho G m x$ による位置エネルギー $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{4}{3}\pi\rho G m\right)x^2$ を用いて

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}m{v_2}^2 + 0 &= \frac{1}{2}m{v_0}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi\rho G m\right)R^2 \\
\therefore \quad v_2 &= \underline{\frac{2}{3}R\sqrt{7\pi\rho G}}
\end{aligned}
$$

【3】

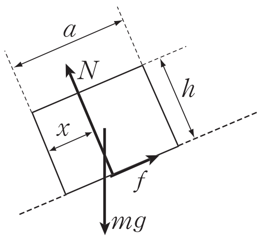
《解答》

(1)　レンガが受ける力のつり合いより



$$m\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-mg\sin\theta\\-mg\cos\theta\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}f\\N\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}0=-mg\sin\theta+f & \therefore\quad f=\underline{mg\sin\theta}\\0=-mg\cos\theta+N & \therefore\quad N=\underline{mg\cos\theta}\end{cases}$$



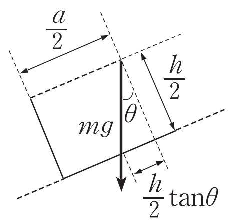
(2)　レンガは静止しているので　　$M_y=\underline{0}$

＜参考＞　垂直抗力の作用点について考える．反時計回りを正とすると，y 軸まわりのモーメントは，図のように x をとると

垂直抗力のモーメント　$N\times x=mg\cos\theta\times x$

摩擦力のモーメント　　$f\times 0$

重力のモーメント (成分に分けて計算)



$$mg\sin\theta\times\frac{h}{2}+(-mg\cos\theta)\times\frac{a}{2}$$

レンガが回転しないことから

$$M_y=mg\cos\theta\times x+0+mg\sin\theta\times\frac{h}{2}+(-mg\cos\theta)\times\frac{a}{2}=0$$

$$\therefore\quad x=\frac{a}{2}-\frac{h}{2}\tan\theta$$

図より $x=\dfrac{a}{2}-\dfrac{h}{2}\tan\theta$ は重力の作用線と斜面の交点であるから，垂直抗力の作用点は重力の作用線と斜面の交点であることがわかる（ただし，物体に働く力が重力と抗力のみの場合に限る）．

(3)　(1) において，$\theta=\theta_0$ となるとき $f=\mu N$ となるから

$$mg\sin\theta_0=\mu mg\cos\theta_0\qquad\therefore\quad\mu=\underline{\tan\theta_0}$$

(4)　レンガが倒れるのはモーメントのつり合いがとれなくなるときなので，(2) の＜参考＞において a を b に置き換えて考える．$\theta=\theta_1$ となるときに $x=0$ となるから

$$x=\frac{b}{2}-\frac{h}{2}\tan\theta_1=0\qquad\therefore\quad\tan\theta_1=\underline{\frac{b}{h}}$$

(5)　(3) において，（摩擦がより大きい板に置くなどして）レンガがすべり出さないときに，レンガが倒れる傾斜角を $\theta_1{}'$ とすれば，(4) より $\tan\theta_1{}' = \dfrac{a}{h}$ である.

$\theta_0 < \theta_1{}'$ であるから $\tan\theta_0 < \tan\theta_1{}'$　　$\therefore$　$\tan\theta_0 < \dfrac{a}{h}$　$\cdots\cdots$ ①

(4) においても，レンガが倒れないとき，すべり出す角度は θ_0 であるから

$\theta_1 < \theta_0$ より　$\tan\theta_1 < \tan\theta_0$　　$\therefore$　$\dfrac{b}{h} < \tan\theta_0$　$\cdots\cdots$ ②

①と②より　$\dfrac{b}{\tan\theta_0} < h < \dfrac{a}{\tan\theta_0}$　　$\therefore$　$\underline{\dfrac{b}{\mu} < h < \dfrac{a}{\mu}}$

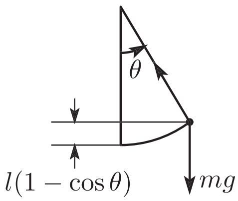
添削課題

《解答》

(1) ア $\underline{mgl(1-\cos\theta)}$

イ $\underline{\dfrac{1}{2}mv^2 + mgl(1-\cos\theta) = \dfrac{1}{2}m{v_0}^2 + 0}$

ウ



$$\text{遠心力}:\ f = m\frac{v^2}{l} = \underline{m\frac{{v_0}^2}{l} + 2mg(\cos\theta - 1)}$$

$$\text{重力}:\underline{mg\cos\theta}$$

エ

$$m\frac{v^2}{l} = T - mg\cos\theta$$

$$\therefore\quad T = m\frac{v^2}{l} + mg\cos\theta$$

$$= \underline{m\frac{{v_0}^2}{l} + (3\cos\theta - 2)mg}$$

(2) $\theta = \alpha$ で $T = 0$ として

$$0 = m\frac{{v_0}^2}{l} + (3\cos\alpha - 2)mg$$

$$\therefore\quad v_0 = \underline{\sqrt{(2 - 3\cos\alpha)gl}}$$

(3) $\theta = \pi$ で $T \geqq 0$ となる v_0 の範囲を求めて

$$m\frac{{v_0}^2}{l} - 5mg \geqq 0 \qquad \therefore\quad v_0 \geqq \underline{\sqrt{5gl}}$$

配点

(1) ア～エ　各 15 点 (ウは遠心力 8 点，重力 7 点)　　(2)，(3)　各 20 点

3章－1　ドップラー効果

問題

■演習

【1】

《解答》

(1) 前方では，単位時間に伝わる距離 $V-u$ の中に f_0 個の波があるから

$$\lambda_1 = \underline{\frac{V-u}{f_0}}$$

後方では，単位時間に伝わる距離 $V+u$ の中に f_0 個の波があるから

$$\lambda_2 = \underline{\frac{V+u}{f_0}}$$

(2)

$$f_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \underline{\frac{V}{V-u}f_0}, \qquad f_2 = \frac{V}{\lambda_2} = \underline{\frac{V}{V+u}f_0}$$

(3) (2) より　$u = \dfrac{f_1 - f_0}{f_1}V = \dfrac{f_0 - f_2}{f_2}V$　　$\therefore$　$f_0 = \underline{\dfrac{2f_1f_2}{f_1+f_2}}$

(4) (2) より　$f_0 = \dfrac{V-u}{V}f_1 = \dfrac{V+u}{V}f_2$　　$\therefore$　$u = \underline{\dfrac{f_1-f_2}{f_1+f_2}V}$

(5) S からの直接音の振動数を ${f_1}'$，壁からの反射音の振動数を ${f_2}'$ とすると

$${f_1}' = \frac{V}{V+u}f_0, \qquad {f_2}' = \frac{V}{V-u}f_0$$

$$\therefore \quad n = {f_2}' - {f_1}' = \left(\frac{V}{V-u} - \frac{V}{V+u}\right)f_0 = \underline{\frac{2uV}{V^2-u^2}f_0}$$

(6) 壁が受ける音の振動数を ${f_3}'$ とすると

$${f_3}' = \frac{V-v}{V-u}f_0$$

壁はこの音を v で動きながら反射するから，壁からの反射音の振動数 ${f_4}'$ は

$${f_4}' = \frac{V}{V+v}{f_3}' = \frac{V}{V+v}\cdot\frac{V-v}{V-u}f_0$$

ここで，${f_1}' = {f_4}'$ となればよいから

$$\frac{V}{V+u}f_0 = \frac{V}{V+v}\cdot\frac{V-v}{V-u}f_0 \qquad \therefore \quad v = u \qquad \text{よって，} \quad \underline{1\,\text{倍}}$$

【2】

《解答》

(1) (a)

$$\overline{\mathrm{YY'}} = \underline{\frac{v_0}{f_0}}$$

(b) 最初の波面が時刻 t_1 に到達し，その後時刻 t_2 に次の波面が到達するとして，求める時間は，音波の周期を $T = \dfrac{1}{f_0}$ として，

$$t_2 - t_1 = \left(T + \frac{\overline{\mathrm{Y'X_0}}}{c}\right) - \frac{\overline{\mathrm{YX_0}}}{c}$$
$$= T - \frac{\overline{\mathrm{YX_0}} - \overline{\mathrm{Y'X_0}}}{c} = \underline{\frac{1}{f_0} - \frac{d}{c}}$$

(c) $d = \overline{\mathrm{YY'}}\cos\theta$ ゆえ，

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{f_0} - \frac{\overline{\mathrm{YY'}}\cos\theta}{c} = \frac{1}{f_0}\left(1 - \frac{v_0\cos\theta}{c}\right)$$

よって，警笛音の周期 f_1 は，

$$f_1 = \frac{1}{t_2 - t_1} = \underline{\frac{c}{c - v_0\cos\theta}f_0}$$

(2) (a) $\underline{v_0\cos\theta}$

(b) 単位時間当たりに距離 $c + v_0\cos\theta$ にある波を捕らえるから，波長を $\lambda = c/f_0$ として

$$f_2 = \frac{c + v_0\cos\theta}{\lambda} = \underline{\frac{c + v_0\cos\theta}{c}f_0}$$

(3) (a) B が動きながら A に向かって送り出す音波の波長は，

$$\lambda_1 = c(t_2 - t_1)$$

この波長を音源に向かって $v_0\cos\theta$ で走って観測するから，

$$f_3 = \frac{c + v_0\cos\theta}{\lambda_1} = \underline{\frac{c + v_0\cos\theta}{c - v_0\cos\theta}f_0}$$

(b) 電車がすれ違うとき，AB 間の距離の変化が 0 となるので，うなりの振動数は 0．十分遠方のとき，近づくときの方が遠ざかるときよりうなりの振動数は大きい．以上よりグラフは (vi).

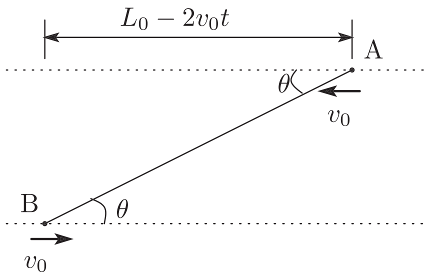
また下図の幾何学的関係より，

$$\cos\theta = \frac{L_0 - 2v_0 t}{\sqrt{(L_0 - 2v_0 t)^2 + l^2}}$$

であることから

$$f' = \left|\frac{c + v_0\cos\theta}{c - v_0\cos\theta} f_0 - f_0\right| = \frac{2v_0|\cos\theta|}{c - v_0\cos\theta} f_0$$

$$= \underline{\frac{2v_0|L_0 - 2v_0 t|}{c\sqrt{(L_0 - 2v_0 t)^2 + l^2} - v_0(L_0 - 2v_0 t)} f_0}$$



3章－2　熱力学

問題

■演習

【1】

《解答》

(1)　1 回の衝突で速度が v_x から $(-v_x)+\Delta v$ と変化したとして，はね返り係数の式から，

$$1=-\frac{(-v_x)+\Delta v-(-u)}{v_x-(-u)} \qquad \therefore \quad \Delta v=-2u$$

よって「速さ」は $\underline{2u}$ 増加した．

(2)　時間 t 間の移動距離 $v_x t$ を衝突 1 回ごとの移動距離 $2L$ で割って，衝突回数 f は，

$$f=\underline{\frac{v_x t}{2L}}$$

よって v_x' は，

$$v_x'=v_x+|\Delta v|\times f=\underline{\left(1+\frac{ut}{L}\right)v_x}$$

以上より，

$$\begin{aligned}\Delta {v_x}^2={v_x'}^2-{v_x}^2&=\left\{\left(1+\frac{ut}{L}\right)^2-1\right\}{v_x}^2\\&\fallingdotseq\left(1+2\frac{ut}{L}-1\right){v_x}^2=\underline{\frac{2ut}{L}{v_x}^2}\end{aligned}$$

(3)　(2) および $\overline{{v_x}^2}=\frac{1}{3}\overline{v^2}$ より，

$$\overline{v'^2}=\overline{v^2}+\overline{\Delta {v_x}^2}=\underline{\left(1+\frac{2ut}{3L}\right)\overline{v^2}}$$

(4)　容器の断面積を S として，

$$\frac{V}{V'}=\frac{SL}{S(L-ut)}=\left(1-\frac{ut}{L}\right)^{-1}\fallingdotseq\underline{1+\frac{ut}{L}}$$

(5)

$$\frac{E}{E'}=\frac{\overline{v^2}}{\overline{v'^2}}=\left(1+\frac{2ut}{3L}\right)^{-1}$$

また (4) より，

$$\left(\frac{V}{V'}\right)^{\frac{2}{3}}=\left(1-\frac{ut}{L}\right)^{-\frac{2}{3}}\fallingdotseq 1+\frac{2ut}{3L}$$

以上 2 式より，

$$\left(\frac{E}{E'}\right)\left(\frac{V}{V'}\right)^{\frac{2}{3}}=1 \qquad \therefore \quad E'V'^{\frac{2}{3}}=EV^{\frac{2}{3}}$$

(6) E，E' はそれぞれ分子の平均運動エネルギーと分子数の積であり，平均運動エネルギーは温度 T，T' に比例するから，(5) は，

$$T'V'^{\frac{2}{3}} = TV^{\frac{2}{3}}$$

これと状態方程式 $pV = nRT$，$p'V' = nRT'$ から温度を消去し，

$$\frac{pV}{nR}V^{\frac{2}{3}} = \frac{p'V'}{nR}V'^{\frac{2}{3}} \qquad \therefore \quad pV^{\frac{5}{3}} = p'V'^{\frac{5}{3}}$$

【2】

《解答》

(1) 温度 $T\,[\mathrm{K}]$ の空気の密度を $\rho\left[\mathrm{kg/m^3}\right]$ とすると，密度を用いたボイル・シャルルの法則より

$$\frac{1}{\rho_0\times 273}=\frac{1}{\rho T}\qquad\therefore\quad \rho=\underline{\frac{273}{T}\rho_0}$$

＜参考＞　気体の状態方程式 $pV=nRT$ より

$$pV=\frac{m}{M}RT\qquad(m\text{：質量，}M\text{：1mol 当たりの質量})$$

$$p=\frac{m}{V}\frac{R}{M}T=\rho\frac{R}{M}T\qquad\therefore\quad\frac{R}{M}=\frac{p}{\rho T}=\text{一定}$$

密度を用いたボイル・シャルルの法則　$\boxed{\dfrac{p}{\rho T}=\text{一定}}$

(2) 温度 $T\,[\mathrm{K}]$，体積 $V\left[\mathrm{m^3}\right]$ の空気の質量を $m\,[\mathrm{kg}]$ とすると

$$m=\rho V=\underline{\frac{273}{T}\rho_0 V}$$

(3) 熱気球を浮上させる力，つまり熱気球に働く力は重力と浮力の合力であるから

熱気球に働く重力＝熱気球内の温度 T_2，つまり密度 $\dfrac{273}{T_2}\rho_0$ の空気に働く重力

$$=\frac{273}{T_2}\rho_0 Vg$$

熱気球に働く浮力＝気球の体積と同体積の温度 T_1 の外気に働く重力

＝体積 V，密度 $\dfrac{273}{T_1}\rho_0$ の空気に働く重力

$$=\frac{273}{T_1}\rho_0 Vg$$

よって，問われているのは熱気球を浮上させる力であるから鉛直上向きを正として

$$\frac{273}{T_1}\rho_0 Vg+\left(-\frac{273}{T_2}\rho_0 Vg\right)=\underline{273\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)\rho_0 Vg\,[\mathrm{N}]}$$

(4)

$$\rho_0=\frac{m}{V}=\frac{28.6\,[\mathrm{g}]}{22.4\times 10^{-3}\,[\mathrm{m^3}]}=\frac{28.6\times 10^{-3}\,[\mathrm{kg}]}{22.4\times 10^{-3}\,[\mathrm{m^3}]}\fallingdotseq\underline{1.3}\left[\mathrm{kg/m^3}\right]$$

(5) 内部の空気を除いたこの熱気球の全質量を M [kg]，上昇加速度を a $\left[\mathrm{m/s^2}\right]$，気球の内側の空気の密度を $\rho_2 (= 273\rho_0/T_2)$ とすると，気球の運動方程式は

$$(M + \rho_2 V)a = 273\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\rho_0 V g - Mg$$

よって，気球が浮上する条件は $a \geqq 0$（等号の場合は上向きの初速を与えれば等速で上昇）

$$a = \frac{273 T_2 \rho_0 V g}{T_1 T_2 M + 273 T_1 \rho_0 V} - g \geqq 0$$

$$V \geqq \frac{T_1 T_2 M}{273\rho_0 (T_2 - T_1)} = \frac{300 \times 400 \times 100}{273 \times 1.3 \times (400 - 300)} \fallingdotseq \underline{3.4 \times 10^2}$$

【3】

《解答》

(1) 定積変化だから,

$$W_{\rm AB} = \underline{0}$$

(2)

$$\Delta U_{\rm AB} = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}P_0V_0 - P_0V_0\right) = \frac{3}{4}P_0V_0$$

熱力学第一法則より,

$$\Delta U_{\rm AB} = -W_{\rm AB} + Q_{\rm AB}$$

$$\therefore \quad Q_{\rm AB} = \Delta U_{\rm AB} + W_{\rm AB} = \frac{3}{4}P_0V_0 = \underline{\frac{3}{4}RT_0}$$

(3) グラフの面積を求めて,

$$W_{\rm BC} = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}P_0 + P_0\right) \times \left(\frac{3}{2}V_0 - V_0\right) = \frac{5}{8}P_0V_0 = \underline{\frac{5}{8}RT_0}$$

温度変化 0 より $\Delta U_{\rm BC} = 0$. 熱力学第一法則より,

$$\Delta U_{\rm BC} = -W_{\rm BC} + Q_{\rm BC}$$

$$\therefore \quad Q_{\rm BC} = \Delta U_{\rm BC} + W_{\rm BC} = \underline{\frac{5}{8}RT_0}$$

(4) 定圧圧縮より, $W_{\rm CA}$ は符号に注意して,

$$W_{\rm CA} = P_0 \times \frac{1}{2}V_0 = \frac{1}{2}P_0V_0 = \underline{\frac{1}{2}RT_0}$$

内部エネルギー変化は,

$$\Delta U_{\rm CA} = \frac{3}{2}\left(P_0V_0 - P_0\frac{3}{2}V_0\right) = -\frac{3}{4}P_0V_0 = -\frac{3}{4}RT_0$$

熱力学第一法則より,

$$\Delta U_{\rm CA} = +W_{\rm CA} + (-Q_{\rm CA})$$

$$\therefore \quad Q_{\rm CA} = \underline{\frac{5}{4}RT_0}$$

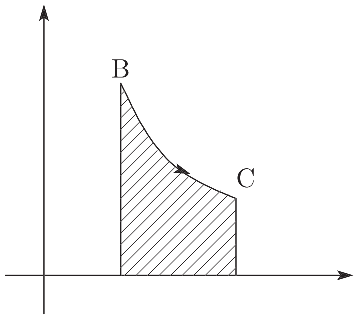
(5) 気体に与えた熱量と正味の仕事はそれぞれ,

$$Q_{\rm AB} + Q_{\rm BC} = \frac{11}{8}RT_0, \qquad W_{\rm BC} - W_{\rm CA} = \frac{1}{8}RT_0$$

よって熱効率は,

$$e_{\rm I} = \frac{W_{\rm BC} - W_{\rm CA}}{Q_{\rm AB} + Q_{\rm BC}} = \underline{\frac{1}{11}}$$

(6) 等温変化の場合の気体のする仕事は右図の斜線部分ゆえ，仕事は直線変化に比べて小さくなる．ここでの吸熱量を ${Q_{\mathrm{BC}}}'$ とすると，



$$0 = -(W_{\mathrm{II}} + W_{\mathrm{CA}}) + {Q_{\mathrm{BC}}}' \qquad \therefore \quad {Q_{\mathrm{BC}}}' = W_{\mathrm{II}} + W_{\mathrm{CA}}$$

直線変化においては，

$$0 = -(W_{\mathrm{I}} + W_{\mathrm{CA}}) + Q_{\mathrm{BC}}$$
$$\therefore \quad Q_{\mathrm{BC}} = W_{\mathrm{I}} + W_{\mathrm{CA}}$$
$$\therefore \quad {Q_{\mathrm{BC}}}' = Q_{\mathrm{BC}} + W_{\mathrm{II}} - W_{\mathrm{I}}$$

よって熱効率は，

$$\begin{aligned} e_{\mathrm{II}} &= \frac{W_{\mathrm{II}}}{Q_{\mathrm{AB}} + {Q_{\mathrm{BC}}}'} \\ &= \underline{\frac{W_{\mathrm{II}}}{Q_{\mathrm{AB}} + Q_{\mathrm{BC}} + W_{\mathrm{II}} - W_{\mathrm{I}}}} \end{aligned}$$

(7)

$$e_{\mathrm{I}} = \frac{W_{\mathrm{I}}}{Q_{\mathrm{AB}} + Q_{\mathrm{BC}}}$$

より，

$$e_{\mathrm{I}} - e_{\mathrm{II}} = \frac{(W_{\mathrm{I}} - W_{\mathrm{II}})(Q_{\mathrm{AB}} + Q_{\mathrm{BC}} - W_{\mathrm{I}})}{(Q_{\mathrm{AB}} + Q_{\mathrm{BC}})(Q_{\mathrm{AB}} + Q_{\mathrm{BC}} + W_{\mathrm{II}} - W_{\mathrm{I}})}$$

ここで

$$W_{\mathrm{I}} > W_{\mathrm{II}}, \qquad Q_{\mathrm{AB}} + Q_{\mathrm{BC}} - W_{\mathrm{I}} > 0$$

より

$$e_{\mathrm{I}} > e_{\mathrm{II}}$$

よって，①.

添削課題

《解答》

$T_{\mathrm{A}} = \dfrac{p_0V_0}{R}$，$T_{\mathrm{B}} = T_{\mathrm{C}} = \underline{\dfrac{3p_0V_0}{R}}_{1}$ のもと

A → B

$$\frac{3}{2}(3p_0V_0 - p_0V_0) = 0 + Q_{\mathrm{AB}}$$

$$\therefore \quad \Delta U = \underline{3p_0V_0}_{2}, \qquad W_{\mathrm{AB}} = \underline{0}_{3}, \qquad Q_{\mathrm{AB}} = +\underline{3p_0V_0}_{4}$$

B → C

$$\frac{3}{2}(3p_0V_0 - 3p_0V_0) = -(W_{\mathrm{BC}}) + Q_{\mathrm{BC}}$$

$$\therefore \quad W_{\mathrm{BC}} = -(p_0 + 3p_0)\cdot 2V_0 \cdot \frac{1}{2} = \underline{-4p_0V_0}_{5}$$

$$Q_{\mathrm{BC}} = +\underline{4p_0V_0}_{6}$$

C → A

$$\frac{3}{2}(p_0V_0 - 3p_0V_0) = +(W_{\mathrm{CA}}) + Q_{\mathrm{CA}}$$

$$\therefore \quad W_{\mathrm{CA}} = +2p_0V_0 \qquad \Delta U_{\mathrm{CA}} = \underline{-3p_0V_0}_{7}$$

$$\therefore \quad Q_{\mathrm{CA}} = \underline{-5p_0V_0}_{8}$$

よって A → A で，$\Delta U_{\mathrm{A\to A}} = \underline{0}_{9}$，$W_{\mathrm{A\to A}} = + \ = \underline{2p_0V_0}_{10}$, A で $T_{\min} = \underline{\dfrac{p_0V_0}{R}}_{11}$

B→C 間で,

$$p = -\frac{p_0}{V_0}(V - V_0) + 3p_0$$

$$\therefore \quad T = \frac{pV}{R} = -\frac{p_0}{RV_0}\left[(V - 2V_0)^2 - 4{V_0}^2\right]$$

よって,

$$V = 2V_0, \quad p = 2p_0 \text{で} \quad T_{\max} = \underline{\frac{4p_0V_0}{R}}_{12}$$

配点

1　4 点　　2〜8　各 8 点　　9，10　各 5 点　　11，12　各 15 点

4章－1　光波

問題

■演習

【1】

《解答》

(イ)

$$\underline{n_{01}\sin i = n_{02}\sin r}$$

(ロ) 真空中の光速を c とすると，$v_1 = c/n_{01}$，$v_2 = c/n_{02}$ だから，$n_{01} > n_{02}$ のとき，

$$\underline{v_1 < v_2}$$

(ハ) 図より，

$$\frac{\overline{\mathrm{AO}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \sin r$$

また，図と屈折の法則 $n_1 \sin i = \sin r$ より，

$$\frac{\overline{\mathrm{AO}}}{\overline{\mathrm{AP}}} = \sin i = \frac{1}{n_1}\sin r \qquad \therefore \quad n_1\frac{\overline{\mathrm{AO}}}{\overline{\mathrm{AP}}} = \sin r$$

以上より，

$$(\sin r) = \frac{\overline{\mathrm{AO}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{n_1\overline{\mathrm{AO}}}{\overline{\mathrm{AP}}} \qquad \therefore \quad (\text{ハ}) = \underline{n_1\overline{\mathrm{AO}}}$$

(ニ) (ハ) を含む式より，

$$\overline{\mathrm{AB}} = \frac{1}{n_1}\overline{\mathrm{AP}}$$

ここで，$\overline{\mathrm{AB}} \fallingdotseq \overline{\mathrm{OB}}$，$\overline{\mathrm{AP}} \fallingdotseq T_1$ として，

$$\overline{\mathrm{OB}} = \underline{\frac{1}{n_1}T_1}$$

(ホ) 厚さ $T_2 + t_1$ のガラスの屈折率は n_2 ゆえ，

$$t_2 = \frac{1}{n_2}(T_2 + t_1) \qquad \therefore \quad (\text{ホ}) = \underline{n_2}$$

(ヘ) t_1 は (ニ) において，空気をガラス板IIにかえたときの $\overline{\mathrm{OB}}$ だから，

$$t_1 = \frac{n_2}{n_1}T_1$$

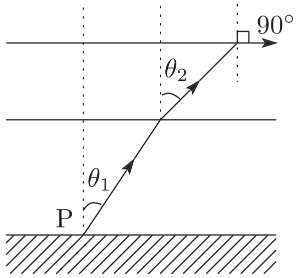
これを (ホ) を含む式に代入して，

$$t_2 = \frac{1}{n_2}\left(T_2 + \frac{n_2}{n_1}T_1\right) = \underline{\frac{T_1}{n_1} + \frac{T_2}{n_2}}$$

(ト) 屈折の法則，

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 = 1 \cdot \sin 90^\circ$$

を満たす θ_1，θ_2 を用いて，



$$\begin{aligned} R &= T_1 \tan\theta_1 + T_2 \tan\theta_2 \\ &= T_1 \frac{\sin\theta_1}{\sqrt{1-\sin^2\theta_1}} + T_2 \frac{\sin\theta_2}{\sqrt{1-\sin^2\theta_2}} \\ &= T_1 \frac{1/n_1}{\sqrt{1-1/{n_1}^2}} + T_2 \frac{1/n_2}{\sqrt{1-1/{n_2}^2}} \\ &= \underline{\frac{T_1}{\sqrt{{n_1}^2-1}} + \frac{T_2}{\sqrt{{n_2}^2-1}}} \end{aligned}$$

【2】

《解答》

(ア) レンズ L_1 の焦点距離と物体の位置の関係式より，

$$\frac{1}{|z|}+\frac{1}{a}=\frac{1}{f_1}(z<0) \qquad \therefore \quad z=-\frac{af_1}{a-f_1} \qquad (\Rightarrow \underline{4})$$

(イ) レンズ L_2 について，

$$\frac{1}{c-a}+\frac{1}{z-c}=\frac{1}{f_2}$$

$$\therefore \quad z=\frac{ac+af_2-c^2}{a-c+f_2} \qquad (\Rightarrow \underline{2})$$

(ウ) レンズ L_1，L_2 の倍率 m_1，m_2 の積を計算して，

$$m=m_1m_2=\frac{a}{b}\frac{|z-c|}{c-a}=\frac{af_2}{b(a-c+f_2)} \qquad (\Rightarrow \underline{1})$$

(補足) 計算の際，

$$z-c=-\frac{(c-a)f_2}{a-c+f_2}$$

を用いた.

4章－2　電場

問題

■演習

【1】

《解答》

(1) ,(2) 個々の電荷が作る電位を重ね合わせて，

$$V = k\frac{q}{|x+L|} + k\frac{q}{|x-L|} = kq\left(\frac{1}{|x+L|} + \frac{1}{|x-L|}\right)$$

これを表す式は ④．またグラフは ①．

(3) ,(4) $L < x$ から L に近づくと値は正に増大，$x < -L$ から $-L$ に近づくと負でその絶対値が増大，$-L$ から L の値は原点対称で $-L$ から増すと正，0，負と推移するので，グラフは ⑦．また，$-L < x < L$ では，

$$E = k\frac{q}{(x+L)^2} - k\frac{q}{(x-L)^2} = \frac{-4kqLx}{(L^2-x^2)^2}$$

答えは ⓑ．

(5) 位置 $x(-L < x < L)$ での速度を v とおくと，エネルギー保存より，

$$\frac{1}{2}mv^2 + kq^2\left(\frac{1}{x+L} + \frac{1}{L-x}\right) = 0 + kq^2\left(\frac{1}{-a+L} + \frac{1}{L+a}\right)$$

$x = 0$ での速さ ($+x$ 向き) を v_0 とすると，

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 + kq^2\frac{2}{L} = kq^2\left(\frac{1}{L-a} + \frac{1}{L+a}\right)$$

$$\therefore \quad v_0 = 2aq\sqrt{\frac{k}{mL(L^2-a^2)}}$$

答えは ④．

(6) $|x| \ll L$ ゆえ，

$$E \fallingdotseq -\frac{4kq}{L^3}x \qquad \therefore \quad F = qE = -\frac{4kq^2}{L^3}x$$

答えは ③．

(7) 運動方程式より，

$$m\ddot{x} = -\frac{4kq^2}{L^3}x \qquad \therefore \quad \ddot{x} = -\frac{4kq^2}{mL^3}x = -\omega^2 x$$

$$\therefore \quad \omega = 2q\sqrt{\frac{k}{mL^3}}$$

答えは ⑨．

【2】

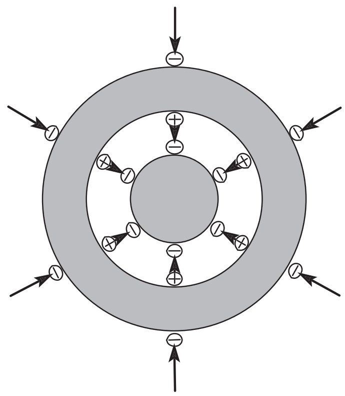
《解答》

(1)　(a) ス　(b) セ　(c) シ　(d) ケ　(e) ネ

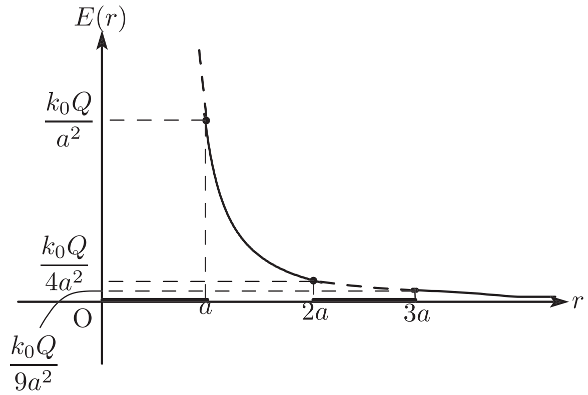
(f) キ　(g) ナ　(h) イ　(i) イ　(j) オ

(k) ヒ　(l) ノ　(m) ツ　(n) ホ

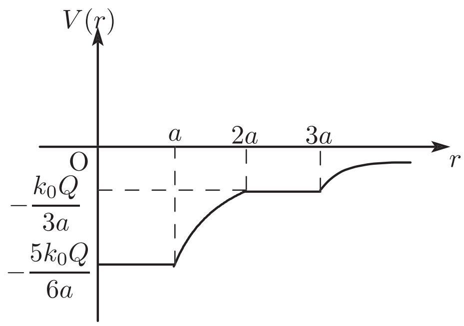
(2)　(a)



(b)



(c)



【3】

《解答》

(1) 極板間の電位差を V とすると　$E=\dfrac{V}{d}$

ここで，コンデンサーの電気容量を C とすると $C=k\dfrac{S}{d}$ であるから

$Q=CV$　より　$V=\dfrac{Q}{C}=\dfrac{dQ}{kS}$　よって　$E=\underline{\dfrac{Q}{kS}}$

電場の方向は　(a)A から B に向かう向き

(2)

$$U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}Q\cdot\frac{dQ}{kS}=\underline{\frac{dQ^2}{2kS}}$$

(3)

$$\Delta W=\underline{F\Delta d}$$

(4)

$$\Delta U=\frac{(d+\Delta d)Q^2}{2kS}-\frac{dQ^2}{2kS}=\underline{\frac{\Delta dQ^2}{2kS}}$$

(5) 外力の仕事の分だけコンデンサーの静電エネルギーが増加するから

$$F\Delta d=\frac{\Delta dQ^2}{2kS}\qquad\therefore\quad F=\frac{Q^2}{2kS}=\frac{1}{2}Q\left(\frac{Q}{kS}\right)=\underline{\frac{1}{2}QE}$$

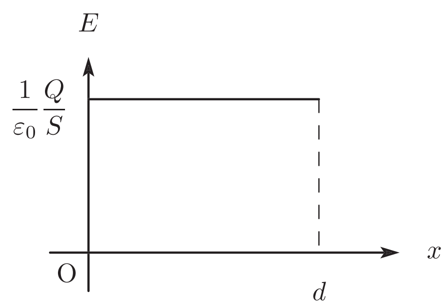
添削課題

《解答》

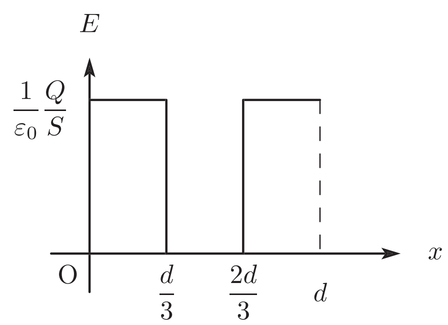
極板面積 S，真空の誘電率 ε_0 を定義して

問 1　$E=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\dfrac{Q}{S}$　　$\therefore$　$V=Ed=\underline{\dfrac{1}{\varepsilon_0}\dfrac{Q}{S}d}$

問 2



問 3　金属内の電場 0 ゆえ



$$\text{電位差}=\underline{\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{S}\cdot\frac{2}{3}d}$$

問 4

$$\text{電位差}=\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{S}\left(\frac{2}{3}d+\varDelta x\right)$$

$$\therefore\quad \text{仕事}=\frac{1}{2}Q\cdot\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{S}\left[\frac{2}{3}d+\varDelta x-\frac{2}{3}d\right]=\underline{\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}}\varDelta x=F\varDelta x$$

$$\therefore\quad F=\underline{\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}}$$

問 5　合力 0 ゆえ仕事も 0.

問 4 と異なる理由：「金属板が受ける力は，金属板の上側の表面にある電荷が受ける力の分だけ極板 A が受ける力と異なるから.」

あるいは,

「問 4 とは違って電場が存在する領域の体積は変化しないので，コンデンサーに蓄えられているエネルギーが変化しないから.」

配点

問 1　20 点　　問 2　20 点　　問 3　各 10 点　　問 4　各 10 点　　問 5　各 10 点

５章－１　光波の干渉

問題

■演習

【１】

《解答》

(1) ①：回折　　②：同　　③：干渉

(2) l_1, l_2 は,

$$l_1 = \sqrt{l^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2} = l\sqrt{1 + \left(\frac{y + d/2}{l}\right)^2}$$

$$\fallingdotseq l\left\{1 + \frac{(y + d/2)^2}{2l^2}\right\} = \underline{l + \frac{(y + d/2)^2}{2l}}$$

$$l_2 = \sqrt{l^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2} \fallingdotseq \underline{l + \frac{(y - d/2)^2}{2l}}$$

$$\therefore \quad |l_1 - l_2| = \underline{\frac{d}{l}|y|}$$

(3) 干渉条件は,

$$\frac{d}{l}y = m\lambda \qquad \therefore \quad y = \underline{\frac{ml\lambda}{d}}$$

(4) G で覆う前と後での光学的距離の差は,

$$nt - t = (n-1)t$$

これが波長の整数倍であれば引き続き (3) の位置で強めあいが起こるので,

$$(n-1)t = m\lambda \qquad \therefore \quad t = \underline{\frac{m\lambda}{n-1}}$$

(5) (3) より縞の間隔は

$$\frac{l\lambda}{d}$$

これより, d を小さくすると間隔は広がる.

(6) (5) より間隔はそれぞれ,

$$y_{\mathrm{R}} = \frac{l\lambda_{\mathrm{R}}}{d}, \qquad y_{\mathrm{B}} = \frac{l\lambda_{\mathrm{B}}}{d}$$

$\lambda_{\mathrm{R}} > \lambda_{\mathrm{B}}$ より,

$$|y_{\mathrm{R}} - y_{\mathrm{B}}| = \underline{\frac{l}{d}(\lambda_{\mathrm{R}} - \lambda_{\mathrm{B}})}$$

(7) (a) 380nm～770nm

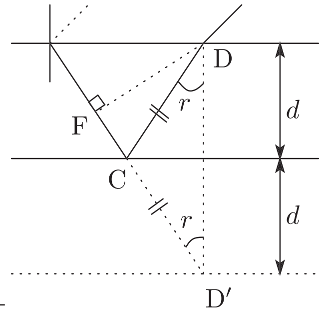
(b) (3) より最も波長が短い 紫色.

【2】

《解答》

(1) (ア) 屈折の法則より，

$$\sin i = n \sin r \qquad \therefore \quad n = \underline{\frac{\sin i}{\sin r}}$$



(イ) 右図で $\mathrm{CD} = \mathrm{CD}'$ を考慮して，

$$L = \underline{2d\cos r}$$

(ウ) 光学的距離は，(ア) の結果と合わせて，

$$\varDelta = nL = 2nd\cos r = 2nd\sqrt{1-\sin^2 r}$$

$$= 2nd\sqrt{1-\frac{\sin^2 i}{n^2}} = \underline{2d\sqrt{n^2-\sin^2 i}}$$

(エ) 空気→油膜の反射の際の位相変化を考慮して，強め合う条件は，

$$\underline{\varDelta = \left(m-\frac{1}{2}\right)\lambda}$$

(2) (a) 強め合う条件は，

$$2nd = \left(m-\frac{1}{2}\right)\lambda$$

よって $m=1$ のときの d を d_1 として，

$$2nd_1 = \frac{1}{2}\lambda_0 \qquad \therefore \quad d_1 = \frac{\lambda_0}{4n} = \underline{1.1\times 10^2}$$

(b) (a) の干渉条件で $m=4$ のときに相当するので，

$$2nd_2 = \left(4-\frac{1}{2}\right)\lambda_0 \qquad \therefore \quad d_2 = \frac{7\lambda_0}{4n} = \underline{7.7\times 10^2}$$

(c) $d=d_2$ のときの干渉条件から波長を整数 m を用いて表すと，

$$\lambda = \frac{4nd_2}{2m-1} = \frac{46.2\times 10^2}{2m-1}[\mathrm{nm}]$$

問題文の λ の範囲から，

$$400[\mathrm{nm}] \leqq \frac{46.2\times 10^2}{2m-1}[\mathrm{nm}] \leqq 700[\mathrm{nm}]$$

これより該当する m は 4，　5，　6 であるが，4 は λ_0 に相当するので，それ以外の波長は，

$$m=5：\quad \lambda = \frac{46.2\times 10^2}{9}[\mathrm{nm}] \fallingdotseq \underline{5.1\times 10^2[\mathrm{nm}]}$$

$$m=6：\quad \lambda = \frac{46.2\times 10^2}{11}[\mathrm{nm}] = \underline{4.2\times 10^2[\mathrm{nm}]}$$

(d) d をさらに大きくすると (a) の強めあう干渉条件を満たす波長の光が多く存在するため，強めあいが多数存在し白色になる．

(3) 干渉条件は，光路差最小を考えて，

$$2d_1\sqrt{n^2-\sin^2 i}=\frac{1}{2}\lambda_1$$

$$\begin{aligned}\therefore\quad \sin^2 i_1 &= n^2-\left(\frac{\lambda_1}{4d_1}\right)^2\\ &= 1.5^2-\left(\frac{530\mathrm{nm}}{4\times 1.1\times 10^2\mathrm{nm}}\right)^2 \fallingdotseq \underline{0.80}\end{aligned}$$

５章－２　コンデンサーと直流回路

問題

■演習

【１】

《解答》

(1) a. コンデンサーの容量は極板間隔に反比例するから $x = a\,[\mathrm{m}]$ のときのコンデンサーの容量を C_a とすると

$$C_a = \underline{\frac{d}{d-a}C}$$

(2) b. スイッチ S を開いているので，極板 A に蓄えられている電荷は変化しないから

$$Q = \underline{CV}$$

c. 静電エネルギーの減少量を ΔU とすると

$$\Delta U = \frac{Q^2}{2C} - \frac{Q^2}{2C_a} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{d-a}{d}\right)\frac{Q^2}{C} = \underline{\frac{a}{2d}CV^2}$$

d. 極板 A の質量を m ，極板 A が最も極板 B に近付いたときのコンデンサーの容量を $C_x (= dC/(d-x))$ とすると，ばねとコンデンサーの系のエネルギー保存より

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}m\cdot 0^2 + \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2}k\cdot 0^2 &= \frac{1}{2}m\cdot 0^2 + \frac{Q^2}{2C_x} + \frac{1}{2}kx^2 \\
\frac{x}{2d}CV^2 &= \frac{1}{2}kx^2 \\
\frac{1}{d}CV^2 &= kx \qquad \therefore \quad x = \underline{\frac{CV^2}{kd}}
\end{aligned}$$

(3) e. スイッチ S を閉じたので電位 V が一定となるから，$x = a\,[\mathrm{m}]$ の時の電荷を Q_a とすると

$$Q_a = C_aV = \underline{\frac{d}{d-a}CV}$$

f. 静電エネルギーの増加量を $\Delta U'$ とすると

$$\Delta U' = \frac{1}{2}C_aV^2 - \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{d}{d-a} - 1\right)CV^2 = \underline{\frac{a}{2(d-a)}CV^2}$$

g. $(Q_a - Q)V = \underline{\frac{a}{d-a}CV^2}$

h. 求める x 座標を x', x 座標が x' のときのコンデンサーの電気容量を $C_{x'}(= dC/(d-x'))$ とすると，ばねとコンデンサーの系のエネルギーの変化量が電池のした仕事であるから，電池のした仕事は g. と同様に考えて，$x'CV^2/(d-x')$ より

$$\frac{1}{2}m\cdot 0^2 + \frac{1}{2}C_{x'}V^2 + \frac{1}{2}kx'^2 - \left(\frac{1}{2}m\cdot 0^2 + \frac{1}{2}CV^2 + \frac{1}{2}k\cdot 0^2\right) = \frac{x'}{d-x'}CV^2$$

$$\frac{1}{2}kx'^2 = \frac{x'}{2(d-x')}CV^2$$

$$kx' = \frac{1}{d-x'}CV^2$$

$$kx'(d-x') = CV^2$$

$$kx'^2 - kdx' + CV^2 = 0 \qquad \therefore \quad x' = \frac{kd \pm \sqrt{k^2d^2 - 4kCV^2}}{2k}$$

$V = 0$ のとき $x' = 0$ であるから $\quad x' = \underline{\dfrac{kd - \sqrt{k^2d^2 - 4kCV^2}}{2k}}$

【2】

《解答》

(1) 抵抗器 $\mathrm{R_1}$ に流れる電流を，c → a 向きを正として i とおく．電流回路の方程式は，

$$E = ri + 2ri$$

$$\therefore \quad \underline{i = \frac{E}{3r}[\mathrm{A}]}$$

(2) 抵抗全体でのジュール熱は，(1) で求めた i を用いて，

$$ri^2 + 2ri^2 + 2ri^2 + ri^2 = \underline{\frac{2E^2}{3r}[\mathrm{J/s}]}$$

(3) d に対する a の電位を V_a，d に対する b の電位を V_b とおくと，b に対する a の電位は，

$$V_\mathrm{a} - V_\mathrm{b} = 2ri - ri = \underline{\frac{1}{3}E[\mathrm{V}]}$$

(4) (ア) $\underline{rI_1 + 2rI_2 = E}$

(イ) $\mathrm{R_5}$ を流れる電流は，b → a 向きを正として，

$$I_2 - I_1$$

電流回路の方程式は，

$$\underline{rI_1 - r(I_2 - I_1) - 2rI_2 = 0}$$

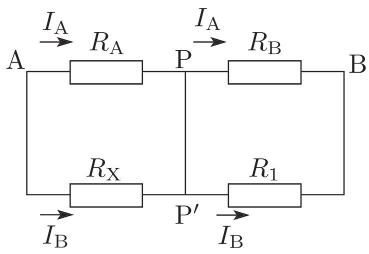
(ウ) 連立して，

$$\underline{I_1 = \frac{3E}{7r}[\mathrm{A}]}$$

【3】

《解答》

A



G に電流が流れないとき，

$$V_A - V_P = V_A - V_{P'} \qquad \therefore \quad R_A I_A = R_X I_B \qquad ①$$

$$V_P - V_B = V_{P'} - V_B \qquad \therefore \quad R_B I_A = R_1 I_B \qquad ②$$

①/②より

$$R_X = \frac{R_A}{R_B} \times R_1 = \frac{27.5[\mathrm{cm}]}{100[\mathrm{cm}] - 27.5[\mathrm{cm}]} \times 500[\Omega] \fallingdotseq \underline{190}[\Omega]$$

このとき，

$$1.0[\mathrm{k\Omega}] \times I_A = V$$

$$(190 + 500)[\Omega] \times I_B = V$$

問より

$$I_A + I_B = 3.0[\mathrm{A}]$$

I_A を消去して，

$$I_B \fallingdotseq \underline{1.78}[\mathrm{A}]$$

B (1) ア 各電流の経路と起電力で構成されるループについて,

$$\begin{cases} 2RI_1 = E & \therefore \quad \underline{I_1 = \dfrac{E}{2R}} \\ 2RI_2 = E & \therefore \quad \underline{I_2 = \dfrac{E}{2R}} \\ RI_3 = E & \therefore \quad \underline{I_3 = \dfrac{E}{R}} \end{cases}$$

イ

$$\begin{cases} V_{\mathrm{m}} - V_{\mathrm{l}} = +RI_1 = \dfrac{E}{2} \\ V_{\mathrm{m}} - V_{\mathrm{k}} = +RI_2 = \dfrac{E}{2} \end{cases} \qquad \therefore \quad V_{\mathrm{l}} - V_{\mathrm{k}} = \underline{0}$$

(2) ウ 両端電位差 E より,

$$\underline{U = \frac{1}{2}CE^2}$$

エ $V_{\mathrm{k}} - V_{\mathrm{m}} = V_{\mathrm{k}} - V_{\mathrm{n}}$ より $V_{\mathrm{m}} - V_{\mathrm{n}} = 0$. よって流れる電流は $\underline{0}$.

オ $\dfrac{E}{2R} \times 2 = \underline{\dfrac{E}{R}}$

(3) 4 本の抵抗にすべて同じ値の電流が流れるので km でのジュール熱は静電エネルギーの 4 分の 1. よって

$$\frac{1}{2}CE^2 \times \frac{1}{4} = \underline{\frac{1}{8}CE^2}$$

補充問題

■自習

【1】

《解答》

(ア) 屈折の法則より，

$$1\cdot\sin\theta_{i1}=n\cdot\sin\theta_{r1}\qquad\therefore\quad \underline{\theta_{i1}=n\theta_{r1}}$$

(イ) $\triangle \mathrm{P_1AC_1}$ に注目することにより，$\underline{\alpha+\gamma_1=\theta_{i1}}$

(ウ) $\triangle \mathrm{P_1C_1D}$ に注目することにより，$\underline{\delta_1+\theta_{r1}=\gamma_1}$

(エ) (ア)～(ウ) より，θ_{i1} と θ_{r1} を消去すると，

$$\alpha+\gamma_1=n(\gamma_1-\delta_1)\qquad\therefore\quad \underline{\alpha+(1-n)\gamma_1+n\delta_1=0}$$

(オ) 与えられた式を (エ) に代入すると，

$$\frac{h_1}{a}+(1-n)\frac{h_1}{R_1}+n\frac{h_1}{d_1}=0\qquad\therefore\quad \underline{\frac{1}{a}+\frac{1-n}{R_1}+\frac{n}{d_1}=0}$$

(カ) 屈折の法則より，

$$n\cdot\sin\theta_{i2}=1\cdot\sin\theta_{r2}\qquad\therefore\quad \underline{n\theta_{i2}=\theta_{r2}}$$

(キ) $\triangle \mathrm{P_2C_2D}$ および $\triangle \mathrm{P_2C_2B}$ に注目することにより，

$$\gamma_2+\delta_2=\theta_{i2},\qquad \gamma_2+\beta=\theta_{r2}$$

これらと (カ) より，θ_{i2} と θ_{r2} を消去すると，

$$n(\gamma_2+\delta_2)=\gamma_2+\beta\qquad\therefore\quad \beta+(1-n)\gamma_2-n\delta_2=0\qquad\cdots(*)$$

ここで，図 3 より，

$$\begin{cases}\tan\beta=\dfrac{h_2}{b}\\[2ex]\sin\gamma_2=\dfrac{h_2}{R_2}\\[2ex]\tan\delta_2=\dfrac{h_2}{d_2}\end{cases}\qquad\therefore\quad\begin{cases}\beta=\dfrac{h_2}{b}\\[2ex]\gamma_2=\dfrac{h_2}{R_2}\\[2ex]\delta_2=\dfrac{h_2}{d_2}\end{cases}$$

これらを $(*)$ に代入すると，

$$\frac{h_2}{b}+(1-n)\frac{h_2}{R_2}-n\frac{h_2}{d_2}=0\qquad\therefore\quad \underline{\frac{1}{b}+\frac{1-n}{R_2}-\frac{n}{d_2}=0}$$

(ク) $d_1=d_2$ として，(オ) と (キ) を加えると，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+(1-n)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=0\qquad\therefore\quad \underline{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{(n-1)(R_1+R_2)}{R_1R_2}}$$

(ケ) $\underline{f=\dfrac{R_1R_2}{(n-1)(R_1+R_2)}}$

【2】

《解答》

Ⅰ (1) OA と OB を底辺とする 2 つの三角形における底辺の比と等しいので，

$$\frac{\triangle\text{OAD の面積}}{\triangle\text{OBD の面積}} = \underline{\frac{s-R}{s'-R}}$$

(2) 屈折の法則より，

$$n\sin\theta = n'\sin\theta' \qquad \therefore \quad \frac{\sin\theta}{\sin\theta'} = \underline{\frac{n'}{n}}$$

(3) 式 (ア) より，

$$\frac{n'}{n} \fallingdotseq \frac{s-R}{s'-R} \times \frac{s'}{s} \qquad \therefore \quad n\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{s}\right) = n' \times \underline{\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{s'}\right)}$$

(4) <u>入射角 θ</u>

Ⅱ (5) 球面 CD で屈折した光が，C から距離 s'' の位置で光軸と交わるとすると，

$$n\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{s}\right) = n'\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{s''}\right)$$

このとき，C$'$ からの距離も s'' とみなせることに注意すると，球面 C$'$D$'$ での屈折でも同様に，

$$n'\left(\frac{1}{R'}-\frac{1}{s''}\right) = n''\left(\frac{1}{R'}-\frac{1}{s'}\right)$$

これらから s'' を消去することにより，

$$\frac{n''}{s'}-\frac{n}{s} = \underline{\frac{n''-n'}{R'}+\frac{n'-n}{R}}$$

(6) $n=1$，$n''=1$ のとき，

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s} = \frac{1-n'}{R'}+\frac{n'-1}{R}$$

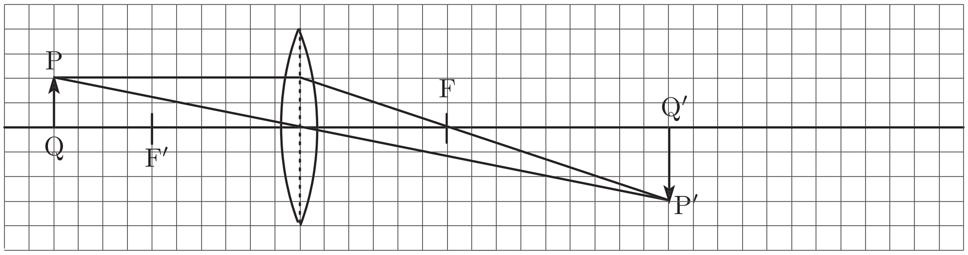
光軸に平行な光では $\dfrac{1}{s} \fallingdotseq 0$ とみなせるので，

$$\frac{1}{s'} \fallingdotseq \frac{1-n'}{R'}+\frac{n'-1}{R} \qquad \therefore \quad s' = \underline{\frac{RR'}{(n'-1)(R'-R)}}$$

【3】

《解答》

(a)



(b) レンズから像までの距離を b_1 とすると，

$$\frac{1}{20\text{cm}}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{12\text{cm}} \qquad \therefore \quad b_1=30\text{cm}$$

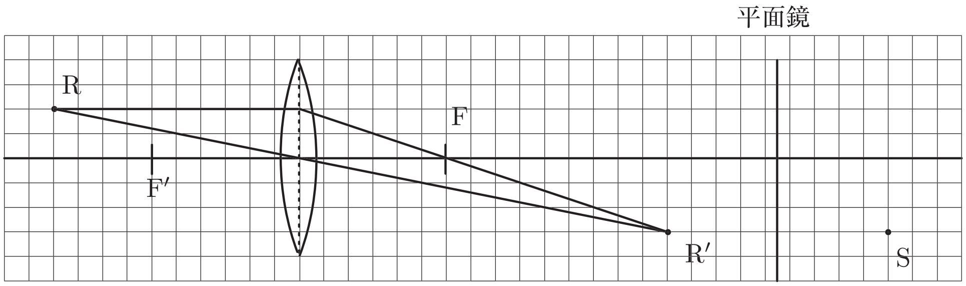
レンズの 後方に 30 cm 離れたところ に実像ができる．

(c) 結像の倍率は，

$$\frac{\overline{\text{P}'\text{Q}'}}{\overline{\text{PQ}}}=\frac{30}{20} \qquad \therefore \quad \overline{\text{P}'\text{Q}'}=\frac{3}{2}\cdot 4\text{cm}=6\text{cm}$$

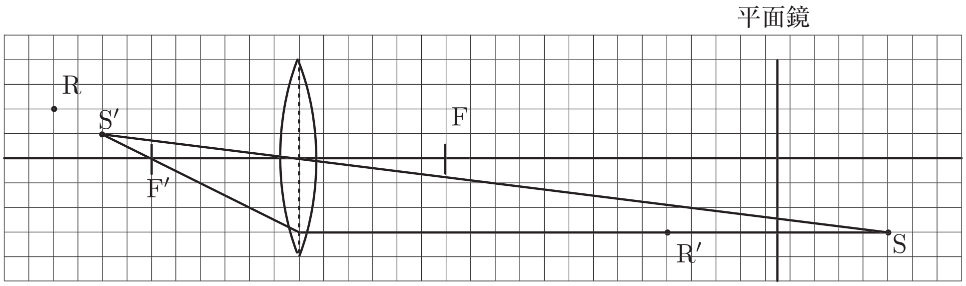
また，倒立像なので，光軸から 下に 6 cm 離れたところ にできる．

(d)



(e) レンズから S までの距離は，

$$39\text{cm}+(39-30)\text{cm}=48\text{cm}$$



レンズから S′ までの距離を b_2 とすると，

$$\frac{1}{48\mathrm{cm}} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{12\mathrm{cm}} \qquad \therefore \quad b_2 = 16\mathrm{cm}$$

レンズの 前方に 16 cm 離れた位置 に実像ができる．

光軸から S，S′ までの距離をそれぞれ y_S，$y_\mathrm{S}{}'$ とすると，結像の倍率は，

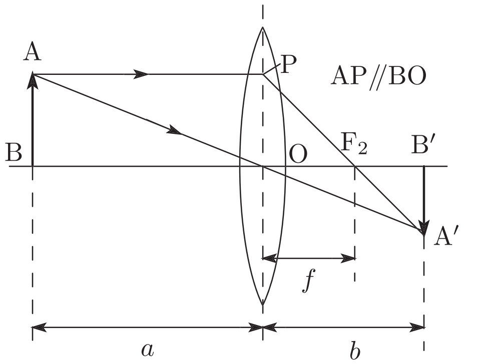
$$\frac{y_\mathrm{S}{}'}{y_\mathrm{S}} = \frac{16}{48} \qquad \therefore \quad y_\mathrm{S}{}' = \frac{1}{3}\cdot 6\mathrm{cm} = 2\mathrm{cm}$$

S′ は S の倒立像なので，光軸から 上に 2 cm 離れた位置 となる．

(f)　(ア)　実像　(イ)　虚像　(ウ)　実像

【4】
《解答》

(1)



△ABO ∽ △A′B′O より，

$$\frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{b}{a} \qquad \therefore \quad \overline{\mathrm{A'B'}} = \frac{b}{a}\overline{\mathrm{AB}}$$

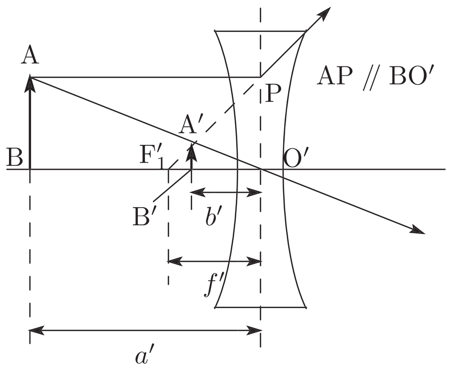
△$\mathrm{PF_2O}$ ∽ △$\mathrm{A'F_2B'}$ より，

$$\frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{PO}}} = \frac{b-f}{f} \qquad \therefore \quad \overline{\mathrm{A'B'}} = \frac{b-f}{f}\overline{\mathrm{PO}}$$

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{PO}}$ をふまえると，

$$\frac{b}{a} = \frac{b-f}{f} \qquad \therefore \quad b = \underline{\frac{af}{a-f}}$$

(2)



△ABO′ ∽ △A′B′O′ より，

$$\frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{b'}{a'} \qquad \therefore \quad \overline{\mathrm{A'B'}} = \frac{b'}{a'}\overline{\mathrm{AB}}$$

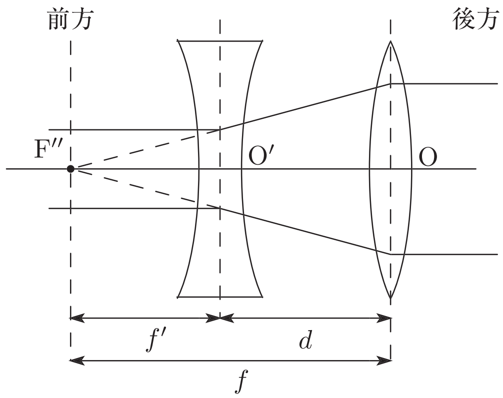
$\triangle \mathrm{PO'F'_1} \backsim \triangle \mathrm{A'B'F'_1}$ より，

$$\frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{PO'}}} = \frac{f' - b'}{f'} \qquad \therefore \quad \overline{\mathrm{A'B'}} = \frac{f' - b'}{f'}\overline{\mathrm{PO'}}$$

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{PO'}}$ をふまえると，

$$\frac{b'}{a'} = \frac{f' - b'}{f'} \qquad \therefore \quad b' = \underline{\frac{a'f'}{a' + f'}}$$

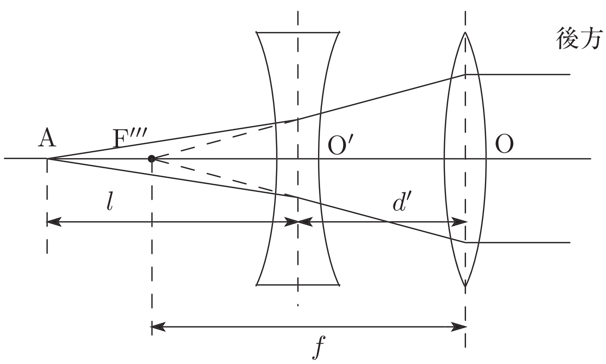
(3)



2 つのレンズの左側の焦点の位置が一致していればよいので，

$$f' + d = f \qquad \therefore \quad d = \underline{f - f'}$$

(4)



凹レンズによる虚像の位置が凸レンズの左側の焦点の位置と一致していればよいので，

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{-(f - d')} = \frac{1}{-f'} \qquad \therefore \quad d' = \underline{f - \frac{lf'}{l + f'}}$$

【5】

《解答》

(1) 図 1 より，$\underline{a > f_1 \text{ の場合}}$ に実像ができ，この場合の結像公式は，

$$\underline{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_1}} \quad \cdots ①$$

(2) 図 1 より，結像倍率は $m_1 = \dfrac{b}{a}$ と表せる．

ここで①より b を求めると，

$$b = \frac{af_1}{a - f_1} \qquad \therefore \quad m_1 = \underline{\frac{f_1}{a - f_1}}$$

(3) 図 2 より，$\underline{c < f_2 \text{ の場合}}$ に虚像ができ，この場合の結像公式は，

$$\underline{\frac{1}{c} + \frac{1}{-d} = \frac{1}{f_2}} \quad \cdots ②$$

(4) 図 2 より，結像倍率は $m_2 = \dfrac{d}{c}$ と表せる．

ここで②より d を求めると，

$$d = \frac{cf_2}{f_2 - c} \qquad \therefore \quad m_2 = \underline{\frac{f_2}{f_2 - c}}$$

(5) a と f_1 の数値を (2) に代入すると，

$$m_1 = \frac{50}{75 - 50} = 2$$

②に d と f_2 の数値を代入して c を求めると，$c = \dfrac{200}{3}$ mm となる．これと f_2 の数値を (4) に代入すると，

$$m_2 = \frac{100}{100 - \dfrac{200}{3}} = 3$$

よって，総合倍率は，

$$m_{\text{total}} = m_1 m_2 = \underline{6 \text{ 倍}}$$

P3TA/P3TB/P3T

難関大物理入試問題総合演習

難関大物理波動集中講義

難関大物理 T

Z-KAI

会員番号		氏　名	