夏期講習　確認テスト

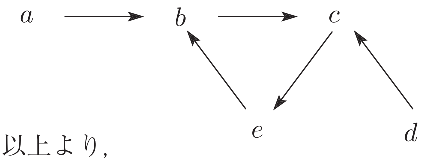
解答

Ｚ会東大進学教室

中３数学

中３東大数学

【1】a, b, c, d の関係は以下のようになる.



以上より,

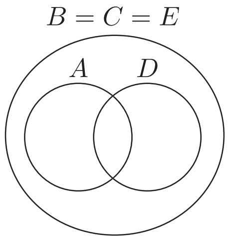
(1) ②
a は b の十分条件　[a ならば b は真．b ならば a は成立していない]

(2) ①
c は d の必要条件　[c ならば d は成立していない．d ならば c は真]

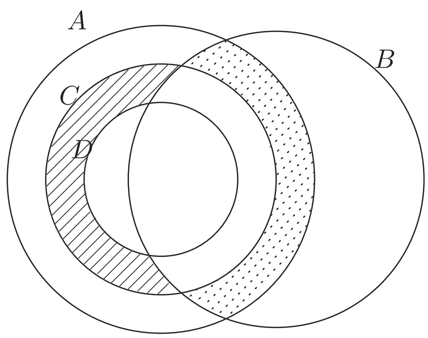
(3) ③
b は e の必要十分条件　[b ならば c かつ c ならば e なので，b ならば e は真．e ならば b も真]

(4) ④
a は d の必要条件でも十分条件でもない　[a ならば d も，d ならば a も成立していない]

ちなみに対応する真理集合のベン図は，次のようになっている．これを用いてもよい．



【2】集合 A，B，C，D を図に表すと，右図の通りである．
また,



$200 \div 2 = 100$ より，$n(A) = 100$
$200 \div 3 = 66 \cdots 2$ より，$n(B) = 66$
$200 \div 4 = 50$ より，$n(C) = 50$
$200 \div 8 = 25$ より，$n(D) = 25$
$200 \div 6 = 33 \cdots 2$ より，$n(A \cap B) = 33$
$200 \div 12 = 16 \cdots 8$ より，$n(B \cap C) = 16$
$200 \div 24 = 8 \cdots 8$ より，$n(B \cap D) = 8$

(1)
$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 100 + 66 - 33 \\ &= \mathbf{133}\ \text{個} \end{aligned}$$

(2) $A\cap B\cap\overline{C}$ は図の点線部分なので，

$$\begin{aligned} n(A\cap B\cap\overline{C}) &= n(A\cap B)-n(B\cap C) \\ &= 33-16 \\ &= \mathbf{17}\ \text{個} \end{aligned}$$

(3) $B\cup\overline{C}\cup D$ をみたさない部分は，図の斜線部の $\overline{B}\cap C\cap\overline{D}$ であるので，求める集合の要素の個数は，$n(U)=200$ より，$n(\overline{B}\cap C\cap\overline{D})$ を引くことで求める．
図より，

$$\begin{aligned} n(\overline{B}\cap C\cap\overline{D}) &= n(C)-n(B\cap C)-n(D\cap\overline{B}) \\ &= n(C)-n(B\cap C)-\{n(D)-n(B\cap D)\} \\ &= 50-16-(25-8) \\ &= 17 \end{aligned}$$

よって，$n(B\cup\overline{C}\cup D)=200-17=\mathbf{183}$ **個**

【3】(1) $y=3x^2+4x-2$ に $y=0$ を代入すると，

$$3x^2+4x-2=0$$

となるので，この 2 次方程式の判別式 $\dfrac{D}{4}$ をとると，

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= 2^2-3\cdot(-2) \\ &= 4+6=10 \end{aligned}$$

$\dfrac{D}{4}>0$ だから，x 軸との共有点は **2 個**

(2) $y=4x^2-x-2$, $y=7x-6$ から y を消去すると，

$$\begin{aligned} 4x^2-x-2 &= 7x-6 \\ 4x^2-8x+4 &= 0 \end{aligned}$$

となるので，この 2 次方程式の判別式 $\dfrac{D}{4}$ をとると，

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= 4^2-4\cdot 4 \\ &= 16-16=0 \end{aligned}$$

$\dfrac{D}{4}=0$ だから，共有点は **1 個**

【4】$f(x)=x^2+2mx-m+2$ とすると，

$$\begin{aligned} f(x) =& x^2+2mx-m+2 \\ =& (x+m)^2-m^2-m+2 \end{aligned}$$

(1) $(*)$ が重解を含む 2 つの負の解を持つためには，

$$\begin{aligned} &\frac{D}{4}=m^2-(-m+2)\geqq 0 && \cdots ① \\ &\text{軸}\ :\ -m<0 && \cdots ② \\ &\text{端点の値}\ :\ f(0)=-m+2>0 && \cdots ③ \end{aligned}$$

①より,

$$\begin{aligned} m^2+m-2 &\geqq 0 \\ (m+2)(m-1) &\geqq 0 \qquad \therefore\ m \leqq -2,\ 1 \leqq m \end{aligned}$$

②より，$m>0$

③より,

$$\begin{aligned} -m &> -2 \\ m &< 2 \end{aligned}$$

よって，$\boldsymbol{1 \leqq m < 2}$

(2) 題意をみたすためには,

(1) の条件をみたす

または,

(i) $(*)$ が正と負の解を 1 つずつもつ

または,

(ii) $(*)$ が $x=0$ を解としてもち，もう一つの解が負

のいずれかをみたせばよい.

(i) をみたすとき，$f(0)<0$ であればよく,

$$f(0)=-m+2<0 \qquad \therefore\ m>2\ \cdots ①$$

(ii) をみたすとき，$f(0)=0$ より，$m=2$

このとき，$y=f(x)$ のグラフの軸は $x=-2(<0)$ となることより，$f(x)=0$ のもうひとつの解は負となるので題意をみたす.

よって，$m=2\ \cdots ②$

(1) と (i)，(ii) より，求める m の値の範囲は,

$$\boldsymbol{m \geqq 1}$$