M1TK

冬期講習

解答

Ｚ会東大進学教室

高１数学Ｋ ～数学Ⅰ・Ａ総復習～

高１難関大数学Ｋ

問題

【1】(1)

$$f(x) = 2\left(x^2 - 2ax\right) + a + 1$$
$$= 2(x-a)^2 - 2a^2 + a + 1$$

2 次関数 $y = f(x)$ のグラフの軸 $x = a$ の位置で場合を分ける.

(i) $a \leqq 0$ のとき

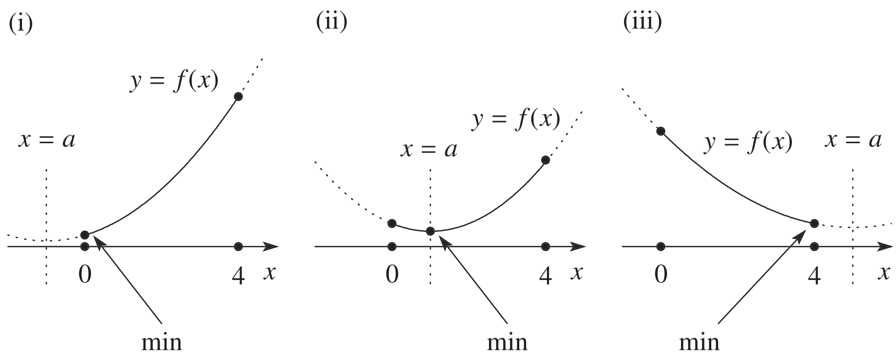
$$m = f(0) = a + 1$$

(ii) $0 \leqq a \leqq 4$ のとき

$$m = f(a) = -2a^2 + a + 1$$

(iii) $4 \leqq a$ のとき

$$m = f(4)$$
$$= 2 \cdot 4^2 - 4a \cdot 4 + a + 1$$
$$= -15a + 33$$



以上より,

$$m = \begin{cases} \boldsymbol{a+1} & \boldsymbol{(a \leqq 0)} \\ \boldsymbol{-2a^2+a+1} & \boldsymbol{(0 \leqq a \leqq 4)} \\ \boldsymbol{-15a+33} & \boldsymbol{(4 \leqq a)} \end{cases} \quad (答)$$

(2)　(i) $a \leqq 0$ のとき

$$a+1=0 \quad \text{より} \quad a=-1$$

これは $a \leqq 0$ をみたす.

(ii) $0 \leqq a \leqq 4$ のとき

$$-2a^2+a+1=0$$

$$(2a+1)(a-1)=0 \qquad \therefore \ a=-\frac{1}{2}, 1$$

$a=1$ は $0 \leqq a \leqq 4$ をみたし，$a=-\dfrac{1}{2}$ は $0 \leqq a \leqq 4$ をみたさない．よって $a=1$.

(iii) $a \geqq 4$ のとき

$$-15a+33=0 \quad \text{より} \quad a=\frac{11}{5}$$

これは $a \geqq 4$ をみたさないので不適.

(i)〜(iii) より

$a = \pm 1$　　(答)

【2】(1) $x = 1 - y \quad \cdots(*)$ より

$$0 \leqq 1 - y \leqq 2$$
$$-1 \leqq -y \leqq 1$$
$$-1 \leqq y \leqq 1$$

$(*)$ を $x - 2y^2$ に代入して

$$\begin{aligned} x - 2y^2 &= 1 - y - 2y^2 \\ &= -2y^2 - y + 1 \quad \cdots ① \end{aligned}$$

①の $-1 \leqq y \leqq 1$ における最大値，最小値を考える．

$$① = -2\left(y + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$$

より，$y = -\dfrac{1}{4}$ のとき，最大値 $\dfrac{9}{8}$，$y = 1$ のとき，最小値 -2 である．
よって

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = \frac{5}{4},\ y = -\frac{1}{4}} \text{ のとき} \quad \text{最大値} \quad \boldsymbol{\frac{9}{8}} \\ \boldsymbol{x = 0,\ y = 1} \text{ のとき} \quad \text{最小値} \quad \boldsymbol{-2} \end{cases} \quad \text{(答)}$$

(2) $y^2 = 3 - 2x^2 \quad \cdots(*)$ より

$$y^2 = 3 - 2x^2 \geqq 0$$
$$2x^2 - 3 \leqq 0$$
$$\left(\sqrt{2}x + \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}x - \sqrt{3}\right) \leqq 0$$
$$\therefore \quad -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \leqq x \leqq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$
$$\therefore \quad -\frac{\sqrt{6}}{2} \leqq x \leqq \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$(*)$ を $4x + y^2$ に代入すると

$$\begin{aligned} 4x + y^2 &= 4x + \left(3 - 2x^2\right) \\ &= -2x^2 + 4x + 3 \quad \cdots ① \end{aligned}$$

①の $-\dfrac{\sqrt{6}}{2} \leqq x \leqq \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ における最大値，最小値を考える．

$$① = -2(x - 1)^2 + 5$$

より，$x = 1$ のとき，最大値 5，$x = -\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ のとき，最小値 $-2\sqrt{6}$ である．
よって

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 1,\ y = \pm 1} \text{ のとき} \quad \text{最大値} \quad \boldsymbol{5} \\ \boldsymbol{x = -\frac{\sqrt{6}}{2},\ y = 0} \text{ のとき} \quad \text{最小値} \quad \boldsymbol{-2\sqrt{6}} \end{cases} \quad \text{(答)}$$

(3) $x+2y=k$ とおくと

$$x=k-2y \quad \cdots(*)$$

$(*)$ を $x^2+2y^2=2$ に代入すると

$$(k-2y)^2+2y^2-2=0$$
$$6y^2-4ky+k^2-2=0 \quad \cdots(**)$$

ここで，$(*)$ より、y が実数であれば x も実数であるので，y の方程式 $(**)$ が実数解を持つための k の値の範囲を求める．$(**)$ の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4}=(-2k)^2-6\left(k^2-2\right)$$
$$=-2k^2+12 \geqq 0$$
$$\left(k-\sqrt{6}\right)\left(k+\sqrt{6}\right) \leqq 0$$
$$-\sqrt{6} \leqq k \leqq \sqrt{6}$$

$k=\sqrt{6}$ のとき，$(**)$ は

$$6y^2-4\sqrt{6}y+4=0$$
$$\left(\sqrt{3}y-\sqrt{2}\right)^2=0$$
$$\therefore \ y=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$(*)$ に代入して

$$x=\sqrt{6}-2\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$k=-\sqrt{6}$ のとき，同様にして

$$y=-\frac{\sqrt{6}}{3},\ x=-\frac{\sqrt{6}}{3}$$

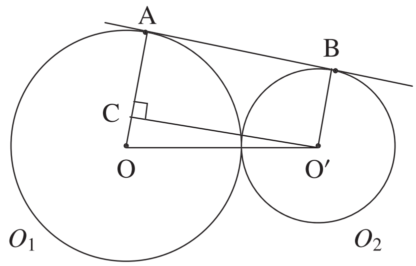
以上より

$$\begin{cases} \boldsymbol{x=y=\frac{\sqrt{6}}{3}} \text{ のとき　最大値 } \boldsymbol{\sqrt{6}} \\ \boldsymbol{x=y=-\frac{\sqrt{6}}{3}} \text{ のとき　最小値 } \boldsymbol{-\sqrt{6}} \end{cases} \quad \text{(答)}$$

【3】円 O_1, O_2 の中心をそれぞれ O, O′ とする.
O′ から AO に下ろした垂線の足を C とすると,

$$\mathrm{OC} = |a-b|,\ \mathrm{AB} = \mathrm{CO'}$$

であり, △OO′C に三平方の定理を適用すると,



$$\begin{aligned}\mathrm{CO'}^2 &= \mathrm{OO'}^2 - \mathrm{OC}^2\\ &= (a+b)^2 - |a-b|^2\\ &= (a+b)^2 - (a-b)^2\\ &= 4ab\end{aligned}$$

よって, $\mathrm{AB}^2 = 4ab = f(a,\ b)$ とし, $2a+3b=6$, $a>0$, $b>0$ のもとで $f(a,\ b)$ の最大値を考える.
$2a = 6-3b > 0$ より,

$$\begin{aligned}&6-3b>0\\ &\quad \therefore b<2\end{aligned}$$

よって, $0<b<2$.
また, $2a=6-3b$ を $f(a,\ b)$ に代入すると,

$$\begin{aligned}f(a,\ b) &= 2a\cdot 2b\\ &= (6-3b)\cdot 2b\\ &= -6b^2+12b\\ &= -6(b-1)^2+6\end{aligned}$$

よって, $0<b<2$ において $b=1$, $a=\dfrac{3}{2}$ のとき $f(a,\ b)$ は最大値 6 をとる.
したがって, AB の最大値は $\boldsymbol{\sqrt{6}}$　**(答)**
そのとき, $(a,\ b) = \boldsymbol{\left(\dfrac{3}{2},\ 1\right)}$　**(答)**

【4】$f(x)=x^2+(a-2)x+a+1$ とする.

(1) 題意をみたすためには

(i) $((*)$ の判別式$)\geqq 0 \quad \cdots①$

(ii) $y=f(x)$ のグラフの軸 $x=-\dfrac{a-2}{2}$ に対して

$$0<-\frac{a-2}{2}<2 \quad \cdots②$$

(iii) $f(0)=a+1>0 \quad \cdots③$

(iv) $f(2)=4+2(a-2)+a+1>0 \quad \cdots④$

をみたせばよい. ①より

$$(a-2)^2-4(a+1)\geqq 0$$
$$a^2-8a\geqq 0$$
$$\therefore\ a\leqq 0,\ a\geqq 8 \quad \cdots①'$$

②より

$$0<-\frac{a-2}{2}<2$$
$$-4<a-2<0$$
$$-2<a<2 \quad \cdots②'$$

③より

$$a>-1 \quad \cdots③'$$

④より

$$3a+1>0$$
$$a>-\frac{1}{3} \quad \cdots④'$$

①′, ②′, ③′, ④′ の共通部分をとって

$$\boldsymbol{-\frac{1}{3}<a\leqq 0} \qquad (答)$$

(2) 題意をみたすためには, (1) の場合であるか, $0<x<2$ の範囲に重解でないただ 1 つの実数解を持つ. すなわち

$$f(0)\cdot f(2)<0 \quad \cdots①$$

または

$$f(0)=0,\ 0<-\frac{a-2}{2}<1 \quad \cdots②$$

または

$$f(2)=0,\ 1<-\frac{a-2}{2}<2 \quad \cdots③$$

であればよい．

①のとき，$(a+1)(3a+1)<0$ より

$$-1<a<-\frac{1}{3}$$

②のとき，$f(0)=0$ より，$a=-1$.

また，$-\dfrac{-1-2}{2}=\dfrac{3}{2}$ より，これは不等式をみたさないので不適.

③のとき，$f(2)=0$ より，$a=-\dfrac{1}{3}$.

また，$-\dfrac{-\frac{1}{3}-2}{2}=\dfrac{7}{6}$ より，これは不等式をみたす.

これらと (1) の結果より，求める a の値の範囲は

$$\boldsymbol{-1<a\leqq 0} \qquad \text{(答)}$$

【5】 $f(x) = 4x^2 + 4px + p + 11$

$$= 4\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - p^2 + p + 11$$

(1) 頂点の y 座標 $-p^2 + p + 11$ に関して

$$-p^2 + p + 11 < 0$$

$$p^2 - p - 11 > 0$$

$$\left(p - \frac{1 - 3\sqrt{5}}{2}\right)\left(p - \frac{1 + 3\sqrt{5}}{2}\right) > 0$$

$$\therefore\ p < \frac{1 - 3\sqrt{5}}{2},\quad p > \frac{1 + 3\sqrt{5}}{2}$$

ここで，$6 < 3\sqrt{5} < 7$ であるので，

$$-6 < 1 - 3\sqrt{5} < -5$$

$$-3 < \frac{1 - 3\sqrt{5}}{2} < -\frac{5}{2} < -2$$

であり，

$$7 < 1 + 3\sqrt{5} < 8$$

$$3 < \frac{7}{2} < \frac{1 + 3\sqrt{5}}{2} < 4$$

であるので，整数 p のとりうる値の範囲は

$\boldsymbol{p \leqq -3,\ p \geqq 4}$ (答)

(2) ①，②がともに成り立つとき，

① $\Longleftrightarrow$ 頂点$\left(-\dfrac{p}{2}, -p^2 + p + 11\right)$において，$y$ 座標 $-p^2 + p + 11 < 0$

かつ

② $\Longleftrightarrow$ 頂点の x 座標に最も近い整数 q において，$f(q) \geqq 0$

であればよい．これらをともにみたすためには，頂点の x 座標 $-\dfrac{p}{2}$ が整数でないこと，つまり p が奇数であることが必要．
p が奇数のとき，$q = -\dfrac{p}{2} \pm \dfrac{1}{2}$ であるので，条件は

p は奇数であり，① をみたし，かつ $f\left(-\dfrac{p}{2} \pm \dfrac{1}{2}\right) \geqq 0$ であること

となる．

$$f\left(-\frac{p}{2} \pm \frac{1}{2}\right) = 4\left(-\frac{p}{2} \pm \frac{1}{2} + \frac{p}{2}\right)^2 - p^2 + p + 11$$

$$= -p^2 + p + 12 \geqq 0$$

$$(p - 4)(p + 3) \leqq 0$$

$$\therefore\ -3 \leqq p \leqq 4$$

これと①をみたす奇数を求めれば，

$\boldsymbol{p = -3}$ (答)

【6】 $$(1-x)(a-x)=\frac{1}{b}\quad\cdots(*),\quad b>0$$

(1) $(*)$ の実数解は

$$\begin{aligned} y &= (1-x)(a-x)\\ &= (x-1)(x-a) \end{aligned}$$

のグラフと

$$y=\frac{1}{b}\quad(>0)$$

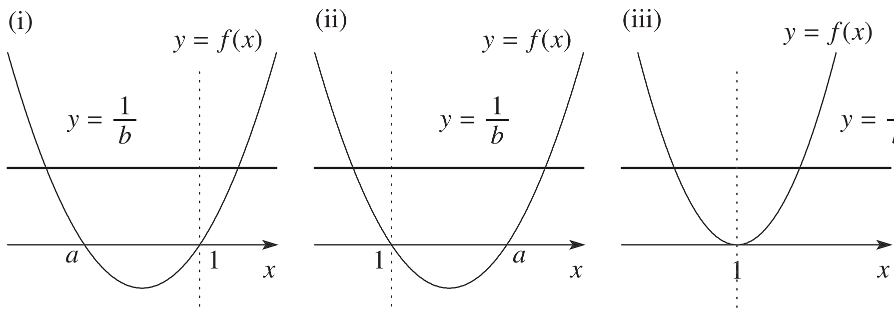
のグラフの交点の x 座標である．$f(x)=(x-1)(x-a)$ とおくと

(i) $a<1$ のとき

(ii) $1<a$ のとき

(iii) $a=1$ のとき

それぞれグラフは下図のようになる．



いずれの場合も 2 つのグラフは $x<1$，$x>1$ の部分で 1 つずつ共有点をもつ．

すなわち $(*)$ は正の実数解をもつことが示された．［証明終］

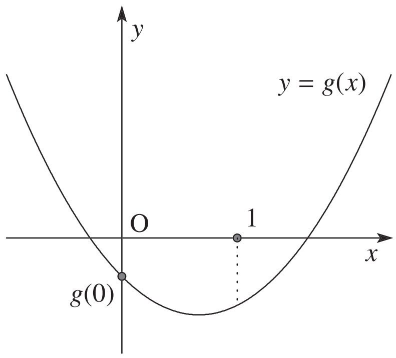
(2)
$$\begin{aligned} &(1-x)(a-x)=\frac{1}{b}\\ \iff\ &(1-x)(a-x)-\frac{1}{b}=0 \end{aligned}$$

ここで上式の左辺を $g(x)$ とおくと，(1) より 2 次方程式 $g(x)=0$ は $x<1$，$1<x$ で 1 つずつ実数解をもつ．

ゆえに題意をみたすための条件は，

2 次方程式 $g(x)=0$ が 0 以下の解をもつ

ことである．このとき $y=g(x)$ のグラフは図のようになる．



ゆえに求める条件は

$$g(0) = a - \frac{1}{b} \leqq 0$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{a \leqq \frac{1}{b}} \qquad \text{(答)}$$

問題

【1】(1) $f(x)=x^2+(a+1)x+1$ とすると，$y=f(x)$ のグラフが x 軸の上または x 軸上にあればよいので，$f(x)=0$ の判別式を D とすると，求める条件は，$D \leqq 0$

$$(a+1)^2-4 \leqq 0$$
$$(a+1+2)(a+1-2) \leqq 0$$
$$(a+3)(a-1) \leqq 0 \quad \therefore\ \boldsymbol{-3 \leqq a \leqq 1} \qquad (答)$$

(2) $f(x)=x^2+x+3a$ とすると，

$$f(x)=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+3a$$

より，$y=f(x)$ のグラフの軸は $x=-\dfrac{1}{2}$ であるので，題意をみたすためには $f(1) \geqq 0$ であればよい．

$$f(1)=1+1+3a \geqq 0 \quad \therefore\ \boldsymbol{a \geqq -\frac{2}{3}} \qquad (答)$$

(3) $f(x)=x^2+2ax+3a$ とおく．$f(x)=(x+a)^2-a^2+3a$ より，$y=f(x)$ のグラフの軸 $x=-a$ の位置によって場合を分ける．

(i) $-a<-1$，すなわち $a>1$ のとき，$f(-1) \geqq 0$ であればよく，

$$1-2a+3a \geqq 0 \quad \therefore\ a \geqq -1$$

よって，$a>1$ のとき題意をみたす．

(ii) $-1 \leqq -a < 1$，すなわち $-1<a \leqq 1$ のとき，$f(-a) \geqq 0$ であればよく，

$$-a^2+3a \geqq 0$$
$$a(a-3) \leqq 0 \quad \therefore\ 0 \leqq a \leqq 3$$

よって $0 \leqq a \leqq 1$ のとき題意をみたす．

(iii) $-a \geqq 1$，すなわち $a \leqq -1$ のとき，$f(1) \geqq 0$ であればよく，

$$5a+1 \geqq 0 \quad \therefore\ a \geqq -\frac{1}{5}$$

このとき題意をみたす a は存在しない．

(i)〜(iii) より，求める a の値の範囲は

$$\therefore\ \boldsymbol{0 \leqq a} \qquad (答)$$

【2】(1) 与式を変形すると

$$ax^2 - 3x + a - 4 < 0$$

がすべての実数 x で成立すればよく，

$$f(x) = ax^2 - 3x + a - 4$$

とおくと，$y = f(x)$ が x 軸の下に存在すればよい．求める条件は，$f(x) = 0$ の判別式を D とすると

$$a < 0 \quad \text{かつ} \quad D < 0$$

であるので

$$\begin{aligned} D < 0 \iff (-3)^2 - 4a(a-4) &< 0 \\ -4a^2 + 16a + 9 &< 0 \\ 4a^2 - 16a - 9 &> 0 \\ (2a-9)(2a+1) &> 0 \\ \therefore \quad a < -\frac{1}{2}, \quad a &> \frac{9}{2} \end{aligned}$$

これと $a < 0$ より求める条件は

$$\boldsymbol{a < -\frac{1}{2}} \qquad \text{(答)}$$

(2) y を定数と見て

$$f(x) = x^2 + (4y+10)x + 4y^2 + ay + b$$

とおくと，題意をみたすためには $f(x) = 0$ の判別式 D に関して，$D < 0$ であればよいので，

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (2y+5)^2 - \left(4y^2 + ay + b\right) \\ &= (20-a)y + 25 - b < 0 \quad \cdots ① \end{aligned}$$

①が任意の実数 y で成り立つための a，b の条件を求めればよいので

$$20 - a = 0 \quad \text{かつ} \quad 25 - b < 0$$

よって，求める条件は

$$\boldsymbol{a = 20,\ b > 25} \qquad \text{(答)}$$

【3】(1) $|x^2-4x+3|=|(x-1)(x-3)|$ より

$$|x^2-4x+3|=\begin{cases} x^2-4x+3 & (x<1,\ 3<x) \\ -\left(x^2-4x+3\right) & (1\leqq x\leqq 3) \end{cases}$$

となるので，2 つの場合に分ける．

(i) $x<1$，$3<x$ のとき，

$$x^2-4x+3=x-1$$
$$x^2-5x+4=0$$
$$(x-1)(x-4)=0 \qquad \therefore\ x=1,\ 4$$

よって条件をみたすのは $x=4$

(ii) $1\leqq x\leqq 3$ のとき

$$-\left(x^2-4x+3\right)=x-1$$
$$x^2-3x+2=0$$
$$(x-1)(x-2)=0 \qquad \therefore\ x=1,\ 2$$

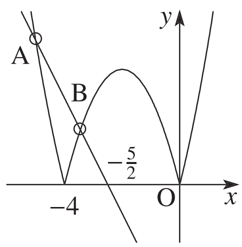
よって条件をみたすのは $x=1,\ 2$

(i)，(ii) より，$\boldsymbol{x=1,\ 2,\ 4}$　　(答)

(2) $|x^2+4x|=|x(x+4)|$ より

$$|x^2+4x|=\begin{cases} x^2+4x & (x<-4,\ 0<x) \\ -\left(x^2+4x\right) & (-4\leqq x\leqq 0) \end{cases}$$

となるので，$y=|x^2+4x|$ と $y=-2x-5$ のグラフを座標平面に表すと以下のようになる．



図の A，B の x 座標を求める．

$$x^2+4x=-2x-5$$
$$x^2+6x+5=0$$
$$(x+1)(x+5)=0$$
$$\therefore\ x=-1,\ -5$$

A の x 座標は $x<-4$ であるので，A の x 座標は -5．また

$$-\left(x^2+4x\right)=-2x-5$$
$$x^2+2x-5=0$$
$$\therefore\ x=-1\pm\sqrt{6}$$

B の x 座標は $x<0$ であるので，B の x 座標は $-1-\sqrt{6}$. 求める x の値の範囲は $y=|x^2+4x|$ のグラフが $y=-2x-5$ のグラフの下側にある部分であるので，

$$\boldsymbol{-5<x<-1-\sqrt{6}} \qquad \text{(答)}$$

(3) $|2x|=|2-3x| \iff \pm 2x=2-3x$ より，

(i) $2x=2-3x$ のとき

$$\therefore\ x=\frac{2}{5}$$

(ii) $-2x=2-3x$ のとき

$$\therefore\ x=2$$

(i)，(ii) より

$$\boldsymbol{x=2,\ \frac{2}{5}} \qquad \text{(答)}$$

(4) $|3x-2|<|x+1| \iff (3x-2)^2<(x+1)^2$ より，

$$(3x-2)^2-(x+1)^2<0$$
$$\{(3x-2)+(x+1)\}\{(3x-2)-(x+1)\}<0$$
$$(4x-1)(2x-3)<0$$
$$\therefore\ \boldsymbol{\frac{1}{4}<x<\frac{3}{2}} \qquad \text{(答)}$$

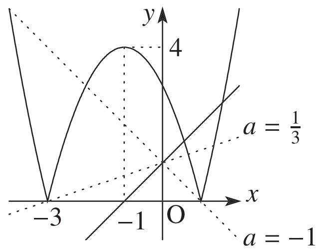
【4】

$$|x^2+2x-3| = ax+1$$

ここで，$y=|x^2+2x-3|=|(x+3)(x-1)|$ より，

$$\begin{aligned} y &= |(x+3)(x-1)| \\ &= \begin{cases} (x+3)(x-1) & (x<-3,\ 1<x) \\ -(x+3)(x-1) & (-3 \leqq x \leqq 1) \end{cases} \end{aligned}$$

一方，$y=ax+1$ は $(0,1)$ を通り，傾き a の直線であるので，下図を得る．



以上から

$$\begin{cases} \boldsymbol{a<-1,\ a>\frac{1}{3}} & \text{のとき}\mathbf{2}\text{個} \\ \boldsymbol{a=-1,\ \frac{1}{3}} & \text{のとき}\mathbf{3}\text{個} \\ \boldsymbol{-1<a<\frac{1}{3}} & \text{のとき}\mathbf{4}\text{個} \end{cases} \qquad \text{(答)}$$

【5】
$$\begin{cases} f(x) = ax^2 + bx + c \\ g(x) = px^2 + qx + r \end{cases}$$

条件より

$$f(-1) = g(-1) = 0 \quad \cdots ①$$
$$f(2) = g(2) = 3 \quad \cdots ②$$

(1) ①より，

$$a - b + c = 0 \quad \cdots ③$$

②より，

$$4a + 2b + c = 3 \quad \cdots ④$$

③ × 2 + ④ より，

$$6a + 3c = -3$$
$$\boldsymbol{a = -\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}} \qquad \text{(答)}$$

③ × 4 − ④ より，

$$-6b + 3c = -3$$
$$\boldsymbol{b = \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}} \qquad \text{(答)}$$

(2) (1) の結果より

$$f(x) = \left(-\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}\right)x^2 + \left(\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}\right)x + c$$

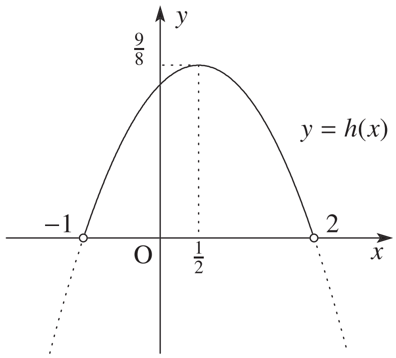
同様に $g(x)$ についても

$$g(x) = \left(-\frac{1}{2}r + \frac{1}{2}\right)x^2 + \left(\frac{1}{2}r + \frac{1}{2}\right)x + r$$

ここで

$$\begin{aligned} g(x) - f(x) &= -\frac{1}{2}(r - c)x^2 + \frac{1}{2}(r - c)x + (r - c) \\ &= -\frac{1}{2}(r - c)\left(x^2 - x - 2\right) \\ &= -\frac{1}{2}(r - c)(x + 1)(x - 2) \end{aligned}$$

ここで $h(x) = -\dfrac{1}{2}(x + 1)(x - 2)$ とおくと，$y = h(x)$ のグラフは次図のようになる.



$-1 < x < 2$ のとき $h(x) > 0$. $r - c > 0$ であるから $g(x) - f(x) > 0$ となる．ゆえに題意は示された. ［証明終］

【6】命題「$p \implies q$」とその対偶「$\overline{q} \implies \overline{p}$」の真偽は一致する．
ゆえに命題「$\overline{q} \implies \overline{p}$」が真となるための a の条件を求める．

$$f(x) = x^2 - 2(a+2)x + 8a$$
$$g(x) = x^2 - 10x + 25 - a^2$$

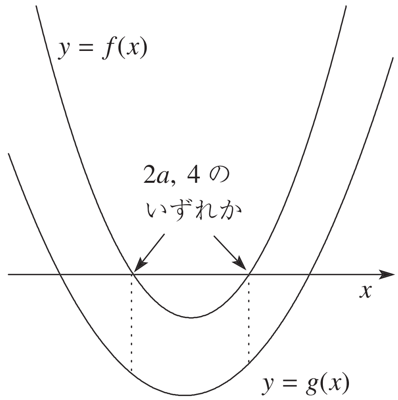
とおくと，$y = f(x)$，$y = g(x)$ のグラフは図のようになる．

$$f(x) = (x - 2a)(x - 4)$$

であるから，求める条件は

$$g(2a) \leqq 0 \text{ かつ } g(4) \leqq 0$$

である．



$$\begin{aligned} g(2a) &= 4a^2 - 20a + 25 - a^2 \\ &= 3a^2 - 20a + 25 \\ &= (3a-5)(a-5) \leqq 0 \end{aligned}$$

ゆえに

$$\frac{5}{3} \leqq a \leqq 5$$

また

$$g(4) = 16 - 40 + 25 - a^2 \leqq 0$$
$$\iff \quad a^2 - 1 \geqq 0$$

ゆえに

$$a \leqq -1,\ 1 \leqq a$$

以上より，求める a の値の範囲は

$$\boldsymbol{\frac{5}{3} \leqq a \leqq 5} \qquad \text{(答)}$$

問題

【1】DEFENSE の 7 文字から 4 文字を取り出す組み合わせを考える．E をいくつ含むかで場合を分ける．

(i) E を 3 つ含むとき

$$(E, E, E, *)\quad (*\text{は } D, F, N, S \text{ のいずれか})$$

の 4 通り．

(ii) E を 2 つ含むとき

$$(E, E, *, \#)\quad (*, \#\text{ は } D, F, N, S \text{ のいずれか})$$

の ${}_4C_2 = 6$ 通り．

(iii) E を 1 つ含むとき

$$(E, *, \#, \natural)\quad (*, \#, \natural\text{ は } D, F, N, S \text{ のいずれか})$$

の ${}_4C_3 = 4$ 通り．

(iv) E を含まないとき

$$(D, F, N, S)$$

の 1 通り．

これらの組み合わせ 1 つにつき，順列が何通り得られるかを考える．

(i) のとき

$$\frac{4!}{3!} = 4\text{ 通り}$$

(ii) のとき

$$\frac{4!}{2!} = 12\text{ 通り}$$

(iii)，(iv) のとき

$$4! = 24\text{ 通り}$$

以上より，求める順列の総数は

$$4\times4+12\times6+24\times4+24\times1=\mathbf{208}\text{ 通り}\qquad(\text{答})$$

【2】赤い球を R，青い球を B とする．

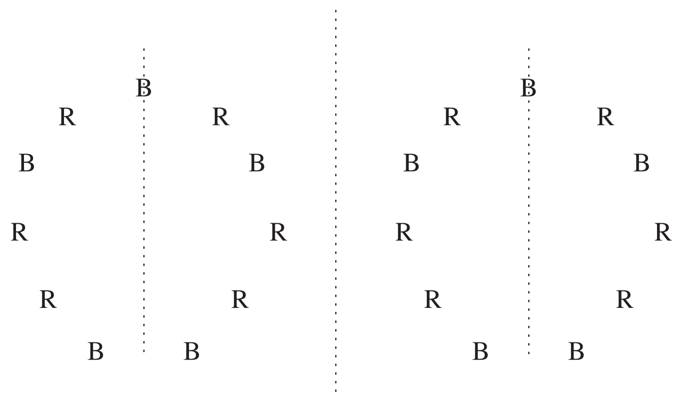
(1) すべての球に区別があるとして，11 個の異なるものの円順列は

$$10! \text{ 通り}$$

ここで 6 個の R，5 個の B は区別しないので，求める順列の総数は

$$\frac{10!}{6!5!} = \mathbf{42} \text{ **通り**} \qquad (答)$$

(2) (1) の 42 通りのうち，左右対称なものがいくつあるかを考える．



図のように B を 1 つ固定し，左右に R を 3 個，B を 2 個並べる．ここで左側の 5 個の並べ方は

$$\frac{5!}{3!2!} = 10 \text{ 通り}$$

で，左側の並べ方を 1 つ決めると右側の並べ方は 1 通りに定まる．ゆえに左右対称なものは 10 通り存在する．

(1) の 42 通りのうち，この 10 通り以外のものは裏返すと重なるものが存在するから，求める順列の総数は

$$\frac{42-10}{2} + 10 = \mathbf{26} \text{ **通り**} \qquad (答)$$

【3】(1) バレーボールを入れる入れ方は，◯ 3 個と | 2 本を一列に並べる並べ方で，$_5C_2 = 10$ 通り．

ソフトボールについても，同様に，$_5C_2 = 10$ 通り．

ゴルフボールについては，◯ 2 個と | 2 本を一列に並べる並べ方で，$_4C_2 = 6$ 通り．

以上より，

$10 \times 10 \times 6 =$ **600 通り** (答)

(2) (1) の場合から，空箱が存在する場合を除けばよい．

(i) 空箱が 2 つのとき

どれか 1 つの箱にすべて入るので，その入れ方は 3 通り．

(ii) 空箱が 1 つのとき

空箱の決め方は 3 通り．それぞれに対して

バレーボールの入れ方は　4 通り

ソフトボールの入れ方は　4 通り

ゴルフボールの入れ方は　3 通り

すべてのボールの入れ方は $4 \times 4 \times 3 = 48$ 通り．これから，一方の箱にすべて入る場合を除くので，空箱 1 個を決めたとき，残りの 2 つの箱に空箱のないように入れる入れ方は，$48 - 2 = 46$ 通り．空箱の決め方を考えて

$46 \times 3 = 138$（通り）

(1) より，(i)，(ii) の場合を除いて

$600 - (3 + 138) =$ **459 通り** (答)

【4】男性を A，B とする．ちょうど 1 組カップルが成立するのは以下の場合がある．

(i) A がどちらかの女性とカップルになり，B がならないとき．

(ii) B がどちらかの女性とカップルになり，A がならないとき．

(i) のとき．

A が指名した女性が A を指名してくれて $\left(この確率は\frac{1}{2}．以下括弧内は確率を表す．\right)$,

B がその同じ相手を指名するか $\left(\frac{1}{2}\right)$,

B が他の相手を指名し $\left(\frac{1}{2}\right)$ その女性が A を指名する $\left(\frac{1}{2}\right)$ ときである．

この確率は

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}$$

である．

(ii) のとき．

この確率は (i) と同じく $\frac{3}{8}$.

以上より，求める確率は

$$\frac{3}{8}\times 2=\boldsymbol{\frac{3}{4}} \qquad (答)$$

【5】じゃんけんで A が勝つ，あいこになる，A が負ける，という 3 つの場合の確率は，すべて $\dfrac{1}{3}$ である．

2 段登ることを +2，1 段上ることを +1，そのままの位置にとどまることを 0 と表す．

6 回のうち +2 が x 回，+1 が y 回，0 が z 回起こるとすると，A は最初の位置から 6 段登っているから，

$$\begin{cases} x+y+z=6 & \cdots ① \\ 2x+y+0\cdot z=6 & \cdots ② \\ x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ z \geqq 0 & \cdots ③ \end{cases}$$

② より

$$y=6-2x$$

よって ③ より

$$(x,\ y)=(0,\ 6),\ (1,\ 4),\ (2,\ 2),\ (3,\ 0)$$

また ① より

$$z=6-(x+y)$$

よって順に

$$z=0,\ 1,\ 2,\ 3$$

ゆえに

$$(x,\ y,\ z)=(3,\ 0,\ 3),\ (2,\ 2,\ 2),\ (1,\ 4,\ 1),\ (0,\ 6,\ 0)$$

以上より，求める確率を P とすると，

$$\begin{aligned} P &= \frac{6!}{3!3!}\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^3+\frac{6!}{2!2!2!}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &\qquad +\frac{6!}{4!}\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^1+\frac{6!}{6!}\left(\frac{1}{3}\right)^6 \\ &=(20+90+30+1)\left(\frac{1}{3}\right)^6 \\ &=\boldsymbol{\frac{47}{243}} \qquad (答) \end{aligned}$$

【6】大小 2 つのコインを投げて，2 枚とも表になる確率は，$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ である．

よって，P_n を求めると

$$P_n = {}_{15}\mathrm{C}_n \left(\frac{1}{4}\right)^n \left(\frac{3}{4}\right)^{15-n} \qquad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 15)$$

ここで $\dfrac{P_{n+1}}{P_n}$ を考えると

$$\begin{aligned}
\frac{P_{n+1}}{P_n} &= \frac{{}_{15}\mathrm{C}_{n+1} \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} \left(\frac{3}{4}\right)^{14-n}}{{}_{15}\mathrm{C}_n \left(\frac{1}{4}\right)^n \left(\frac{3}{4}\right)^{15-n}} \\
&= \frac{\dfrac{15\,!}{(n+1)\,!\,(14-n)\,!} \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} \left(\frac{3}{4}\right)^{14-n}}{\dfrac{15\,!}{n\,!\,(15-n)\,!} \left(\frac{1}{4}\right)^n \left(\frac{3}{4}\right)^{15-n}} \\
&= \frac{15-n}{n+1} \cdot \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{15-n}{3(n+1)}
\end{aligned}$$

ここで，$\dfrac{P_{n+1}}{P_n} > 1$ を解くと

$$\begin{aligned}
\frac{15-n}{3(n+1)} &> 1 \\
15-n &> 3(n+1) \\
n &< 3
\end{aligned}$$

よって，$n = 0,\ 1,\ 2$ において，$\dfrac{P_{n+1}}{P_n} > 1$.

$$\therefore\ P_0 < P_1 < P_2 < P_3$$

また，

$$\begin{aligned}
\frac{P_{n+1}}{P_n} = 1 &\iff n = 3 \\
\frac{P_{n+1}}{P_n} < 1 &\iff n > 3
\end{aligned}$$

であることから，

$$P_3 = P_4,\ P_4 > P_5 > P_6 > \cdots > P_{15}$$

であるので，まとめると

$$P_0 < P_1 < \cdots < P_3 = P_4 > P_5 > \cdots > P_{15}$$

よって $\boldsymbol{n = 3, 4}$ のとき P_n は最大となる．　(答)

【7】(1) 1 度に 1 段上ることを 1，2 段上ることを 2 と表す．
求める上り方の総数は，5 つの数字

$$(1,\ 1,\ 2,\ 2,\ 2)$$

の順列の総数に等しい．ゆえに

$$\frac{5!}{2!3!} = \mathbf{10} \textbf{ 通り} \qquad \text{(答)}$$

(2) 8 段の階段を，1 度に 1 段，または 2 段上る回数がそれぞれ何回あるかで場合に分けて考える．1，2 の組合せは

(i) (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)
(ii) (1, 1, 1, 1, 1, 1, 2)
(iii) (1, 1, 1, 1, 2, 2)
(iv) (1, 1, 2, 2, 2)
(v) (2, 2, 2, 2)

の 5 通り．このそれぞれについて，順列が何通り得られるかを考える．

(i) のとき

1 通り

(ii) のとき

$$\frac{7!}{6!} = 7 \text{ 通り}$$

(iii) のとき

$$\frac{6!}{4!2!} = 15 \text{ 通り}$$

(iv) のとき

$$\frac{5!}{2!3!} = 10 \text{ 通り}$$

(v) のとき

1 通り

以上より，求める上り方の総数は，

$$1 + 7 + 15 + 10 + 1 = \mathbf{34} \textbf{ 通り} \qquad \text{(答)}$$

【8】(1) 1 から 6 の整数から重複を許さずに 3 個を選び，小さい順に a_1，a_2，a_3 とすればよいので，

$${}_6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \mathbf{20}\text{（通り）} \qquad \text{(答)}$$

(2) 1 から 6 の整数から，重複を許して 3 個選ぶ選び方の総数と等しいので，

$$\begin{aligned} {}_6H_3 &= {}_{6+3-1}C_3 \\ &= {}_8C_3 \\ &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= \mathbf{56}\text{（通り）} \qquad \text{(答)} \end{aligned}$$

＜別解＞

本問においては

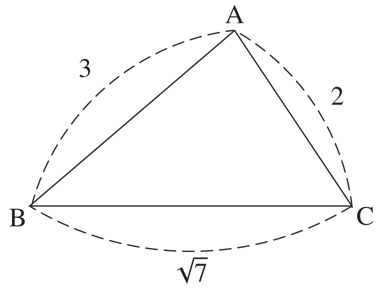
$$1 \leqq a_1 \leqq a_2 \leqq a_3 \leqq 6 \iff 1 \leqq a_1 < a_2 + 1 < a_3 + 2 \leqq 8$$

よって，(1) の考え方より，1〜8 の整数より重複を許さずに 3 個を選び，小さい順に a_1，$a_2 + 1$，$a_3 + 2$ とすればよく，

$$\begin{aligned} {}_8C_3 &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= \mathbf{56}\text{（通り）} \end{aligned}$$

問題

【1】(1) 余弦定理より



$$\cos A=\frac{3^2+2^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}{2\cdot 3\cdot 2}=\frac{1}{2}$$

$0^\circ < A < 180^\circ$ より

$\angle \mathrm{A}=\mathbf{60^\circ}$　　(答)

(2) 正弦定理より

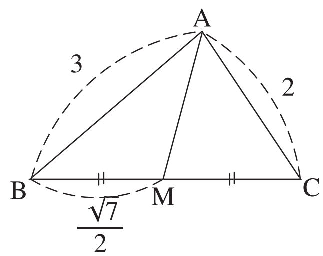
$$\frac{\sqrt{7}}{\sin 60^\circ}=2R$$

$$2R=\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

ゆえに

$$\boldsymbol{R=\frac{\sqrt{21}}{3}}$$　　(答)

(3) △ABC に余弦定理を用いて



$$\cos B=\frac{3^2+\left(\sqrt{7}\right)^2-2^2}{2\cdot 3\cdot \sqrt{7}}=\frac{2}{\sqrt{7}}$$

△ABM に余弦定理を用いて

$$\mathrm{AM}^2=3^2+\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2-2\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{7}}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{7}}$$

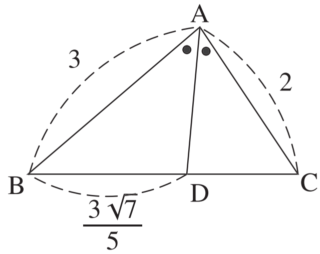
$$=\frac{19}{4}$$

ゆえに

$$\mathrm{AM}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{19}}{2}}$$　　(答)

(4) 角の二等分線の性質より

$$\mathrm{BD} : \mathrm{DC} = 3 : 2$$



ゆえに

$$\mathrm{BD} = \frac{3\sqrt{7}}{5}$$

△ABD に余弦定理を用いて

$$\begin{aligned}\mathrm{AD}^2 &= 3^2 + \left(\frac{3\sqrt{7}}{5}\right)^2 - 2 \cdot 3 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{108}{25}\end{aligned}$$

AD > 0 より

$$\mathrm{AD} = \boldsymbol{\frac{6\sqrt{3}}{5}} \qquad \text{(答)}$$

＜補足＞　～中線定理～

一般に，△ABC において，辺 BC の中点を M とするとき，次の式が成り立つ.

$$\mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2 = 2\left(\mathrm{AM}^2 + \mathrm{BM}^2\right)$$

【2】(1) 仮定より

$$a^2 - a - 2b - 2c = 0 \iff 2(b + c) = a^2 - a \quad \cdots ①$$

また

$$a + 2b - 2c + 3 = 0 \iff 2(b - c) = -a - 3 \quad \cdots ②$$

① + ② および ① − ② より

$$4b = a^2 - 2a - 3 \quad \cdots ③$$

$$4c = a^2 + 3 \quad \cdots ④$$

次に，三角形の成立条件から a のとりうる値の範囲を求める．
a，b，c を 3 辺とする △ABC が存在するための必要十分条件は

$$\begin{aligned} |b - c| < a < b + c &\iff |2(b - c)| < 2a < 2(b + c) \\ &\iff |-a - 3| < 2a < a^2 - a \\ &\iff \begin{cases} |a + 3| < 2a & \cdots ⑤ \\ 2a < a^2 - a & \cdots ⑥ \end{cases} \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} ⑤ &\iff 2a > 0 \text{ かつ } -2a < a + 3 < 2a \\ &\iff a > 0 \text{ かつ } a > -1 \text{ かつ } a > 3 \\ &\iff a > 3 \end{aligned}$$

さらに

$$\begin{aligned} ⑥ &\iff a^2 - 3a > 0 \\ &\iff a < 0,\ 3 < a \end{aligned}$$

であるから，a のとりうる値の範囲は ⑤ かつ ⑥，すなわち

$$a > 3 \quad \cdots ⑦$$

⑦ のもとで，② より

$$2(c - b) = a + 3 > 0 \qquad \therefore\ c > b$$

④ より

$$\begin{aligned} 4(c - a) &= a^2 - 4a + 3 \\ &= (a - 1)(a - 3) > 0 \qquad \therefore\ c > a \end{aligned}$$

よって，$c > a$ かつ $c > b$ が成り立つから，c は最大辺である．［証明終］

(2) (1) より c が最大辺であるから，その対角 C が最大角となる．

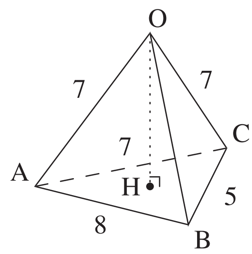
よって，余弦定理より

$$
\begin{aligned}
\cos C &= \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} \\
&= \frac{4a^2+2(b+c)\cdot 2(b-c)}{2a\cdot 4b} \\
&= \frac{4a^2+(a^2-a)(-a-3)}{2a(a^2-2a-3)} \\
&= \frac{-a(a^2-2a-3)}{2a(a^2-2a-3)} \\
&= -\frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

ゆえに，求める最大角の大きさは

$\boldsymbol{C = 120^\circ}$　　(答)

【3】(1) $\triangle$ABC に余弦定理を適用して



$$\cos\theta = \frac{AB^2 + BC^2 - CA^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$$
$$= \frac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 8 \cdot 5}$$
$$= \frac{40}{2 \cdot 8 \cdot 5} = \mathbf{\frac{1}{2}} \qquad \text{(答)}$$

また，$\sin\theta \geqq 0$ より，

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta}$$
$$= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}} \qquad \text{(答)}$$

(2)

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin\theta$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= \mathbf{10\sqrt{3}} \qquad \text{(答)}$$

(3) OA = OB = OC より，O から $\triangle$ABC におろした垂線の足 H は $\triangle$ABC の外心となる．AH の長さは $\triangle$ABC の外接円の半径 R になるので，正弦定理より，

$$2R = \frac{CA}{\sin\theta}$$
$$= \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \qquad \therefore\ AH = R = \mathbf{\frac{7\sqrt{3}}{3}} \qquad \text{(答)}$$

(4) 三平方の定理より，

$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{49 - \frac{49}{3}} = \frac{7\sqrt{6}}{3}$$

よって，三角錐 OABC の体積 V は

$$V = \frac{1}{3} \cdot \triangle ABC \cdot OH$$
$$= \frac{1}{3} \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{7\sqrt{6}}{3}$$
$$= \mathbf{\frac{70\sqrt{2}}{3}} \qquad \text{(答)}$$

【4】球の中心を O とする．
AC=BC，AD=BD より，点 C，D のある位置は，線分 AB を垂直に二等分する面と球面の交わりの円の周上である．(図 1)
さらに，AC=AD より，点 C，D のある位置は図の点 E に対し直線 OE を引き，OE に関して対称になる．
OE と CD の交点を F とする．

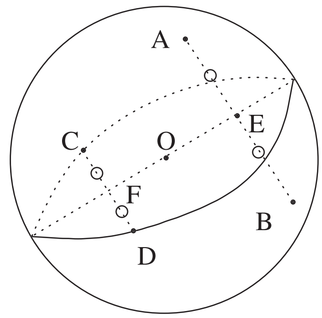


図 1

図 1 の △OAE と図 2 の △OCF において

$$\mathrm{OA} = \mathrm{OC} = r,\ \mathrm{AE} = \mathrm{CF} = \frac{\sqrt{2}}{2},\ \angle\mathrm{OEA} = \angle\mathrm{OFC} = 90^\circ$$

より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle\mathrm{OAE} \equiv \triangle\mathrm{OCF}$$

これより，OE=OF= x とすると，△COF に三平方の定理を用いて

$$x^2 = r^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = r^2 - \frac{1}{2}$$

また，$\cos\angle\mathrm{COF} = \dfrac{x}{r}$ より

$$\cos\angle\mathrm{COE} = \cos(180^\circ - \angle\mathrm{COF}) = -\cos\angle\mathrm{COF} = -\frac{x}{r}$$

△OCE に余弦定理を適用して

$$\begin{aligned}\mathrm{CE}^2 &= x^2 + r^2 - 2\cdot x\cdot r\cdot\cos\angle\mathrm{COE}\\ &= x^2 + r^2 - 2\cdot x\cdot r\cdot\left(-\frac{x}{r}\right)\\ &= 3x^2 + r^2\\ &= 3\left(r^2 - \frac{1}{2}\right) + r^2\\ &= 4r^2 - \frac{3}{2}\end{aligned}$$

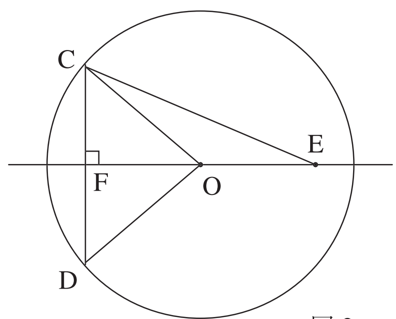


図 2

また，△ACE に三平方の定理を用いて

$$\begin{aligned}\mathrm{AC}^2 &= \mathrm{AE}^2 + \mathrm{CE}^2\\ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 4r^2 - \frac{3}{2}\\ &= 4r^2 - 1 = 5\end{aligned}$$

これより　$4r^2 = 6 \iff r = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

よって，求める r の値は　$r = \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}}{2}}$　(答)

【5】まず，図 1 の △PAQ，△PBQ，△PCQ において

$$h = x\tan\alpha \quad \cdots①$$
$$h = y\tan\beta \quad \cdots②$$
$$h = z\tan\gamma \quad \cdots③$$

次に，図 2 の △ABQ，△ACQ にそれぞれ余弦定理を用いて

$$\cos A = \frac{a^2 + x^2 - y^2}{2ax} = \frac{(a+b)^2 + x^2 - z^2}{2(a+b)x}$$

ゆえに

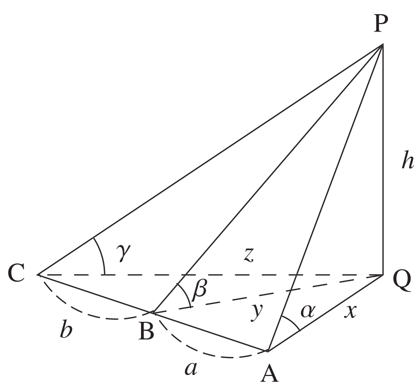
$$\begin{aligned}
& (a+b)(a^2 + x^2 - y^2) = a\{(a+b)^2 + x^2 - z^2\} \\
\iff\ & (a+b)x^2 - (a+b)y^2 + a^2(a+b) = ax^2 - az^2 + a(a+b)^2 \\
\iff\ & bx^2 - (a+b)y^2 + az^2 = a(a+b)\{(a+b) - a\} \\
\iff\ & bx^2 - (a+b)y^2 + az^2 = ab(a+b) \quad \cdots④
\end{aligned}$$

ここで，①〜③ を用いて，x，y，z を消去すると

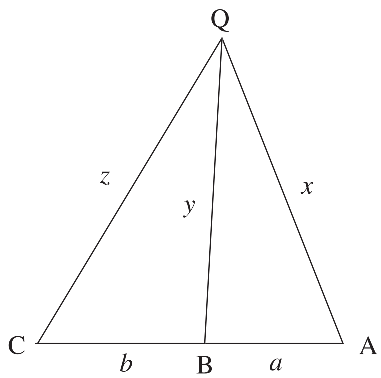
$$\begin{aligned}
& b\left(\frac{h}{\tan\alpha}\right)^2 - (a+b)\left(\frac{h}{\tan\beta}\right)^2 + a\left(\frac{h}{\tan\gamma}\right)^2 = ab(a+b) \\
\iff\ & \left(\frac{b}{\tan^2\alpha} - \frac{a+b}{\tan^2\beta} + \frac{a}{\tan^2\gamma}\right)h^2 = ab(a+b)
\end{aligned}$$

したがって，$h > 0$ より

$$\boldsymbol{h = \sqrt{\dfrac{ab(a+b)}{\dfrac{b}{\tan^2\alpha} - \dfrac{a+b}{\tan^2\beta} + \dfrac{a}{\tan^2\gamma}}}} \quad \text{(答)}$$

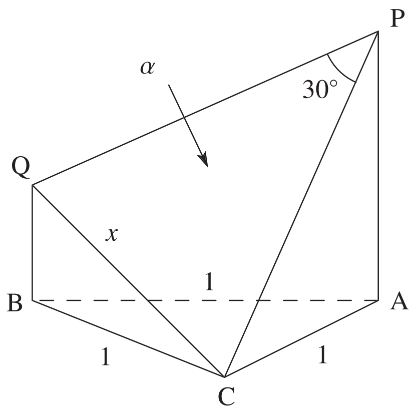


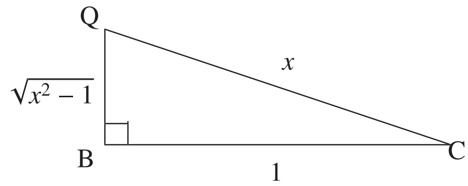
〔図 1〕



〔図 2〕

【6】





〔図 1〕

〔図 2〕

図 1 で CQ= x とおくと，3 平方の定理より

$$\mathrm{QB} = \sqrt{x^2-1}$$

図 3 で Q から AP に下ろした垂線の足を R とおくと，

$$\mathrm{QB} = \mathrm{AR} = \mathrm{RP}, \quad \mathrm{QR} = 1$$

ゆえに図 2，図 3 より

$$\triangle\mathrm{PQR} \equiv \triangle\mathrm{QCB}$$

よって

$$\mathrm{PQ} = \mathrm{QC}$$

すなわち △CPQ は図 4 のような 2 等辺三角形になり，

$$\mathrm{QP} : \mathrm{HP} = 2 : \sqrt{3}$$

である．

図 5 とから

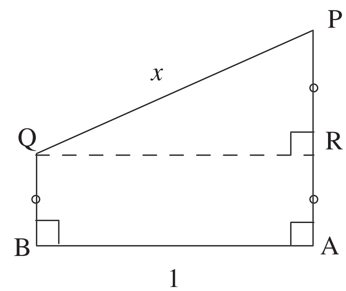
$$x : \frac{\sqrt{4x^2-3}}{2} = 2 : \sqrt{3}$$

$$\iff \quad \sqrt{4x^2-3} = \sqrt{3}x$$

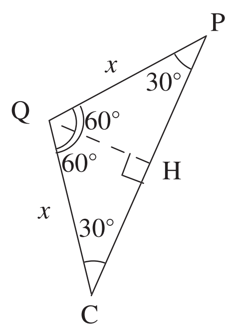
両辺正であるから 2 乗して

$$4x^2 - 3 = 3x^2$$

$$x^2 = 3$$



〔図 3〕



〔図 4〕

ゆえに

$$x = \sqrt{3}$$

このとき，BQ= $\sqrt{3-1} = \sqrt{2}$ であるから，
台形 ABQP の面積 S は

$$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

この台形を立体 V の底面とみると，高さ h は

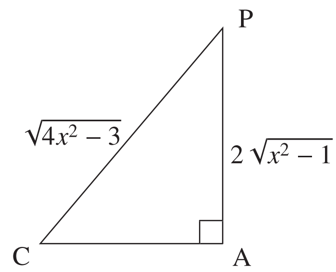
$$h = (\triangle\mathrm{ABC}\text{ における C から線分 AB へ下ろした垂線の長さ})$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

したがって，求める立体 V の体積は

$$\frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \boldsymbol{\frac{\sqrt{6}}{4}} \qquad \text{(答)}$$



〔図 5〕

M1TK

高１数学Ｋ～数学Ⅰ・Ａ総復習～

高１難関大数学Ｋ

Z-KAI

会員番号		氏　名	