M1TK

本科２期９月度

解答

Ｚ会東大進学教室

高１難関大数学Ｋ

１４章　場合の数（１）－順列と組合せ－

問題

【1】A の勝ちを A，B の勝ちを B と表すと以下のようになる．

AAA	BAAA
AABA	BAABA
AABBA	BAABB
AABBB	BABAA
ABAA	BABAB
ABABA	BABB
ABABB	BBAAA
ABBAA	BBAAB
ABBAB	BBAB
ABBB	BBB

【2】(1)　(i) 目の和が 4 の場合

(大, 小) = (3, 1), (2, 2), (1, 3) の 3 通り

(ii) 目の和が 5 の場合

(大, 小) = (4, 1), (3, 2), (2, 3), (1, 4) の 4 通り

(i)，(ii) は同時に起こらないので，目の和が 4 または 5 になる場合の数は，

$3 + 4 =$ **7 通り**　(答)

(2)　(i) 目の和が 4 の場合　3 通り

(ii) 目の和が 3 の場合

(大, 小) = (2, 1), (1, 2) の 2 通り

(iii) 目の和が 2 の場合

(大, 小) = (1, 1) の 1 通り

(i)，(ii)，(iii) は同時に起こらないので，目の和が 4 以下の場合の数は，

$3 + 2 + 1 =$ **6 通り**　(答)

(3) すべての目の出方は，

$6 \times 6 = 36$ (通り)

目の和が 5 以上のものと目の和が 4 以下のものを合わせれば，すべての場合をつくすので，5 以上の場合の数は，

(5 以上の場合の数) = (すべての場合の数) − (4 以下の場合の数)

$= 36 - 6$

$=$ **30 通り**　(答)

(4) (奇数) + (偶数) = (奇数)

(偶数) + (偶数) = (偶数)

(奇数) + (奇数) = (偶数)

であるから，目の和が奇数となる組合せは，

(大, 小) = (奇, 偶), (偶, 奇)

(i) (大, 小) = (奇, 偶) の場合

$3 \times 3 = 9$　　9 通り

(ii) (大, 小) = (偶, 奇) の場合

$3 \times 3 = 9$　　9 通り

(i)，(ii) は同時に起こらないので，

$9 + 9 =$ **18 通り**　　(答)

【3】(1) 百の位には，0 以外の 4 通り.

十の位には，百の位で入れた以外の数字 (0 でもよい) の 4 通り.

一の位には，百の位，十の位で入れた以外の数字の 3 通りの入れ方があるので，積の法則より，

$4 \times 4 \times 3 = 48$　　$\therefore$ **48 通り**　　(答)

(2) 一の位が 0 のとき，百の位，十の位の数字の入れ方は，

$4 \times 3 = 12$

また，一の位が 2 のとき，百の位，十の位の数字の入れ方は，百の位に 0 を入れることができないことに注意して，

$3 \times 3 = 9$

一の位が 4 のときも，一の位が 2 のときと同様に求められる.

したがって，和の法則より，

(偶数) = (一の位が 0) + (一の位が 2) + (一の位が 4)

$= 12 + 9 + 9$

$= 30$　　$\therefore$ **30 通り**　　(答)

＜別解＞

(偶数) =(全体) − (奇数) と考えられる.

奇数になる場合の数を求める.

一の位には，1 か 3 の 2 通り.

百の位には，一の位で入れた数字と 0 以外の 3 通り.

十の位には，一の位，百の位で入れた以外の数字の 3 通りの入れ方があるので，積の法則より，

$2 \times 3 \times 3 = 18$　(通り)

よって，$48 - 18 = 30$　　$\therefore$ **30 通り**　　(答)

(3) 各位の数字の和が 3 の倍数であればよい．3 つの数の和が 3 の倍数になる組は，

$$(0,1,2),\ (0,2,4),\ (1,2,3),\ (2,3,4)$$

$(0,1,2)$，$(0,2,4)$ の組の場合は，百の位に 0 をおけないことに注意して，それぞれ

$$2 \times 2 \times 1 = 4 \quad (\text{通り})$$

$(1,2,3)$，$(2,3,4)$ の組の場合は，

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \quad (\text{通り})$$

の並べ方があるので，

$$4 \times 2 + 6 \times 2 = 20 \qquad \therefore\ \mathbf{20\,通り} \qquad (\text{答})$$

【4】A から B まで最短経路で行くとき，

「東に 6 区画，北に 5 区画」

の合計 11 区画を進むことになる．
そこで，まず東 6 個，北 5 個を並べる並べ方の総数を求めると，

$${}_{11}C_5 = \frac{11!}{6!5!} = 462(\text{通り})$$

となる．

(1) 上と同様にして，A から C に至る最短経路は，

$${}_4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6(\text{通り})$$

C から B に至る最短経路は，

$${}_7C_3 = \frac{7!}{4!3!} = 35(\text{通り})$$

よって，C を通る最短経路の総数は，

$$6 \times 35 = \mathbf{210\,通り} \qquad (\text{答})$$

(2) A から B に至る最短経路は，462 通り．このうち，(1) の場合を除いたものが，求める最短経路の総数であるから，

$$462 - 210 = \mathbf{252\,通り} \qquad (\text{答})$$

(3) (1) と同様にして，A から D のすぐ下に至る最短経路は，

$${}_5C_2 = \frac{5!}{3!2!} = 10(\text{通り})$$

D のすぐ上から B に至る最短経路は，

$${}_5C_2 = \frac{5!}{3!2!} = 10(\text{通り})$$

よって，D を通る最短経路の総数は，

$$10 \times 10 = 100(\text{通り})$$

したがって，(2) と同様に考えて，求める最短経路の総数は，

$462 - 100 =$ **362 通り**　　(答)

【5】(1) 正 8 角形の 8 頂点のうち，2 点を選べばよい．ただし，辺となる 8 本は除くから，

$${}_8C_2 - 8 = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} - 8 = 28 - 8 = \mathbf{20} \qquad (\text{答})$$

(2) 8 頂点のうち，3 点を選べば 3 角形が 1 つ定まるから，

$${}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \mathbf{56} \qquad (\text{答})$$

(3) 2 辺を共有する三角形は，正八角形の 隣り合った 3 頂点によって作られる 2 等辺 3 角形だから，それぞれ A，B，C，D，E，F，G，H を頂角とする 8 個．

また，辺 AB だけを共有する三角形は，

$\triangle$ABD, $\triangle$ABE, $\triangle$ABF, $\triangle$ABG の 4 個．

よって，辺 BC，CD，DE，$\cdots$，HA だけを共有する三角形もそれぞれ 4 個ずつあるので，1 辺だけを共有する三角形は，$4 \cdot 8 = 32$ (個)

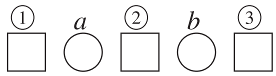
以上より，

$56 - (8 + 32) =$ **16**　　(答)

【6】(1) 女子 2 人を 1 つとみると，並びかたの総数は 4! 通りであり，さらに，そのおのおのについて，2 人の女子の並べ方が 2! 通りあるから，

$4! \times 2! = (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1) = 24 \cdot 2 =$ **48 通り**　　(答)

(2) 男子女子が交互に並ぶ並び方は，右図の □ に男子，◯ に女子を並べればよい．



男子は ①～③ の □ に並べればよいので，

$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ 通り

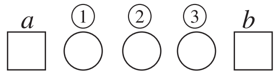
女子は a，b の ◯ に並べればよいので，

$2 \cdot 1 = 2$ 通り

以上より，

$6 \cdot 2 =$ **12 通り**　　(答)

(3) 右図の両端の a, b の □ に男子 3 人のうち 2 人を入れ，①〜③ の ○ に残った男子と 2 人の女子を合わせて 3 人を並べればよいので，



$(3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) = 6 \cdot 6 =$ **36 通り**　　(答)

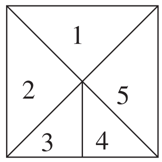
(4) 女子の少なくとも 1 人が端にくる並べ方は，全ての並べ方から両端に男子がくる並べ方を引いたものである．
全ての並べ方は

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

(3) より，

$120 - 36 =$ **84 通り**　　(答)

【7】(1) 5 色を全部使う塗り方は，5 色を 1 列に並べる順列の総数に等しいから



$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$ **120 通り**　　(答)

(2) 4 色で塗り分けるには同じ色を 2 か所に塗ることになる．
同じ色となる領域の塗り方は

(1, 3), (1, 4), (2, 4), (2, 5), (3, 5)

の 5 通りある．あとは，例えば (1, 3), 2, 4, 5 の順に色を塗っていけばよいから

$5 \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) =$ **120 通り**　　(答)

(3) 1 色のみが 1 か所に塗られることになる．この領域が決まれば，4 か所は同じ色となる対に分かれるので，例えば 1, (2, 4), (3, 5) という順に色を塗っていけばよい．

$5 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) =$ **30 通り**　　(答)

【8】題意より、どの数字も 2 つ以上含まれるような順列を求めればよい．含まれる数字の組合せは

①(a, a, a, a, a, a)
②(a, a, a, a, b, b)
③(a, a, a, b, b, b)
④(a, a, b, b, c, c)

の 4 通りある．a，b，c の選び方については，

①の場合　n 通り
②の場合　${}_n\mathrm{P}_2$ 通り
③の場合　${}_n\mathrm{C}_2$ 通り
④の場合　${}_n\mathrm{C}_3$ 通り

であり，これらの組合せそれぞれについて，順列は

①の場合　1 通り
②の場合　${}_6\mathrm{C}_2$ 通り
③の場合　${}_6\mathrm{C}_3$ 通り
④の場合　${}_6\mathrm{C}_2 \cdot {}_4\mathrm{C}_2$ 通り

である．
以上より，求める順列の個数は

$$\begin{aligned} & n \cdot 1 + {}_n\mathrm{P}_2 \cdot {}_6\mathrm{C}_2 + {}_n\mathrm{C}_2 \cdot {}_6\mathrm{C}_3 + {}_n\mathrm{C}_3 \cdot {}_6\mathrm{C}_2 \cdot {}_4\mathrm{C}_2 \\ &= n \cdot 1 + n(n-1) \cdot 15 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 20 + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \cdot 15 \cdot 6 \\ &= \boldsymbol{15n^3 - 20n^2 + 6n} \qquad (\text{答}) \end{aligned}$$

【9】各位に 1，2，3 のいずれかが入るから，整数は全部で

3^n 個

できる．このうち，

(i) 1 種類の数しか使われないものは，

3 個

(ii) 1 種類の数だけが使われないものは，

1，2，3 のどれが除かれるかで 3 通り．

2 種類の数を並べて n 桁の数を作って

2^n 個

このうち 1 種類の数しか用いられないものが 2 通り存在するから，求める整数の個数は

$3 \cdot (2^n - 2)$ 個

以上より，求める整数の個数は

$3^n - 3 - 3 \cdot (2^n - 2) = \boldsymbol{3^n - 3 \cdot 2^n + 3}$ **個**　　(答)

添削課題

【1】(1) 大きいサイコロの目が a，小さいサイコロの目が b がであることを $(a,\ b)$ と表すことにすると，目の和が 8 になるのは，

$$(2,\ 6),\ (3,\ 5),\ (4,\ 4),\ (5,\ 3),\ (6,\ 2)$$

の **5 通り**　　(答)

(2) (1) と同様に考えて，目の積が 20 以上であるのは，

$$(4,\ 5),\ (4,\ 6),\ (5,\ 4),\ (5,\ 5)$$
$$(5,\ 6),\ (6,\ 4),\ (6,\ 5),\ (6,\ 6)$$

の **8 通り**　　(答)

(3) 目の出方が全部で $6 \times 6 = 36$ (通り) であることを用いると，(2) をみたさない場合の数を求めればよいから，

$36 - 8 = 28$　　$\therefore$ **28 通り**　　(答)

【2】(1) 千の位には，0 以外の 3 通り．

百の位には，千の位で入れた以外の数字 (0 でもよい) の 3 通り．

十の位には，千の位，百の位で入れた以外の数字 (0 でもよい) の 2 通り．

一の位には，千の位，百の位，十の位で入れた以外の数字の 1 通り．

よって，積の法則より，

$3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$　　$\therefore$ **18 通り**　　(答)

(2) 千の位には，0 以外の 3 通り．

一の位から百の位まではそれぞれ 4 通り．

$3 \times 4 \times 4 \times 4 = 192$　　$\therefore$ **192 通り**　　(答)

【3】(1)

$$ {}_{12}C_4 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495 \qquad \therefore\ \textbf{495 通り} \qquad (答) $$

(2)

$$ {}_{10}C_7 = {}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120 \qquad \therefore\ \textbf{120 通り} \qquad (答) $$

【4】(1) 女子 3 人を 1 人とみて，$5 + 1 = 6$ 人の並べ方を考えて，

$$ 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720\ (通り) $$

また，女子 3 人の並べ方は，

$$ 3 \times 2 \times 1 = 6\ (通り) $$

だから，積の法則より，

$$ 720 \times 6 = 4320 \qquad \therefore\ \textbf{4320 通り} \qquad (答) $$

(2) 両端の男子の並び方は，

$$ 5 \times 4 = 20\ (通り) $$

残りの 6 人の並べ方は，

$$ 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720\ (通り) $$

だから，積の法則より，

$$ 20 \times 720 = 14400 \qquad \therefore\ \textbf{14400 通り} \qquad (答) $$

(3) すべての並び方から，(2) の場合を除けばよい．

$$ 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 - 14400 = 25920 \qquad \therefore\ \textbf{25920 通り} \qquad (答) $$

(4) 男子の並べ方は，

$$ 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120\ (通り) $$

女子の並べ方は，下図の ①〜⑥ のうち 3 箇所に女子を入れればよい．

①	男	②	男	③	男	④	男	⑤	男	⑥

$$ 6 \times 5 \times 4 = 120\ (通り) $$

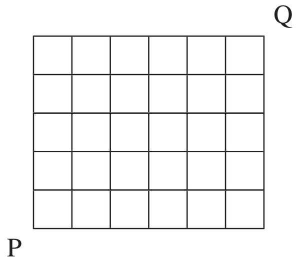
よって，積の法則より，

$$ 120 \times 120 = 14400 \qquad \therefore\ \textbf{14400 通り} \qquad (答) $$

【5】すべての経路は，6 個の「右」と 5 個の「上」を並べる並べ方なので，

$$
{}_{11}C_5 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}
$$

$= \mathbf{462}$ **通り**　　(答)



１５章　場合の数（２）ーいろいろな順列ー

問題

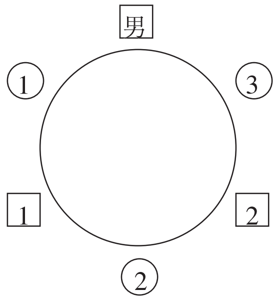
【1】(1) 女子 3 人をひとまとめにし，男子 3 人とあわせて $1+3=4$ (個) の円形に並べると考える．さらに，女子 3 人の並び方を考えればよい．

$$(4-1)! \times (3 \cdot 2 \cdot 1) = 6 \times 6 = 36 \qquad \therefore\ \textbf{36 通り} \qquad \text{(答)}$$

(2) 右の図のように，男子を 1 人固定し，$\boxed{1}$, $\boxed{2}$ に残りの男子，①〜③に女子を並べればよい．

$$(2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 2 \times 6 = 12$$

$\therefore$ **12 通り**　　(答)



【2】(1) 7 個の数字の並べ方は，$\dfrac{7!}{3!2!}$ 通り．

このうち，最高位の数字が 0 になるものは $\dfrac{6!}{3!2!}$ 通り．

ゆえに求める場合の数は

$$\begin{aligned}\frac{7!}{3!2!} - \frac{6!}{3!2!} &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} - \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 420 - 60 \\ &= \textbf{360 通り} \qquad \text{(答)}\end{aligned}$$

(2) 1 の位が 0 になる数は，

$$\frac{6!}{3!2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 60 \text{ 通り}.$$

1 の位が 2 になる数は，上 1 桁が 0 にならないように注意して，

$$\begin{aligned}\frac{6!}{2!2!} - \frac{5!}{2!2!} &= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} - \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 180 - 30 \\ &= 150 \text{ 通り}.\end{aligned}$$

以上より，偶数は全部で

$$60 + 150 = \textbf{210 通り} \qquad \text{(答)}$$

【3】(1) S と S，C と C，E と E をそれぞれひとまとめとして，異なる 5 個の文字を 1 列に並べると考えて

$$5! = \mathbf{120} \text{ 通り} \quad (答)$$

(2) S と S，C と C をそれぞれひとまとめとして，同じ文字を 2 個含む 6 個の文字を 1 列に並べた順列の総数は

$$\frac{6!}{2!} = 360(\text{通り})$$

ここから (1) で求めた 120 通りを除けばよいから，

$$360 - 120 = \mathbf{240} \text{ 通り} \quad (答)$$

(3) S と S をひとまとめとして，C と E を 2 個ずつ含む 7 個の文字を 1 列に並べると，

$$\frac{7!}{2!2!} = 1260(\text{通り})$$

ここから (1) の 3 組とも隣り合う場合と，(2) の E と E が隣り合っていない場合，および C と C が隣り合っていない場合を除けばよいから，

$$1260 - 120 - 240 \times 2 = \mathbf{660} \text{ 通り} \quad (答)$$

(4) 同じ文字を 2 個ずつ 3 組含む 8 個の文字を 1 列に並べると，

$$\frac{8!}{2!2!2!} = 5040(\text{通り})$$

ここから 3 組とも隣り合う場合と，2 組だけが隣り合う場合と，1 組だけが隣り合う場合を除けばよいから，

$$5040 - 120 - 240 \times 3 - 660 \times 3 = \mathbf{2220} \text{ 通り} \quad (答)$$

【4】(1) 求める組の個数は，4 つの ○ と 2 本の | を 1 列に並べる順列の個数に等しいから，

$${}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = \mathbf{15} \text{ 通り} \quad (答)$$

(2) $x = X + 1$，$y = Y + 1$，$z = Z + 1$ とすると，$X + Y + Z = 5$ で，X，Y，Z は負でない整数となるので，(1) と同様にして，

$${}_7C_5 = {}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = \mathbf{21} \text{ 通り} \quad (答)$$

【5】取り出す数字の組合せは

(i) (1, 1, 2, 2, 3)
(ii) (1, 1, 2, 3, 3)
(iii) (1, 1, 3, 3, 3)
(iv) (1, 2, 2, 3, 3)
(v) (1, 2, 3, 3, 3)
(vi) (2, 2, 3, 3, 3)

の 6 通り．このそれぞれについて，並べ方は

(i) $\dfrac{5!}{2!2!}$ 通り
(ii) $\dfrac{5!}{2!2!}$ 通り
(iii) $\dfrac{5!}{2!3!}$ 通り
(iv) $\dfrac{5!}{2!2!}$ 通り
(v) $\dfrac{5!}{3!}$ 通り
(vi) $\dfrac{5!}{2!3!}$ 通り

以上より，

$$\begin{aligned}
&\frac{5!}{2!3!}\times 2+\frac{5!}{2!2!}\times 3+\frac{5!}{3!}\\
&=\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\times 3\cdot 2\cdot 1}\times 2+\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\times 2\cdot 1}\times 3+\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1}\\
&=20+90+20\\
&=\mathbf{130}\ \text{通り}
\end{aligned}$$

(答)

【6】(1) 12 冊から 5 冊を選ぶ方法は

$${}_{12}C_5 \quad \text{通り}$$

残り 7 冊から 4 冊を選ぶ方法は

$${}_7C_4 \quad \text{通り}$$

残り 3 冊は 1 通りに決まるから，求める場合の数は

$$\begin{aligned}
{}_{12}C_5 \cdot {}_7C_4 &= {}_{12}C_5 \cdot {}_7C_3 \\
&= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \\
&= 792 \cdot 35 \\
&= \mathbf{27720} \ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}
\end{aligned}$$

(2) 12 冊から 4 冊を選んで 1 人目の子供に与える方法は

$${}_{12}C_4 \quad \text{通り}$$

残り 8 冊から 4 冊を選んで 2 人目の子供に与える方法は

$${}_8C_4 \quad \text{通り}$$

残った 4 冊を 3 人目に与えればよいから，求める場合の数は

$$\begin{aligned}
{}_{12}C_4 \cdot {}_8C_4 &= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\
&= 495 \cdot 70 \\
&= \mathbf{34650} \ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}
\end{aligned}$$

(3) A,B,C の 3 組に分けた場合は，(2) と同様に考えて，

$${}_{12}C_4 \cdot {}_8C_4 \quad \text{通り}$$

である．組に区別をつけない場合，この数え方は，A,B,C の並べかえの 3! 通りずつ同じものを重複して数えている．

$$\therefore \ \frac{{}_{12}C_4 \cdot {}_8C_4}{3!} = \frac{34650}{3!} = \mathbf{5775} \ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}$$

(4) 8 冊，2 冊，2 冊のうち，2 組の 2 冊には区別がないので，(3) と同様の考え方により，

$$\begin{aligned}
\frac{{}_{12}C_8 \cdot {}_4C_2}{2!} &= \frac{{}_{12}C_4 \cdot {}_4C_2}{2!} \\
&= \frac{495 \cdot 6}{2} \\
&= \mathbf{1485} \ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}
\end{aligned}$$

【7】黒玉を固定して考える．

このとき，白玉 4 個，赤玉 6 個の計 10 個を並べてできる順列の総数は，

$$\frac{10!}{4!6!}=210(\text{通り})\quad \cdots ①$$

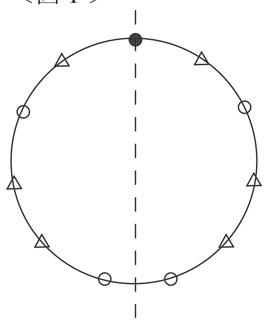
この順列の総数には，黒玉を通る直径に対して対称である場合（裏返しても同じ並べ方となる場合）と対称でない場合（裏返すと別の並べ方となる場合）がある．

(i) 黒玉を通る直径に関して対称である場合

裏返しても同じ並べ方となるので，この並べ方の総数は，片側にある白玉 2 個，赤玉 3 個の計 5 個を並べてできる順列の総数に等しい．

$$\therefore\ \frac{5!}{2!3!}=10(\text{通り})$$

＜図 1 ＞

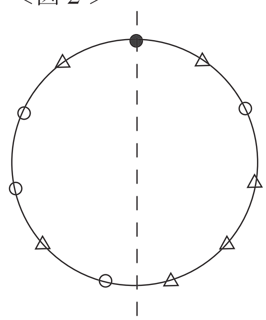


(ii) 黒玉を通る直径に関して対称でない場合

裏返すと別の並べ方となるが，これらは同じネックレスを表す．したがって，この場合の並べ方の総数は，① および (i) より，

$$\therefore\ \frac{210-10}{2}=100\ (\text{通り})$$

＜図 2 ＞



以上 (i)(ii) より，求めるネックレスのつくり方の総数は，

$10+100=$ **110 通り**　　(答)

【8】(1) e，n を両端に入れ，残りの 6 文字をその間に並べればよい．e，n の入れ替えも考えて

$$2 \cdot 6! = \mathbf{1440}\ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}$$

(2) 全ての並べ方は，8! 通り．

そのうち q，a がとなり合っているものは，この 2 文字をひとまとまりとみて（入れ替えも考えて）

$$2 \cdot 7!\ \text{通り}$$

ゆえに求める個数は

$$8! - 2 \cdot 7! = (8-2) \cdot 7! = \mathbf{30240}\ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}$$

(3) まず，e，q，u，a，◯，◯，◯，◯ を 1 列に並べる．そして，4 つの ◯ に t，i，o，n をこの順に入れると考えて

$$\frac{8!}{4!} = \mathbf{1680}\ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}$$

【9】x_i（$i = 1, 2, \cdots, 29$）は 1，2，3 が小さい順にいくつかずつ並んだ順列である．その順列の総数は，29 個の ◯ と 2 本の | を 1 列に並べた順列の総数と同じであるから，求める順列の総数は

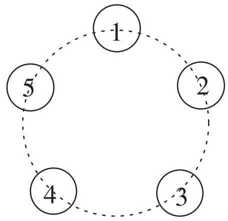
$$\frac{31!}{29! \cdot 2!} = \frac{31 \cdot 30}{2} = \mathbf{465}\ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}$$

添削課題

【1】(1) 6 個の異なるものを並べる円順列であるから,

$$\frac{6!}{6} = \mathbf{120}\ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}$$

(2) 右図の ① に A を固定して，もう 1 つの A の置く場所を考える.



② と ⑤ に A を置くこと，③ と ④ に A を置くことは，回転を考えると同じ置き方と考えられるので，② に置く場合と，③ に置く場合に分けて考える.

② に置く場合も ③ に置く場合も，残りの B，C，D の置き方は，$3! = 6$ 通りなので，求める場合の数は,

$$2 \times 3! = \mathbf{12}\ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}$$

【2】(1) 残りの 5 つの数字を並べるが，0 が 2 個あることに注意すると

$$\frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 60 \qquad \therefore\ \mathbf{60}\ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}$$

(2) 残りの 5 つの数字を並べるが，0，1 がそれぞれ 2 個あることに注意すると

$$\frac{5!}{2!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 30 \qquad \therefore\ \mathbf{30}\ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}$$

(3) 3 が先頭にくるものは．(2) 同様に考えられるので，30 通り．先頭に 0 がくることはないので，和の法則より，全部の並べ方は,

$$60 + 30 + 30 = 120 \qquad \therefore\ \mathbf{120}\ \textbf{通り} \qquad \text{(答)}$$

【3】(1) Aに分ける分け方は，${}_6C_2 = 15$ 通り

Bに分ける分け方は，${}_4C_2 = 6$ 通り

残りをCに分ければよいので，分け方は，

$15 \times 6 = \mathbf{90}$ **通り**　　(答)

(2) (1) における 3! 通りの分け方が 1 通りになることを考えて，

$\dfrac{90}{3!} = \mathbf{15}$ **通り**　　(答)

(3) 6個のりんごをA，B，Cの3人に分ける分け方は，6個の○と2本の｜を一列に並べる並べ方と1対1に対応するので，

${}_8C_2 = \mathbf{28}$ **通り**　　(答)

(4) A，B，Cに1個ずつ分けてから，残りの3個を分ける．
(3) と同様にすれば，

${}_5C_2 = \mathbf{10}$ **通り**　　(答)

(5) りんごの分け方は，A，B，Cの3通り

みかんの分け方は，A，B，Cの3通り

$\vdots$

ももの分け方は，A，B，Cの3通り

となるので，積の法則より，

$3^6 = \mathbf{729}$ **通り**　　(答)

(6) 全ての果物がA，Bのみ，B，Cのみ，C，Aのみに分けられる分け方は，それぞれ

$2^6 = 64$ (通り)

ずつであり，また，すべての果物がAのみ，Bのみ，Cのみに分けられる分け方は，それぞれ1通りずつである．
よって，全ての果物が1人のみ，または2人のみに分けられる分け方は，

$\left(2^6 - 2\right) \times 3 + 1 \times 3 = 189$ 通り

これと (5) とから，3人とも少なくとも1個はもらうような分け方は，

$729 - 189 = \mathbf{540}$ **通り**　　(答)

問題

【1】(1) 7 個中，5 個が赤球だから，$\mathbf{\dfrac{5}{7}}$　**(答)**

(2) 7 個から 2 個取り出す場合の数は，${}_7C_2$ 通り．
赤球 5 個から 2 個取り出す場合の数は，${}_5C_2$ 通り．

$$\text{よって，}\quad \frac{{}_5C_2}{{}_7C_2} = \frac{\dfrac{5\times4}{2\times1}}{\dfrac{7\times6}{2\times1}} = \mathbf{\frac{10}{21}} \qquad \text{(答)}$$

(3) 赤球 5 個から 1 個，白球 2 個から 1 個取り出す場合の数は，

${}_5C_1 \times {}_2C_1$ 通り．

$$\text{よって，}\quad \frac{{}_5C_1 \times {}_2C_1}{{}_7C_2} = \frac{\dfrac{5}{1}\times\dfrac{2}{1}}{\dfrac{7\times6}{2\times1}} = \mathbf{\frac{10}{21}} \qquad \text{(答)}$$

(4) 3 個とも赤球になる確率を求めればよい．
7 個から 3 個取り出す場合の数は，${}_7C_3$ 通り．
赤球 5 個から 3 個取り出す場合の数は，${}_5C_3$ 通り．

$$\text{よって，}\quad \frac{{}_5C_3}{{}_7C_3} = \frac{\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}}{\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}} = \mathbf{\frac{2}{7}} \qquad \text{(答)}$$

【2】A 君が当たる確率は，

$$\mathbf{\frac{3}{10}} \qquad \text{(答)}$$

また，A 君が当たって，B 君も当たる確率は，

$$\frac{{}_3P_2}{{}_{10}P_2} = \frac{3\times2}{10\times9} = \frac{1}{15}$$

A 君がはずれて，B 君が当たる確率は，

$$\frac{7\times3}{{}_{10}P_2} = \frac{7\times3}{10\times9} = \frac{7}{30}$$

これらの事象は互いに排反であるから，B 君が当たる確率は，

$$\frac{1}{15} + \frac{7}{30} = \mathbf{\frac{3}{10}} \qquad \text{(答)}$$

【3】○か×のつけ方は全部で 2^5 通り．

(1) 5 問とも正解である解答のしかたは 1 通り．
したがって，求める確率は，

$$\frac{1}{2^5}=\mathbf{\frac{1}{32}}\qquad(答)$$

(2) 5 問のうち，どの 3 問を正解するかを考え，正解のしかたは，${}_5C_3$ 通り．
したがって，求める確率は，

$$\frac{{}_5C_3}{2^5}=\frac{{}_5C_2}{2^5}=\frac{\frac{5\times4}{2\times1}}{2^5}=\frac{10}{32}=\mathbf{\frac{5}{16}}\qquad(答)$$

(3) 5 問のうち，4 問正解する確率は，(2) と同様に考えて，

$$\frac{{}_5C_4}{2^5}=\frac{{}_5C_1}{2^5}=\frac{\frac{5}{1}}{2^5}=\frac{5}{32}$$

「3 問正解する」事象と，「4 問正解する」事象と，「5 問正解する」事象はそれぞれ互いに排反だから，求める確率は，

$$\frac{5}{16}+\frac{5}{32}+\frac{1}{32}=\mathbf{\frac{1}{2}}\qquad(答)$$

(4) 「少なくとも 1 問，正解がある」ことの余事象は，「1 問も正解しない」ということであり，1 問も正解しない場合の数は，1 通りであるから，求める確率は，

$$1-\frac{1}{2^5}=\mathbf{\frac{31}{32}}\qquad(答)$$

【4】赤球 6 個，白球 4 個の合計 10 個の中から，4 個を取り出す場合の数は，${}_{10}C_4$ 通り．

(1) 4 個とも赤球である確率は，

$$\frac{{}_6C_4}{{}_{10}C_4} = \frac{\dfrac{6\times5\times4\times3}{4\times3\times2\times1}}{\dfrac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}} = \frac{1}{14}$$

4 個とも白球である確率は，

$$\frac{{}_4C_4}{{}_{10}C_4} = \frac{1}{\dfrac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}} = \frac{1}{210}$$

「4 個とも赤球」と「4 個とも白球」は互いに排反だから，求める確率は，

$$\frac{1}{14} + \frac{1}{210} = \mathbf{\frac{8}{105}} \qquad \text{(答)}$$

(2) 赤球 3 個，白球 1 個である確率は，

$$\frac{{}_6C_3 \times {}_4C_1}{{}_{10}C_4} = \frac{\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}\times\dfrac{4}{1}}{\dfrac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}} = \frac{8}{21}$$

「4 個とも赤球」と「赤球 3 個と白球 1 個」は互いに排反だから，求める確率は，

$$\frac{1}{14} + \frac{8}{21} = \mathbf{\frac{19}{42}} \qquad \text{(答)}$$

(3) 「少なくとも白球が 1 個出る」の余事象は「4 個とも赤球」だから，求める確率は，

$$1 - \frac{1}{14} = \mathbf{\frac{13}{14}} \qquad \text{(答)}$$

【5】全ての場合の数は，$_{20}C_2 = \dfrac{20 \cdot 19}{2 \cdot 1} = 190$ 通り

(1) 3 の倍数のカードは 3，6，9，12，15，18 の 6 枚あるので，求める確率は

$$\frac{_6C_2}{190} = \mathbf{\frac{3}{38}} \quad \textbf{(答)}$$

(2) 7 の倍数のカードは 7，14 の 2 枚．余事象を考えて

$$1 - \frac{_{18}C_2}{190} = 1 - \frac{153}{190}$$
$$= \mathbf{\frac{37}{190}} \quad \textbf{(答)}$$

(3) $21 = 3 \cdot 7$ であり，1 から 20 までの整数の中に 3 と 7 の公倍数がないことから，題意をみたすためには，

3 の倍数のカードと 7 の倍数のカードを 1 枚ずつ

取り出せばよい．

求める確率は

$$\frac{_6C_1 \cdot {_2C_1}}{190} = \mathbf{\frac{6}{95}} \quad \textbf{(答)}$$

(4) $15 = 3 \cdot 5$ であり，1 から 20 までの整数の中に 3 と 5 の公倍数 15 があるから，題意をみたすためには

(i) 2 枚のカードの中に 15 が含まれる

(ii) 15 以外の 3 の倍数と 15 以外の 5 の倍数のカードを 1 枚ずつ取り出す

のいずれかであればよい．

(i) の起こる確率は

$$\frac{_1C_1 \cdot {_{19}C_1}}{190} = \frac{19}{190}$$

(ii) の起こる確率は，15 を除く 5 の倍数のカードが 5，10，20 の 3 枚であることを考えて

$$\frac{_5C_1 \cdot {_3C_1}}{190} = \frac{15}{190}$$

(i)，(ii) は互いに排反なので，求める確率は

$$\frac{19}{190} + \frac{15}{190} = \mathbf{\frac{17}{95}} \quad \textbf{(答)}$$

【6】目の出方は $6^2 = 36$ 通りで，これらは同様に確からしい．

(1) 2 つの目が異なるのは

$$6 \cdot 5 \text{ 通り}.$$

ゆえに求める確率は

$$\frac{6 \cdot 5}{36} = \mathbf{\frac{5}{6}} \qquad \text{(答)}$$

(2) 2 つの目の和は次の表のようになる．

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

和が 7 となるのは表より 6 通り．ゆえに求める確率は

$$\frac{6}{36} = \mathbf{\frac{1}{6}} \qquad \text{(答)}$$

(3) 2 つの目の最小値は次の表のようになる．

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

最小値が 3 以上となるのは，表より $4^2 = 16$ 通り．ゆえに求める確率は

$$\frac{16}{36} = \mathbf{\frac{4}{9}} \qquad \text{(答)}$$

(4) 上の表より

$$\mathbf{\frac{7}{36}} \qquad \text{(答)}$$

【7】3 人の手の出し方は，3^3 (通り)

(1) 3 人とも異なる手を出す場合の数は，3! 通り．

3 人とも同じ手を出す場合の数は，3 通り．

したがって，

$$\frac{3!+3}{3^3} = \frac{3\times2\times1+3}{3\times3\times3} = \mathbf{\frac{1}{3}} \qquad \textbf{(答)}$$

(2) 3 人の出す手を (A, B, C) とすると，A だけが勝つのは，

(グー, チョキ, チョキ), (チョキ, パー, パー), (パー, グー, グー) の 3 通り．

したがって，$\dfrac{3}{3^3} = \mathbf{\dfrac{1}{9}}$ **(答)**

(3) A だけが勝つのは，(2) より，3 通り．

A と B が勝つのは，

(グー, グー, チョキ), (チョキ, チョキ, パー), (パー, パー, グー) の 3 通り．

A と C が勝つのも同様に 3 通り．

したがって，$\dfrac{3\times3}{3^3} = \mathbf{\dfrac{1}{3}}$ **(答)**

(4) B だけが負けるのは，

(グー, チョキ, グー), (チョキ, パー, チョキ), (パー, グー, パー) の 3 通り．

したがって，$\dfrac{3}{3^3} = \mathbf{\dfrac{1}{9}}$ **(答)**

【8】AからBまで行く場合の数の総数は，(北) を5個，(東) を7個の合計12個を1列に並べると考えて，

$$\frac{12!}{5!7!} = 792 \text{ (通り)}$$

(1) AからPまで行く場合の数は，(北) を2個，(東) を3個の合計5個を1列に並べると考えて，

$$\frac{5!}{2!3!} = 10 \text{ (通り)}$$

続いてPからBまで行く場合の数は，(北) を3個，(東) を4個の合計7個を1列に並べると考えて，

$$\frac{7!}{3!4!} = 35 \text{ (通り)}$$

したがって，求める確率は，

$$\frac{10\times 35}{792} = \mathbf{\frac{175}{396}} \qquad \text{(答)}$$

(2) Q地点を通る場合の数は，(1) と同様に考えて，

$$\frac{8!}{5!3!}\times\frac{4!}{2!2!} = 336 \text{ (通り)}$$

また，P地点とQ地点を通る場合の数は，

$$\frac{5!}{2!3!}\times\frac{3!}{1!2!}\times\frac{4!}{2!2!} = 180 \text{ (通り)}$$

よって，

$$\frac{350}{792}+\frac{336}{792}-\frac{180}{792} = \frac{506}{792} = \mathbf{\frac{23}{36}} \qquad \text{(答)}$$

(3) (2) の余事象だから，

$$1-\frac{23}{36} = \mathbf{\frac{13}{36}} \qquad \text{(答)}$$

【9】9 枚のカードをすべて区別して考えると，3 枚とって 1 列に並べる順列の総数は ${}_9P_3$ 通り．これらは同様に確からしい．

そのうち，

(i) 2 の倍数であるものは，

1 の位が 2

であるから，1 の位の選び方が 3 通り，そのそれぞれに対して 100 の位，10 の位の選び方が $8 \cdot 7$ 通り．

以上より，2 の倍数は

$3 \cdot 8 \cdot 7$ 通り．

(ii) 3 の倍数であり 2 の倍数でないものは，

各位の数の和が 3 の倍数である奇数

である．和が 3 の倍数となる 3 つの数字の選び方は

$(1,\ 1,\ 1)$ $\cdots$①，　$(1,\ 2,\ 3)$ $\cdots$②，　$(2,\ 2,\ 2)$ $\cdots$③

である．

① のとき．

4 つの異なるものから 3 つ選んで 1 列に並べるから

${}_4P_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2$ 通り．

② のとき．

1 の位が 1 のとき，100 の位と 10 の位に 2 と 3 が 1 つずつ入るから，10 の位と 100 の位の入れ替えも考えて

$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$ 通り．

1 の位が 3 のとき，100 の位，10 の位に 2 と 1 が 1 つずつ入るから，10 の位と 100 の位の入れ替えも考えて

$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2$ 通り．

③ のとき．3 桁の整数が奇数とはならない．

以上より，求める確率は

$$\frac{3 \cdot 8 \cdot 7 + 4 \cdot 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{7+1+4}{3 \cdot 7} = \mathbf{\frac{4}{7}} \qquad \text{(答)}$$

【10】2 人を X，Y とし，X の勝ちを○，負けまたはあいこを●で表す．

1 回のじゃんけんにおける 2 人の手の出し方は $3^2=9$ 通りであり，そのうち X の 3 つの手に対して，それぞれ X が勝つような Y の手は 1 つであるから，○，●が起こる場合の数はそれぞれ

3 通り，　6 通り

である．

(1) 3 回のじゃんけんにおける手の出し方の総数は 9^3 通り．これらは同様に確からしい．

X が優勝するのは

○○○

のときのみであるから，これが起こる場合の数は

3^3通り．

Y が優勝する場合の数も同数あるから，求める確率は

$$\frac{2\cdot 3^3}{9^3}=\mathbf{\frac{2}{27}}\qquad \text{(答)}$$

(2) 4 回のじゃんけんにおける手の出し方の総数は 9^4 通り．これらは同様に確からしい．

X が優勝するのは

(○，○，● ←順番任意) ○

のときである．1 回目から 3 回目の○○●の並べ方は ${}_3C_1=3$ 通り．そのそれぞれについて，手の出し方は

$3^2\cdot 6\cdot 3$ 通り．

Y が優勝する場合の数も同数あるから，求める確率は

$$\frac{2\cdot {}_3C_1\cdot 3^3\cdot 6}{9^4}=\mathbf{\frac{4}{27}}\qquad \text{(答)}$$

(3) 5 回のじゃんけんにおける手の出し方の総数は 9^5 通り．これらは同様に確からしい．

X が優勝するのは

(○，○，●，● ←順番任意) ○

のときである．1 回目から 4 回目の○○●●の並べ方は ${}_4C_2=6$ 通り．そのそれぞれについて，手の出し方は

$3^2\cdot 6^2\cdot 3$ 通り．

Y が優勝する場合の数も同数あるから，求める確率は

$$\frac{2\cdot {}_4C_2\cdot 3^3\cdot 6^2}{9^5}=\mathbf{\frac{16}{81}}\qquad \text{(答)}$$

＜別解＞

2 人を X，Y とし，X の勝ちを○，負けまたはあいこを●で表す．

X のどの手に対しても，X が勝つような Y の手は 1 つであるから，○，●が起こる確率はそれぞれ

$$\frac{1}{3},\quad \frac{2}{3}$$

である．

(1) 3 回で X が優勝する場合は

○○○

の 1 通り．これが起こる確率は $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$．Y が優勝する確率も等しいから，求める確率は

$$\left(\frac{1}{27}\right)\cdot 2 = \boldsymbol{\frac{2}{27}} \qquad \text{(答)}$$

(2) 4 回目で X が優勝する場合は

(○，○，● ←順番任意) ○

である．1 回目から 3 回目の○○●の並べ方は ${}_3C_1 = 3$ 通り．ゆえに確率は

$$3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3} = \frac{2}{27}$$

Y が優勝する確率も等しいから，求める確率は

$$2\cdot\frac{2}{27} = \boldsymbol{\frac{4}{27}} \qquad \text{(答)}$$

(3) 5 回目で X が優勝する場合は

(○，○，●，● ←順番任意) ○

である．1 回目から 4 回目の○○●●の並べ方は ${}_4C_2 = 6$ 通り．ゆえに確率は

$$6\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{3} = \frac{8}{81}$$

Y が優勝する確率も等しいから，求める確率は

$$2\cdot\frac{8}{81} = \boldsymbol{\frac{16}{81}} \qquad \text{(答)}$$

添削課題

【1】(1) 目の出かたは，$6^2 = 36$ (通り)．同じ目の出る場合の数は，

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

の 6 通り．よって，$\dfrac{6}{36} = \mathbf{\dfrac{1}{6}}$　(答)

(2) 出る目の和が 6 になる場合の数は，

(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)

の 5 通り．よって，$\mathbf{\dfrac{5}{36}}$　(答)

(3) 出る目の和が 9 以上になる場合の数は，

(3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5),
(5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

の 10 通り．よって，$\dfrac{10}{36} = \mathbf{\dfrac{5}{18}}$　(答)

【2】(1) 合計 $3 + 2 + 1 = 6$(個) のうち，白球は 2 個だから，$\dfrac{2}{6} = \mathbf{\dfrac{1}{3}}$　(答)

(2) 6 個から 2 個取り出す場合の数は ${}_6C_2$ 通り．また，赤球 3 個から 2 個取り出す場合の数は ${}_3C_2$ 通り．よって，

$$\frac{{}_3C_2}{{}_6C_2} = \frac{\frac{3\times 2}{2\times 1}}{\frac{6\times 5}{2\times 1}} = \mathbf{\frac{1}{5}} \quad \text{(答)}$$

(3) 2 個とも赤球であるか，2 個とも白球であるか，である．白球 2 個から 2 個取り出す場合は，${}_2C_2$ 通り．よって，

$$\frac{{}_3C_2 + {}_2C_2}{{}_6C_2} = \frac{\frac{3\times 2}{2\times 1} + \frac{2\times 1}{2\times 1}}{\frac{6\times 5}{2\times 1}} = \frac{3+1}{15} = \mathbf{\frac{4}{15}} \quad \text{(答)}$$

(4) 6 個から 3 個取り出す場合の数は ${}_6C_3$ 通り．赤球 1 個，白球 1 個，青球 1 個を取り出す場合の数は ${}_3C_1 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1$ 通り．よって，

$$\frac{{}_3C_1 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1}{{}_6C_3} = \frac{3\times 2\times 1}{\frac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1}} = \mathbf{\frac{3}{10}} \quad \text{(答)}$$

【3】(1) 8 の倍数のカードは，$100 \div 8 = 12$ 余り 4 より，12 枚あるから，求める確率は，

$$\frac{12}{100} = \mathbf{\frac{3}{25}} \qquad (答)$$

(2) 奇数のカードは 50 枚あるから，奇数のカードをひく確率は，

$$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

「8 の倍数のカードをひく」と「奇数のカードをひく」は互いに排反事象であるから，求める確率は，

$$\frac{3}{25} + \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{31}{50}} \qquad (答)$$

(3) 20 の倍数のカードは，$100 \div 20 = 5$ より，5 枚あるので，20 の倍数のカードをひく確率は，$\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$.

また，8 と 20 の公倍数 (すなわち，40 の倍数) は，$100 \div 40 = 2$ 余り 20 より，2 枚あるから，8 と 20 の公倍数のカードをひく確率は

$$\frac{2}{100} = \frac{1}{50}$$

求める確率は，

$$\frac{3}{25} + \frac{1}{20} - \frac{1}{50} = \mathbf{\frac{3}{20}} \qquad (答)$$

【4】(1) 2 つの A を A_1，A_2 と区別しておく.

5 文字を 1 列に並べる並べ方は，$5! = 120$(通り)

両端に A がくる並べ方は，$2! \times 3! = 12$(通り)

よって，$\frac{12}{120} = \mathbf{\frac{1}{10}}$

(2) 母音が 3 個，子音 2 個より

母音，子音，母音，子音，母音

の順に並べればよいので，$3! \times 2! = 12$(通り)

よって，$\frac{12}{120} = \mathbf{\frac{1}{10}}$

(3) 文字列を，○○○○○とする．5 つの○から S，O，K の入る 3 ヶ所を選ぶ選び方は ${}_5C_3 = 10$ 通り．ここで，選んだ 3 ヶ所に S，O，K を入れる入れ方は 1 通りである (左から順に O → S → K と入れる)．また，残りの 2 ヶ所には A_1，A_2 が入るので，その入れ方は，$2! = 2$ 通り.

よって，題意をみたす確率は，

$$\frac{{}_5C_3 \cdot 1 \cdot 2!}{120} = \mathbf{\frac{1}{6}}$$

M1TK

高１難関大数学Ｋ

会員番号	

氏　名	