本科２期９月度

解答

Ｚ会東大進学教室

難関大物理／難関大物理Ｔ

１４章　コンデンサー回路

問題

■演習

【1】

《解答》

　コンデンサー $\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$ の電気容量をそれぞれ $C_1 = 2.0\mu\mathrm{F}$，$C_2 = 4.0\mu\mathrm{F}$，抵抗 $\mathrm{R_1}$，$\mathrm{R_2}$ の抵抗値をそれぞれ $R_1 = 8.0\Omega$，$R_2 = 10\Omega$，電池 E の起電力を $E = 24\mathrm{V}$，内部抵抗を $r = 2.0\Omega$ とする．

(1) スイッチ $\mathrm{S_1}$ を閉じて十分に時間が経過してコンデンサーに電荷が蓄えられると, 電流はコンデンサー部分を流れないので, 電池 E を流れる電流を $I\,[\mathrm{A}]$ とすると, G→C→A→D→G 閉回路においてキルヒホッフの第 2 法則より

$$E - rI - R_1 I - R_2 I = 0$$
$$\therefore\quad 24 - 2.0I - 8.0I - 10I = 0 \qquad \therefore\quad I = \underline{1.2\mathrm{A}}$$

(2) A，B の電位をそれぞれ $V_\mathrm{A}\,[\mathrm{V}]$，$V_\mathrm{B}\,[\mathrm{V}]$ とすると，G は接地しているので 0V であるから，D→A で電位は上がって

$$V_\mathrm{A} = R_2 I = 10 \times 1.2 = \underline{12\mathrm{V}}$$

また，CD 間の電位差を $V_\mathrm{CD}\,[\mathrm{V}]$ とすると

$$V_\mathrm{CD} = R_1 I + R_2 I = 8.0 \times 1.2 + 10 \times 1.2 = 21.6\mathrm{V}$$

であり，コンデンサー $\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$ に蓄えられている電荷は等しいので，その電荷を $Q\,[\mu\mathrm{C}]$ とすると

$$V_\mathrm{CD} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{2.0} + \frac{Q}{4.0} = 21.6 \qquad \therefore\quad Q = 28.8\mu\mathrm{C}$$

よって

$$V_\mathrm{B} = \frac{Q}{C_2} = \frac{28.8}{4.0} = \underline{7.2\mathrm{V}}$$

(3) (2) より，コンデンサー $\mathrm{C_1}$ に蓄えられる電荷は

$$Q = 28.8\mu\mathrm{C} \fallingdotseq \underline{2.9 \times 10^{-5}\mathrm{C}}$$

(4) スイッチ S_2 を閉じても，十分に時間が経過すると，電流はコンデンサー部分を流れないので，G→C→A→D→G 閉回路に流れる電流は $I = 1.2\mathrm{A}$ であるから，コンデンサー C_1，C_2 に蓄えられる電荷をそれぞれ $Q_1\,[\mu\mathrm{C}]$，$Q_2\,[\mu\mathrm{C}]$ とすると，R_1，C_1 を含む閉回路においてキルヒホッフの第 2 法則より

$$\frac{Q_1}{C_1} - R_1 I = \frac{Q_1}{2.0} - 8.0 \times 1.2 = 0 \qquad \therefore \quad Q_1 = 19.2\mu\mathrm{C} \fallingdotseq \underline{1.9 \times 10^{-5}\mathrm{C}}$$

また，R_2，C_2 を含む閉回路においてキルヒホッフの第 2 法則より

$$\frac{Q_2}{C_2} - R_2 I = \frac{Q_2}{4.0} - 10 \times 1.2 = 0 \qquad \therefore \quad Q_2 = 48\mu\mathrm{C} = \underline{4.8 \times 10^{-5}\mathrm{C}}$$

(5) コンデンサー C_1，C_2 の B 側に蓄えられる電荷の合計は，スイッチ S_2 を閉じる前が

$$-Q + Q = -28.8 + 28.8 = 0\mu\mathrm{C}$$

スイッチ S_2 を閉じた後が

$$-Q_1 + Q_2 = -19.2 + 48 = 28.8\mu\mathrm{C}$$

であるから，$28.8\mu\mathrm{C} \fallingdotseq$ <u>$2.9 \times 10^{-5}\mathrm{C}$ の正電荷が A → B に移動した.</u>

【2】

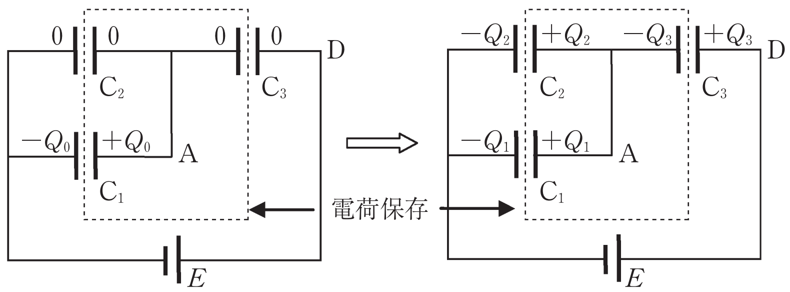
《解答》

コンデンサー $\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$，$\mathrm{C_3}$ の電気容量を C_1 [F]，C_2 [F]，C_3 [F]，電池 E の電位差を E [V] とする．

(1) コンデンサー $\mathrm{C_1}$ が電池 E の電位差で充電されるから，求める電荷および静電エネルギーを Q_0，U_0 とすると

$$Q_0 = C_1 E = 50\times10^{-6}\times200 = \underline{1.0\times10^{-2}\mathrm{C}},$$
$$U_0 = \frac{1}{2}C_1E^2 = \frac{1}{2}\times50\times10^{-6}\times200^2 = \underline{1.0\mathrm{J}}$$

(2) 図のように各コンデンサーの帯電量を設定する．



電荷保存より

$$(+Q_1)+(+Q_2)+(-Q_3) = (+Q_0)+0+0$$
$$\therefore\quad Q_1+Q_2-Q_3 = 1.0\times10^{-2}\quad\cdots①$$

$\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$ のコンデンサーを含む閉回路の回路方程式より

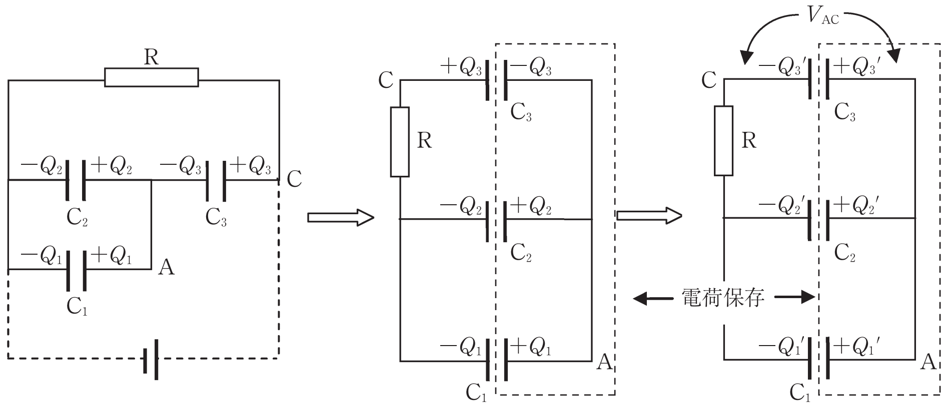
$$\frac{Q_1}{C_1}-\frac{Q_2}{C_2}=0\qquad\therefore\quad 2.0Q_1-5.0Q_2=0\quad\cdots②$$

$\mathrm{C_2}$，$\mathrm{C_3}$ のコンデンサーを含む閉回路の回路方程式より

$$E-\frac{Q_3}{C_3}-\frac{Q_2}{C_2}=0\qquad\therefore\quad 3.0Q_2+2.0Q_3=1.2\times10^{-2}\quad\cdots③$$

①②③より　$Q_1=\underline{8.0\times10^{-3}\mathrm{C}}$，　$Q_2=\underline{3.2\times10^{-3}\mathrm{C}}$，　$Q_3=\underline{1.2\times10^{-3}\mathrm{C}}$

(3) 図のように各コンデンサーの帯電量，AC 間の電位差を設定する．



電荷保存より

$$(+Q_1{}') + (+Q_2{}') + (+Q_3{}') = (+Q_1) + (+Q_2) + (-Q_3)$$

$$\therefore \quad C_1V_{\mathrm{AC}} + C_2V_{\mathrm{AC}} + C_3V_{\mathrm{AC}} = 1.0 \times 10^{-2}$$

$$\therefore \quad (50 \times 10^{-6} + 20 \times 10^{-6} + 30 \times 10^{-6}) \times V_{\mathrm{AC}} = 1.0 \times 10^{-2}$$

$$\therefore \quad V_{\mathrm{AC}} = \underline{1.0 \times 10^2 \mathrm{V}}$$

電荷の移動によって抵抗 R に電流が流れ，ジュール熱が発生し，回路のエネルギーが消費されるから，抵抗 R に発生した熱量，つまり全静電エネルギーの減少量を求める．

全静電エネルギーの減少量

$$= \left(\frac{Q_1{}^2}{2C_1} + \frac{Q_2{}^2}{2C_2} + \frac{Q_3{}^2}{2C_3}\right) - \left(\frac{1}{2}C_1V_{\mathrm{AC}}{}^2 + \frac{1}{2}C_2V_{\mathrm{AC}}{}^2 + \frac{1}{2}C_3V_{\mathrm{AC}}{}^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\frac{(8.0 \times 10^{-3})^2}{50 \times 10^{-6}} + \frac{(3.2 \times 10^{-3})^2}{20 \times 10^{-6}} + \frac{(1.2 \times 10^{-3})^2}{30 \times 10^{-6}}\right\}$$

$$- \frac{1}{2} \times (50 + 20 + 30) \times 10^{-6} \times (1.0 \times 10^2)^2$$

$$= 0.92 - 0.50 = 0.42\mathrm{J} = \frac{0.42}{4.2}\mathrm{cal} = \underline{0.10\mathrm{cal}}$$

添削課題

《解答》

$\boxed{\text{ア}}$ $\underline{0}$ [C]

$\boxed{\text{イ}}$ 直流電源の電圧がすべて抵抗にかかるから $\underline{\dfrac{V}{R}}$ [A]

$\boxed{\text{ウ}}$ コンデンサー 1 の充電が完了すると回路に電流は流れないから $\underline{0}$ [A]

$\boxed{\text{エ}}$ 直流電源の電圧がすべてコンデンサー 1 にかかるから $\underline{CV}$ [C]

$\boxed{\text{オ}}$ 求める静電エネルギーを U [J] とすると $U = \underline{\dfrac{1}{2}CV^2}$ [J]

$\boxed{\text{カ}}$ コンデンサー 1 の電荷を Q_1 [C]，コンデンサー 2 の電荷を Q_2 [C]，求める電位差を V' [V] とすると電荷保存より

$$Q_1 + Q_2 = CV' + 2CV' = CV \qquad \therefore \quad V' = \underline{\frac{1}{3}V}\ \text{[V]}$$

$\boxed{\text{キ}}$ $Q_1 = CV' = C \cdot \dfrac{1}{3}V = \underline{\dfrac{1}{3}CV}$ [C]

$\boxed{\text{ク}}$ $Q_2 = 2CV' = 2C \cdot \dfrac{1}{3}V = \underline{\dfrac{2}{3}CV}$ [C]

■別解 $\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{ク}}$

コンデンサー 1 に蓄えられていた電荷 CV [C] が容量の比に分配されるから

$$Q_1 = CV \times \frac{1}{3} = \underline{\frac{1}{3}CV}\ \text{[C]}, \qquad Q_2 = CV \times \frac{2}{3} = \underline{\frac{2}{3}CV}\ \text{[C]}$$

$$Q_1 = \frac{1}{3}CV = CV' \qquad \therefore \quad V' = \underline{\frac{1}{3}V}\ \text{[V]}$$

$\boxed{\text{ケ}}$ 求める静電エネルギーを U' [J] とすると

$$U' = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \left(\frac{1}{3}V\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 2C \cdot \left(\frac{1}{3}V\right)^2 = \underline{\frac{1}{6}CV^2}\ \text{[J]}$$

■別解 $\boxed{\text{ケ}}$

合成容量を用いると $U' = \dfrac{1}{2} \cdot (C + 2C) \cdot \left(\dfrac{1}{3}V\right)^2 = \underline{\dfrac{1}{6}CV^2}$ [J]

$\boxed{\text{コ}}$ 静電エネルギーの減少分が抵抗でジュール熱として放出されるから

$$Q = U - U' = \frac{1}{2}CV^2 - \frac{1}{6}CV^2 = \underline{\frac{1}{3}CV^2}\ \text{[J]}$$

配点

各 10 点

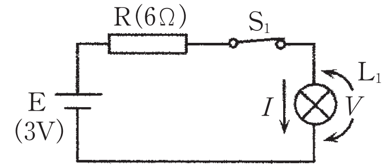
１５章　非オーム抵抗

問題

■演習

【１】

《解答》



(1) キルヒホッフの第 2 法則より

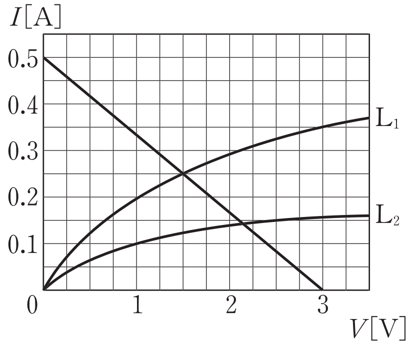
$$\underline{3-6I-V=0}$$

(2) $3-6I-V=0$ より

$$I=-\frac{1}{6}V+0.5$$

グラフの交点の座標から

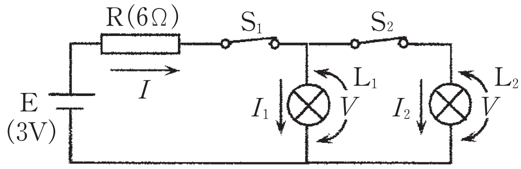
$$I=\underline{0.25\text{A}}$$

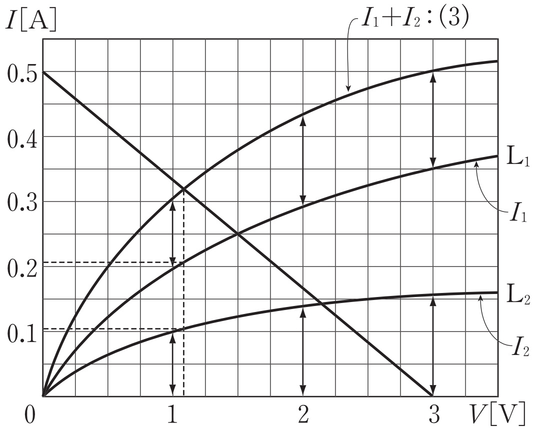


(3) ,(4) L_1, L_2 に流れる電流をそれぞれ I_1, I_2 とすると，キルヒホッフの第 1 法則より，$I=I_1+I_2$. よって，同じ電圧における L_1 と L_2 の電流の値を加えて I のグラフを描けばよい.
さらに，(4) においてもキルヒホッフの第 2 法則 $I=-\frac{1}{6}V+0.5$ が成り立つので，$I=-\frac{1}{6}V+0.5$ と I_1+I_2 のグラフの交点の電圧における L_1 と L_2 の電流の値を読んで

L_1:　$I_1=\underline{0.21\text{A}}$

L_2:　$I_2=\underline{0.11\text{A}}$





【2】

《解答》

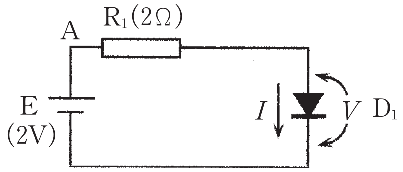
(1) 電源は A 側が高電位であるから，D_1 部分は図の上から下に電流が流れ，D_2 部分は流れない．また，S_1 を閉じて S_2 を開いたので抵抗 R_1，R_2 には電流は流れない．よって，D_1 に電源電圧 0.6V すべてがかかるから，図 2 より，D_1 に流れる電流は <u>0.3A</u> であることがわかる．

D_1 に流れる電流を I_1 [A]，かかる電圧を V_1 [V]，このときの抵抗値を R_1 [Ω]，消費電力を P_1 [W] とすると，

$$P_1 = {I_1}^2 R_1 = I_1 V_1 = 0.3 \times 0.6 = \underline{0.18\mathrm{W}}$$

(2) D_2 には電流が流れないので　<u>0A</u>，消費電力は <u>0W</u>

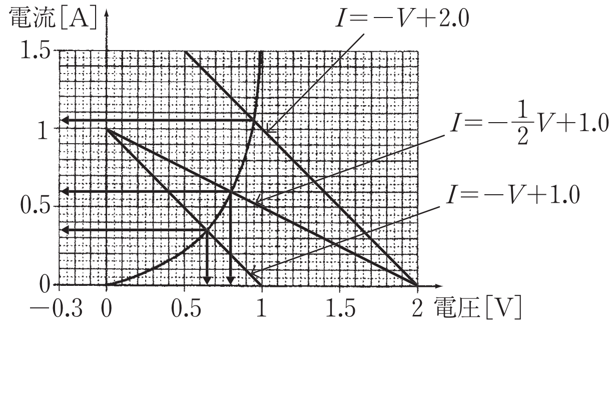
(3) D_1 に流れる電流を I [A]，D_1 の両端にかかる電圧を V [V] とすると，キルヒホッフの第 2 法則より



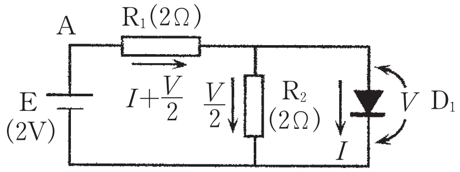
$$2 - 2I - V = 0 \qquad \therefore \quad I = -\frac{1}{2}V + 1.0$$

図 2 のグラフとの交点より

$$I = \underline{0.6\mathrm{A}},\ V = \underline{0.8\mathrm{V}}$$



(4) D_1 に流れる電流を I [A]，D_1 の両端にかかる電圧を V [V] とすると，R_2 の両端にかかる電圧も V [V] であり，R_2 に流れる電流は $\dfrac{V}{2}$ [A]，キルヒホッフの第 1 法則より R_1 に流れる電流は $I+\dfrac{V}{2}$ [A] であるから，キルヒホッフの第 2 法則より



$$2-2\left(I+\frac{1}{2}V\right)-V=0 \qquad \therefore \quad I=-V+1.0$$

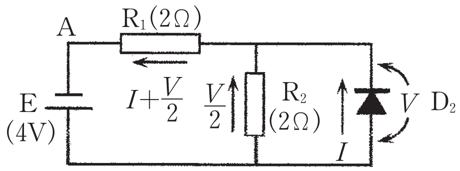
図 2 のグラフとの交点より

$$I=\underline{0.35\text{A}}$$

(5) (4) より，V=0.65V より R_2 に流れる電流は

$$\frac{V}{2}=\underline{0.325\text{A}}$$

(6) 電源は A 側が低電位であるから，D_1 部分は電流が流れず，D_2 部分は図の下から上に電流が流れる．D_2 に流れる電流を I [A]，D_2 の両端にかかる電圧を V [V] とすると，R_2 の両端にかかる電圧も V [V] であり，R_2 に流れる電流は $\dfrac{V}{2}$ [A]，キルヒホッフの第 1 法則より R_1 に流れる電流は $I+\dfrac{V}{2}$ [A] であるから，キルヒホッフの第 2 法則より



$$4-V-2\left(I+\frac{1}{2}V\right)=0 \qquad \therefore \quad I=-V+2.0$$

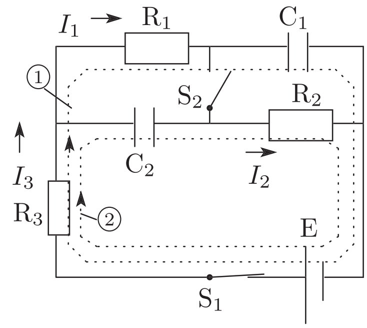
図 2 のグラフとの交点より

D_2に流れる電流は　$I=\underline{1.05\text{A}}$

D_1に流れる電流は　$\underline{0\text{A}}$

添削課題

《解答》



(a) 1. S_1 を閉じた直後，コンデンサーに蓄えられている電荷は 0 なので，各コンデンサーの両端の電位差は 0 である．ループ①，②で，回路の方程式は

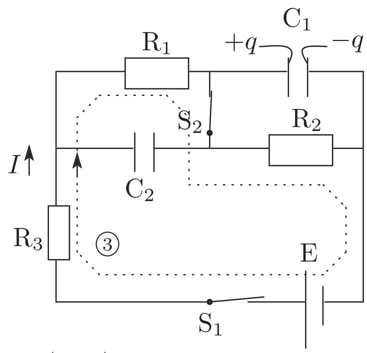
$$① \quad R_3I_3 + R_1I_1 = E$$

$$② \quad R_3I_3 + R_2I_2 = E$$

キルヒホッフの第 1 法則より

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$\therefore \quad I_3 = \underline{\frac{(R_1+R_2)E}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}} \quad (\Rightarrow 1)$$



2，3. 十分時間が経過した後，コンデンサーに流れ込む電流は 0 となる．ループ③で

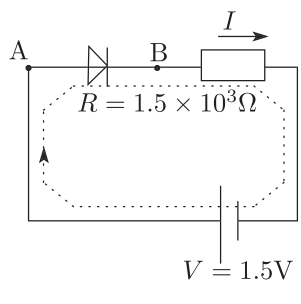
$$R_1I + R_2I + R_3I = E$$

$$\therefore \quad I = \underline{\frac{E}{R_1+R_2+R_3}} \quad (\Rightarrow 3)$$

C_1両端電位差 $= R_2I$ ゆえ

$$\frac{q}{C_1} = R_2I$$

$$\therefore \quad q = C_1R_2I = \underline{\frac{C_1ER_2}{R_1+R_2+R_3}} \quad (\Rightarrow 2)$$



(b) 4. ダイオード両端電位差を v[V], 電流を I[mA] として

$$v[\mathrm{V}] + 1.5\times10^3[\Omega]\times I\times10^{-3}[\mathrm{A}] = 1.5[\mathrm{V}]$$

$$\therefore \quad \frac{v[\mathrm{V}]}{1.5[\mathrm{V}]} + \frac{I[\mathrm{mA}]}{1.0[\mathrm{mA}]} = 1$$

$$\therefore \quad \frac{v}{1.5} + \frac{I}{1.0} = 1$$

グラフの交点より (次ページ)

$$v = 0.60[\mathrm{V}]$$

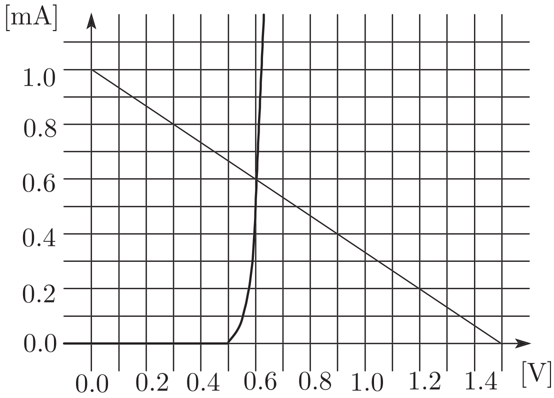
$$I = \underline{0.60}[\mathrm{mA}]$$

5. 抵抗にかかる電圧を v_{R}[V] として

$$v_{\mathrm{R}} = RI = \underline{0.90}[\mathrm{V}]$$

6. ダイオードの消費電力を P[mW] として

$$P = v \times I = \underline{0.36}[\mathrm{mW}]$$



配点

(a)1. 20 点, 2. 10 点, 3. 20 点 (b)4, 5. 各 20 点, 6. 10 点

１６章　電流が作る磁場

問題

■演習

【1】

《解答》

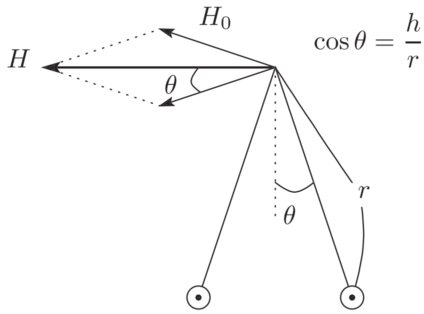


図 1

(1) 図 1 で，片方の線路を流れる電流が架線の位置に作る磁界は

$$H_0 = \frac{\frac{I}{2}}{2\pi r}$$

よって，両方の線路を流れる電流が架線の位置に作る合成磁界は

$$\begin{aligned} H &= H_0 \cos\theta \times 2 \\ &= \frac{I}{4\pi r} \times \frac{h}{r} \times 2 = \underline{\frac{Ih}{2\pi(h^2+d^2)}} \end{aligned}$$

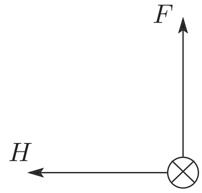


図 2

(2) 架線が受ける電磁力は，図 2 のように，<u>鉛直上向き</u> に

$$F = \mu_0 IlH = \underline{\frac{\mu_0 I^2 lh}{2\pi(h^2+d^2)}}$$

(3) 線路と架線を流れる電流が磁針の位置に作る合成磁界は，図 3 のように，<u>西</u> に向かって

$$\begin{aligned} H' &= H_0{}' \sin\theta' \times 2 = \frac{I}{2\pi r'} \times \frac{\frac{h}{2}}{r'} \times 2 \\ &= \underline{\frac{Ih}{2\pi\left[x^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2\right]}} \end{aligned}$$

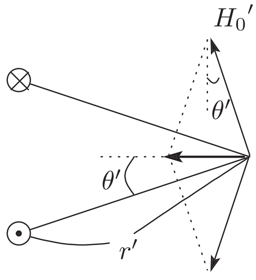


図 3

(4) 水平分力を $H_E = 24$[A/m] とすると，図 4 で

$$\begin{aligned} \tan\phi &= \frac{H'}{H_E} \\ &= \frac{Ih}{2\pi H_E\left[x^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2\right]} \\ &= \frac{300[\mathrm{A}] \times 5.0[\mathrm{m}]}{2\pi \times 24[\mathrm{A/m}] \times \left[10^2 + \left(\frac{5.0}{2}\right)^2\right][\mathrm{m}^2]} \\ &\fallingdotseq \underline{0.094} \end{aligned}$$

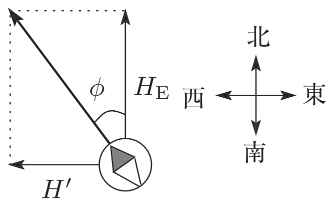
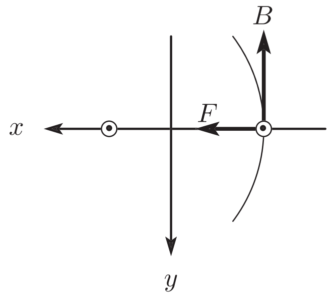


図 4

【2】
《解答》

(1) A に流れる電流が点 $(-a,\ 0,\ 0)$ に作る磁束密度は

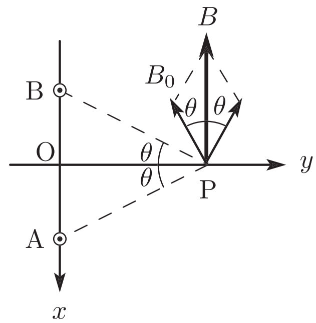


$$\begin{cases} \text{大きさ} \cdots B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 2a} = \underline{\dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}} \\ \text{方向} \cdots \underline{-y\ \text{方向}} \end{cases}$$

B の 1m 当たりに及ぼす力は

$$\begin{cases} \text{大きさ} \cdots F = IB = \underline{\dfrac{\mu_0 I^2}{4\pi a}} \\ \text{方向} \cdots \underline{+x\ \text{方向}} \end{cases}$$

(2) A，B に流れる電流それぞれが点 P に作る磁束密度の大きさは等しく $B_0 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{a^2+y^2}}$ なので，ベクトル和は

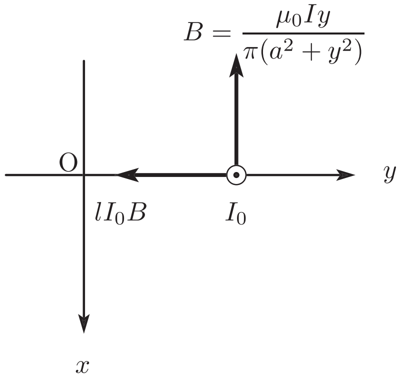


$$B = B_0 \cos\theta \times 2 = \frac{\mu_0 I}{\pi\sqrt{a^2+y^2}} \cdot \frac{y}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

これは $-x$ 方向を正として表したものなので，磁束密度の各成分は

$$(B_x,\ B_y,\ B_z) = \underline{\left(-\frac{\mu_0 I y}{\pi(a^2+y^2)},\ 0,\ 0\right)}$$

(3) L が磁場から受ける力の y 成分は



$$\begin{aligned} F_y &= -lI_0 B \\ &= -\frac{\mu_0 I I_0 l}{\pi} \cdot \frac{y}{a^2+y^2} \end{aligned}$$

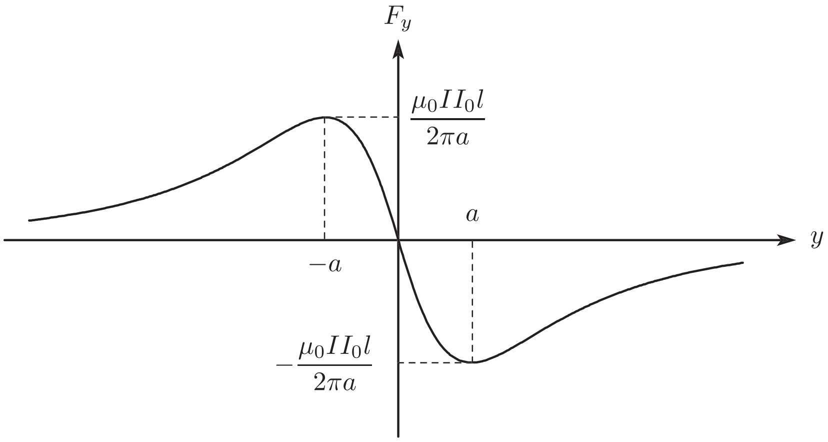
ここで，$\dfrac{y}{a^2+y^2}$ に注目すると

$$\begin{cases} |y| \gg a \text{ のとき} \cdots \dfrac{y}{a^2+y^2} \approx \dfrac{1}{y} \\ |y| \ll a \text{ のとき} \cdots \dfrac{y}{a^2+y^2} \approx \dfrac{y}{a^2} \end{cases}$$

また，相加相乗平均の関係を用いて $y \geqq 0$ での最大値を求めることができ

$$\frac{y}{a^2+y^2} = \frac{1}{\dfrac{a^2}{y}+y} \leqq \frac{1}{2\sqrt{\left(\dfrac{a^2}{y}\right)\cdot y}} \qquad \therefore \quad \left(\frac{y}{a^2+y^2}\right)_{\max} = \frac{1}{2a}$$

以上より，F_y の概略は下図のようになる．



(4) (3) より，$|y| \ll a$ では

$$F_y \approx -\frac{\mu_0 I I_0 l}{\pi}\cdot\frac{y}{a^2}$$

よって，運動方程式の y 成分は

$$M\ddot{y} = -\frac{\mu_0 I I_0 l}{\pi}\cdot\frac{y}{a^2} \qquad \therefore \quad \ddot{y} = -\frac{\mu_0 I I_0 l}{\pi M a^2}y$$

この単振動の周期は

$$\underline{T = 2\pi\sqrt{\frac{\pi M a^2}{\mu_0 I I_0 l}}}$$

添削課題

《解答》

(1) (a) $\underline{\mathrm{B}\rightarrow\mathrm{A}}$

(b) $\underline{\mathrm{A}\rightarrow\mathrm{B}}$

(c) $\underline{i\cdot\dfrac{\mu_0 I}{2\pi L}\cdot a}$

(d) 引力

(e) $\underline{i\cdot\dfrac{\mu_0 I}{2\pi(L+a)}\cdot a}$

(f) 斥力

(g) A→D 向きを正として，合力 F は

$$\begin{aligned} F &= -i\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi L}a + i\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi(L+a)}a \\ &= -\frac{\mu_0 a^2 iI}{2\pi L(L+a)}(<0) \\ \therefore \quad & |F| = \underline{\frac{\mu_0 a^2 iI}{2\pi L(L+a)}} \end{aligned}$$

(h) 引力

(2)

(i) コイル内に生じる磁場の強さを H[A/m], 単位長さ当たりの巻き数を n, 流れる電流を I[A] とすると

$$H = nI = \frac{5.0\times10^2}{0.20}\times 2.0 = \underline{5.0\times10^3}\mathrm{A/m}$$

(j) 磁束密度を B, 真空の透磁率を μ とおくと

$$B = \mu H = 4\pi\times10^{-7}\times5.0\times10^3 = 6.28\times10^{-3} \fallingdotseq \underline{6.3\times10^{-3}}\mathrm{Wb/m^2}$$

(k) コイル内には B→A 向きの磁場があり, コの字形導線には, B→C 向きの電流が流れているので, フレミングの左手の法則より, 図の下 の向き

(l) 電流が磁場から受ける電磁力の大きさを F[N] とおくと

$$F = IBl = 1.4\times6.28\times10^{-3}\times4.0\times10^{-2} = \underline{3.5\times10^{-4}}\mathrm{N}$$

配点

(g) (l)　各 10 点　　(g) (l) 以外　各 8 点

Z-KAI

会員番号		氏　名	