

## 高2 東大物理発展

## ～力学・熱力学・電場と電位～



## 1章 力と運動

### 問題

#### ■演習

【1】

《解答》

- (1) 長い糸の張力の大きさを  $T_1$ 、短い糸の張力の大きさを  $T_2$ 、加速度の大きさを  $a$  とすると、それぞれの運動方程式は、

$$\begin{cases} ma = mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta + T_1 - T_2 & \cdots \textcircled{1} \\ ma = mg \sin \theta - \frac{1}{2} \mu mg \cos \theta + T_2 & \cdots \textcircled{2} \\ kma = kmg - T_1 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

① + ② + ③ より、

$$(k+2)ma = \left(k + 2 \sin \theta - \frac{3}{2} \mu \cos \theta\right) mg \quad \therefore a = \frac{2k + 4 \sin \theta - 3\mu \cos \theta}{2(k+2)} g$$

- (2) ③ より、

$$\begin{aligned} T_1 &= km(g - a) \\ &= \frac{4 - 4 \sin \theta + 3\mu \cos \theta}{2(k+2)} kmg \end{aligned}$$

- (3) ② より、

$$\begin{aligned} T_2 &= m \left( a - g \sin \theta + \frac{1}{2} \mu g \cos \theta \right) \\ &= \frac{2k - 2k \sin \theta + (k-1)\mu \cos \theta}{2(k+2)} mg \end{aligned}$$

- (4) 2本の糸がたるまない条件は  $T_1 > 0$  かつ  $T_2 > 0$  だが、 $T_1 > 0$  はすでに満たされている。よって  $T_2 > 0$  のみを考えればよく、

$$2k - 2k \sin \theta + (k-1)\mu \cos \theta > 0 \quad \therefore k > \frac{\mu \cos \theta}{2 - 2 \sin \theta + \mu \cos \theta}$$

- (5) 初速度は0なので、

$$\begin{cases} v = at \\ L = \frac{1}{2} at^2 \end{cases} \quad \therefore v = \sqrt{\frac{2k + 4 \sin \theta - 3\mu \cos \theta}{k+2}} gL$$

## 【2】

### 《解答》

- (1) (a) AB 間および BC 間で作用する摩擦力の大きさを  $f_1$ ,  $f_2$  とおき, 加速度の大きさを  $a$  とすると, それぞれの運動方程式は,

$$\begin{cases} ma = f_1 & \cdots \textcircled{1} \\ ma = F_1 - f_1 - f_2 & \cdots \textcircled{2} \\ ma = f_2 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

① + ② + ③ より,

$$3ma = F_1 \quad \therefore \quad a = \frac{F_1}{3m}$$

- (b)  $a$  を ①, ③ に代入すると,

$$\begin{cases} \text{A と B の間} \cdots f_1 = \frac{1}{3}F_1 \\ \text{B と C の間} \cdots f_2 = \frac{1}{3}F_1 \end{cases}$$

- (c) 初速度は 0 なので,

$$\begin{cases} v = at \\ d = \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \quad \therefore \quad v = \sqrt{\frac{2F_1 d}{3m}}$$

- (2) AB 間および BC 間で作用する垂直抗力の大きさを  $N_1$ ,  $N_2$  とすると, A と B が受ける力の鉛直成分のつりあいの式は,

$$\begin{cases} 0 = N_1 - mg \\ 0 = N_2 - mg - N_1 \end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases} N_1 = mg \\ N_2 = 2mg \end{cases}$$

$F_1$  を  $F_2$  の下限  $F_{20}$  で置き換えたとき, A と B の間で作用する静止摩擦力の大きさが  $\mu N_1$  に等しいので,

$$\frac{1}{3}F_{20} = \mu \cdot mg \quad \therefore \quad F_{20} = 3\mu mg$$

- (3) A, B, C の加速度をそれぞれ  $a_A$ ,  $a_B$ ,  $a_C$  とすると, それぞれの運動方程式は,

$$\begin{cases} ma_A = \mu' N_1 \\ ma_B = F_3 - \mu' N_1 - \mu' N_2 \\ ma_C = \mu' N_2 \end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases} a_A = \mu' g \\ a_B = \frac{F_3}{m} - 3\mu' g \\ a_C = 2\mu' g \end{cases}$$

### 【3】

#### 《解答》

(1) 箱と台車2について、力のつりあいより、

$$\begin{cases} 0 = T_0 - S_0 & \cdots \textcircled{1} \\ 0 = R_0 - mg & \cdots \textcircled{2} \\ 0 = T_0 - M_2g & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

(イ) ②より、 $R_0 = mg$

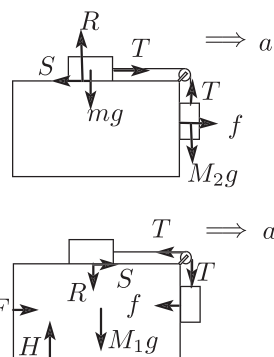
(ロ) ① - ③より、 $S_0 = M_2g$

(ハ) 滑り出さないための条件は  $S_0 \leq \mu R_0$  なので、

$$M_2g \leq \mu mg \quad \therefore \quad M_2 \leq \mu m$$

(2) それぞれの運動方程式は、

$$\begin{cases} ma = T - S & \cdots \textcircled{4} \\ m \cdot 0 = R - mg & \cdots \textcircled{5} \\ M_1a = F + S - T - f & \cdots \textcircled{6} \\ M_1 \cdot 0 = H - M_1g - R - T & \cdots \textcircled{7} \\ M_2a = f & \cdots \textcircled{8} \\ M_2 \cdot 0 = T - M_2g & \cdots \textcircled{9} \end{cases}$$



(ニ) ④ + ⑥ + ⑧より、

$$(M_1 + M_2 + m)a = F \quad \therefore \quad a = \frac{F}{M_1 + M_2 + m}$$

(ホ) ⑨より、 $T = M_2g$

(ヘ) ④より、

$$\begin{aligned} S &= T - ma \\ &= M_2g - \frac{m}{M_1 + M_2 + m}F \end{aligned}$$

(ト) ⑧より、 $f = \frac{M_2}{M_1 + M_2 + m}F$

(3) (チ) ⑥より、 $a = \frac{F + S - T - f}{M_1}$

(リ) ⑦より、 $H = M_1g + T + R$

(4) (ヌ) (ヘ)で  $F$  を大きくすると  $S < 0$  となる。このとき、箱が左に滑らないための条件は  $-S \leq \mu R$  なので、

$$\frac{m}{M_1 + M_2 + m}F - M_2g \leq \mu mg \quad \therefore \quad F \leq \frac{(M_2 + \mu m)(M_1 + M_2 + m)g}{m}$$

(5) (ル)  $S = 0$  なので、

$$0 = M_2g - \frac{m}{M_1 + M_2 + m}F \quad \therefore \quad F = \frac{M_2(M_1 + M_2 + m)g}{m}$$

【4】

《解答》

- I (1) AB 間で作用する垂直抗力の大きさを  $N_0$ , A が斜面から受ける垂直抗力の大きさを  $R_0$  とすると, 力のつりあいの式は,

$$\begin{cases} 0 = R_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - F & \dots \textcircled{1} \\ 0 = Mg + N_0 - R_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots \textcircled{2} \\ 0 = mg - N_0 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

① + ② + ③ より,

$$0 = (M + m)g - F \quad \therefore F = (M + m)g$$

- (2) B には  $x$  方向の力が作用しないので,  $x$  方向には移動することなく  $y$  方向にのみ移動する. よって, B が A の左端に達したときの B の  $y$  座標は  $d$  となる.

- (3) AB 間で作用する垂直抗力の大きさを  $N$ , A が斜面から受ける垂直抗力の大きさを  $R$  とおき, B の加速度の大きさを  $a$  とすると, それぞれの運動方程式は,

$$\begin{cases} Ma = R \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots \textcircled{4} \\ Ma = Mg + N - R \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots \textcircled{5} \\ ma = mg - N & \dots \textcircled{6} \end{cases}$$

④ + ⑤ + ⑥ より,

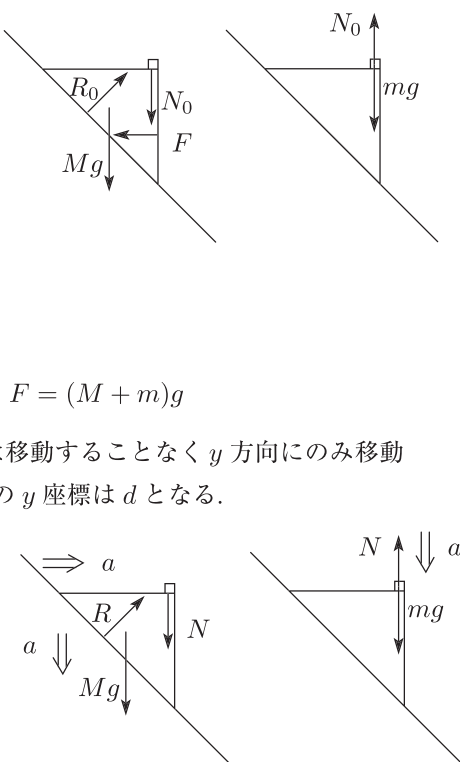
$$(2M + m)a = (M + m)g \quad \therefore a = \frac{M + m}{2M + m}g$$

初速度は 0 なので,

$$\begin{cases} v = at \\ d = \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \quad \therefore v = \sqrt{\frac{2gd(M + m)}{2M + m}}$$

- II (1)  $a_x$  と  $a_y$  は等しいので, これを  $a'$  とおく. AB 間で作用する垂直抗力の大きさを  $N'$ , 静止摩擦力の大きさを  $f$ , また A が斜面から受ける垂直抗力の大きさを  $R'$  とすると, それぞれの運動方程式は,

$$\begin{cases} Ma' = R' \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - f & \dots \textcircled{7} \\ Ma' = Mg + N' - R' \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots \textcircled{8} \\ ma' = f & \dots \textcircled{9} \\ ma' = mg - N' & \dots \textcircled{10} \end{cases}$$



⑦ + ⑧ + ⑨ + ⑩ より,

$$(2M + 2m)a' = (M + m)g \quad \therefore \quad a' = \frac{1}{2}g$$

(2) ⑨, ⑩ に  $a'$  を代入すると,

$$f = \frac{1}{2}mg \quad , \quad N' = \frac{1}{2}mg$$

AB 間に滑りを生じない限界では  $f = \mu_0 N'$  なので,

$$\frac{1}{2}mg = \mu_0 \cdot \frac{1}{2}mg \quad \therefore \quad \mu_0 = 1$$

## 2章 単振動

### 問題

#### ■演習

#### 【1】

#### 《解答》

(1) 張力の大きさを  $f_1$  とすると、物体 A と B が受ける力のつりあいの式は、

$$\begin{cases} 0 = f_1 - 2mg & \therefore f_1 = 2mg \\ 0 = f_1 - mg - k(H - l_0) \end{cases}$$

これらより、 $f_1$  を消去すると、

$$0 = 2mg - mg - k(H - l_0) \quad \therefore H = l_0 + \frac{mg}{k}$$

(2) (1) より、 $x = 0$  におけるのびは  $H - l_0 = \frac{mg}{k}$  と分かる。物体 B の位置を  $x_0$ 、張力の大きさを  $f_2$  とすると、物体 A+D と B が受ける力のつりあいの式は、

$$\begin{cases} 0 = f_2 - 3mg & \therefore f_2 = 3mg \\ 0 = f_2 - mg - k\left(\frac{mg}{k} + x_0\right) \end{cases}$$

これらより、 $f_2$  を消去すると、

$$0 = 3mg - mg - k\left(\frac{mg}{k} + x_0\right) \quad \therefore x_0 = \frac{mg}{k}$$

(3) 位置  $x$  における物体 B の加速度を  $a$ 、張力の大きさを  $f$ 、垂直抗力の大きさを  $N$  とすると、それぞれの運動方程式は、

$$\begin{cases} 2m \cdot (-a) = f - 2mg \\ ma = f - mg - k\left(\frac{mg}{k} + x\right) \\ 2m \cdot 0 = N + k\left(\frac{mg}{k} + x\right) - 2mg \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} 2ma = 2mg - f & \dots \textcircled{1} \\ ma = f - 2mg - kx & \dots \textcircled{2} \\ 0 = N - mg + kx & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

①+②より、

$$3ma = -kx \quad \therefore a = -\frac{k}{3m}x \quad \dots \textcircled{4}$$

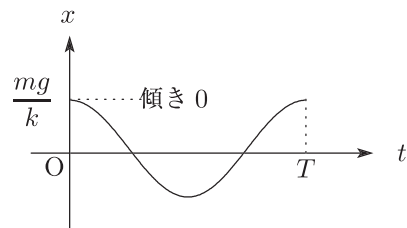
物体 A、B の運動は単振動と分かり、

$$\text{角振動数 } \omega = \sqrt{\frac{k}{3m}} \quad \therefore \text{周期 } T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{k}}$$

(4)  $x = \frac{mg}{k}$  の位置から初速 0 で運動を始めるので,  $x-t$

グラフは右図のようになる. よって, 物体 B が振動する範囲は,

$$-\frac{mg}{k} \leq x \leq \frac{mg}{k}$$



(5) ④を①に代入すると,

$$-\frac{2}{3}kx = 2mg - f \quad \therefore \quad f = 2mg + \frac{2}{3}kx$$

(4) をふまえると,

$$f_{\min} = 2mg + \frac{2k}{3} \cdot \left(-\frac{mg}{k}\right) = \frac{4}{3}mg$$

(6) ③ より,  $N = mg - kx$  と表せる. (4) をふまえると,

$$N_{\max} = mg - k \cdot \left(-\frac{mg}{k}\right) = 2mg$$



【2】

《解答》

(1)  $F_G = -mg\sin\theta$

(2) 接線方向の加速度を  $a$  とすると、この方向の運動方程式は、

$$ma = -mg\sin\theta \quad \therefore \quad a = -g\sin\theta$$

与えられた近似式を用いるとともに、 $R\theta = x$  とおくと、

$$a \doteq -g \cdot \theta = -\frac{g}{R}x$$

運動は単振動と分かり、

$$\text{角振動数 } \omega_1 = \sqrt{\frac{g}{R}} \quad \therefore \quad \text{周期 } T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

(3) (a)  $l = 2 \cdot R \cos \frac{\theta}{2}$

(b)  $F_S = k(l - l_0) \cdot \sin \frac{\theta}{2}$  なので、

$$\begin{aligned} F &= -mg\sin\theta + k \left( 2R\cos\frac{\theta}{2} - l_0 \right) \cdot \sin\frac{\theta}{2} \\ &= -mg\sin\theta + kR \cdot 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} - kl_0\sin\frac{\theta}{2} \\ &= (kR - mg)\sin\theta - kl_0\sin\frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

(4) (2) と同様に、近似式を用いるとともに  $R\theta = x$  とおくと、

$$\begin{aligned} F &\doteq (kR - mg)\theta - kl_0 \cdot \frac{\theta}{2} \\ &= (kR - mg) \cdot \frac{x}{R} - kl_0 \cdot \frac{x}{2R} \\ &= -\frac{kl_0 - 2(kR - mg)}{2R}x \end{aligned}$$

この式で  $x$  の係数が負の場合に、 $F$  は復元力となる。よって、 $l_C$  が満たすべき条件は、

$$-\frac{kl_C - 2(kR - mg)}{2R} = 0 \quad \therefore \quad l_C = \frac{2(kR - mg)}{k}$$

(5)  $l_C$  を用いると、 $F = -\frac{kl_0 - kl_C}{2R}x$  と表せる。(2) と同様に接線方向の加速度を  $a$  とすると、この方向の運動方程式は、

$$ma = -\frac{k(l_0 - l_C)}{2R}x \quad \therefore \quad a = -\frac{k(l_0 - l_C)}{2mR}x$$

運動は単振動と分かり、

$$\text{角振動数 } \omega_2 = \sqrt{\frac{k(l_0 - l_C)}{2mR}} \quad \therefore \quad \text{周期 } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{2mR}{k(l_0 - l_C)}}$$

### 【3】

#### 《解答》

(1) 垂直抗力の大きさを  $N_0$  とすると、力のつりあいの式は、

$$\begin{cases} 0 = Mg + N_0 - kd \\ 0 = mg - N_0 \end{cases} \quad \therefore \quad N_0 = mg$$

これらより  $N_0$  を消去すると、

$$0 = Mg + mg - kd \quad \therefore \quad d = \frac{(M+m)g}{k}$$

$$(2) \quad \begin{cases} Ma = Mg + N - k(x - l_0) & \cdots \textcircled{1} \\ ma = mg - N & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

(3) ①+②より、

$$(M+m)a = (M+m)g + kl_0 - kx \quad \cdots \textcircled{3}$$

振動の中心では  $a = 0$  なので、

$$0 = (M+m)g + kl_0 - kx_0 \quad \therefore \quad x_0 = l_0 + \frac{(M+m)g}{k}$$

$x_0$  を用いて③を書き換えると、

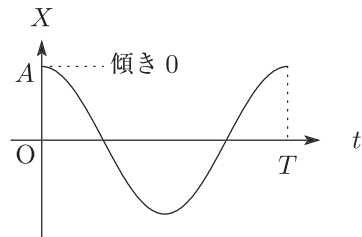
$$(M+m)a = kx_0 - kx \quad \therefore \quad a = -\frac{k}{M+m}(x - x_0)$$

運動は単振動と分かり、

$$\text{角振動数 } \omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} \quad \therefore \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

(4) つりあいからのずれ  $x - x_0$  を  $X$  とおくと、 $X-t$  グラフは右図のようになるので、

$$\begin{aligned} x - x_0 &= A \cos(\omega t) \\ \therefore \quad x &= x_0 + A \cos(\omega t) \end{aligned}$$



(3) をふまえると、

$$x = l_0 + \frac{(M+m)g}{k} + A \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}}t\right)$$

(5) ①  $\times m -$  ②  $\times M$  より、

$$0 = (M+m)N - mk(x - l_0) \quad \therefore \quad N = \frac{mk}{M+m}(x - l_0)$$

(4) をふまえると,

$$N = mg + \frac{mkA}{M+m} \cos \left( \sqrt{\frac{k}{M+m}} t \right)$$

小球が皿から浮き上がらないための条件は  $N_{\min} \geq 0$  なので,

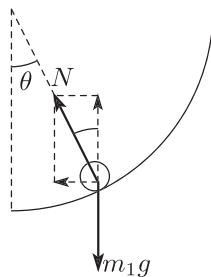
$$mg + \frac{mkA}{M+m} \cdot (-1) \geq 0 \quad \therefore \quad A \leq \frac{(M+m)g}{k}$$

【4】

《解答》

- I (1) 図の角度  $\theta$  が微小で  $\cos \theta \simeq 1$  とみなせるときは、小球の高さの変化を無視できるので、鉛直方向の加速度は 0 とみてよい。このときの垂直抗力の大きさを  $N$  とすると、鉛直方向の運動方程式は、

$$\begin{aligned} m_1 \cdot 0 &= N \cos \theta - m_1 g \\ &\simeq N \cdot 1 - m_1 g \quad \therefore N \simeq m_1 g \end{aligned}$$



また  $\sin \theta = \frac{x_1}{R}$  なので、 $x$  方向の運動方程式は、

$$m_1 a_1 = -m_1 g \cdot \frac{x_1}{R}$$

- (2) (1) より  $a_1 = -\frac{g}{R}x_1$  と表せるので、運動は単振動と分かり、

$$\text{角振動数 } \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \quad \therefore \text{周期 } T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

- II (1) I と同様に  $N \simeq m_1 g$  とみなせる。また  $\sin \theta = \frac{x_1 - x_2}{R}$  なので、 $x$  方向の運動方程式は、

$$\begin{cases} m_1 a_1 = -m_1 g \cdot \frac{x_1 - x_2}{R} & \dots \textcircled{1} \\ m_2 a_2 = +m_1 g \cdot \frac{x_1 - x_2}{R} & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

- (2) 重心の表式をふまえると、

$$\frac{m_1 L + m_2 \cdot 0}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad \therefore m_1 x_1 + m_2 x_2 = m_1 L \quad \dots \textcircled{3}$$

- (3) ①, ③ より、 $x_2$  を消去すると、

$$\begin{aligned} m_1 a_1 &= -\frac{m_1 g}{R} \cdot \left( x_1 - \frac{m_1 L - m_1 x_1}{m_2} \right) \\ &= \frac{m_1^2 g L}{m_2 R} - \frac{m_1 g (m_1 + m_2)}{m_2 R} x_1 \quad \dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

振動の中心位置を  $x_1 = x_0$  とすると、この位置では  $a_1 = 0$  なので、

$$0 = \frac{m_1^2 g L}{m_2 R} - \frac{m_1 g (m_1 + m_2)}{m_2 R} x_0 \quad \therefore x_0 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} L$$

(4)  $x_0$  を用いて④を書き換えると,

$$m_1 a_1 = -\frac{m_1 g(m_1 + m_2)}{m_2 R}(x_1 - x_0) \quad \therefore \quad a_1 = -\frac{(m_1 + m_2)g}{m_2 R}(x_1 - x_0)$$

運動は単振動と分かり,

$$\text{角振動数 } \omega' = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g}{m_2 R}} \quad \therefore \quad \text{周期 } T' = 2\pi \sqrt{\frac{m_2 R}{(m_1 + m_2)g}}$$

### 3章 円運動

#### 問題

#### ■演習

#### 【1】

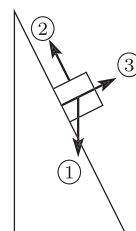
#### 《解答》

(a) 円錐面に平行な方向について、力のつりあいより、

$$0 = k(l_1 - l) - mg \cos \theta \quad \therefore \quad \frac{l_1}{l} = 1 + \frac{mg \cos \theta}{kl}$$

(b) それぞれの力は右図の向きで作用していて、

$$\begin{cases} \text{①の力} \cdots \text{重力 } mg \\ \text{②の力} \cdots \text{弾性力 } k(l_2 - l) \\ \text{③の力} \cdots \text{垂直抗力 } N \end{cases}$$



鉛直方向について、力のつりあいより、

$$0 = k(l_2 - l) \cos \theta + N \sin \theta - mg \quad \therefore \quad N = \frac{mg - k(l_2 - l) \cos \theta}{\sin \theta}$$

(c) 向心方向の運動方程式は、

$$m \times l_2 \sin \theta \cdot \omega^2 = k(l_2 - l) \sin \theta - N \cos \theta \quad \cdots (*)$$

(b) の  $N$  を代入すると、

$$ml_2 \omega^2 \sin \theta = \frac{k(l_2 - l) - mg \cos \theta}{\sin \theta} \quad \therefore \quad l_2 = \frac{kl + mg \cos \theta}{k - m\omega^2 \sin^2 \theta}$$

ここで  $g = l\Omega^2$ ,  $k = m\omega_0^2$  なので、

$$l_2 = \frac{m\omega_0^2 l + ml\Omega^2 \cos \theta}{m\omega_0^2 - m\omega^2 \sin^2 \theta} \quad \therefore \quad \frac{l_2}{l} = \frac{\omega_0^2 + \Omega^2 \cos \theta}{\omega_0^2 - \omega^2 \sin^2 \theta}$$

(d) (\*) で  $N = 0$  のとき、

$$ml_c \omega_c^2 \sin \theta = k(l_c - l) \sin \theta \quad \therefore \quad l_c = \frac{k}{k - m\omega_c^2} l$$

ここで  $k = m\omega_0^2$  なので、

$$l_c = \frac{m\omega_0^2}{m\omega_0^2 - m\omega_c^2} l \quad \therefore \quad \frac{l_c}{l} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_c^2}$$

これと (c) より、

$$\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_c^2} = \frac{\omega_0^2 + \Omega^2 \cos \theta}{\omega_0^2 - \omega_c^2 \sin^2 \theta} \quad \therefore \quad \frac{1}{\omega_c^2} = \frac{\Omega^2 + \omega_0^2 \cos \theta}{\omega_0^2 \Omega^2}$$

【2】

《解答》

- (1) 点 Q を重力による位置エネルギーの基準とすると、力学的エネルギーの保存より、

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg(r + r \cos \theta) = \frac{1}{2}mv_Q^2 + 0 \quad \therefore \quad v_Q = \sqrt{v^2 + 2gr(1 + \cos \theta)}$$

$$(2) \quad \begin{cases} a = \frac{v^2}{r} \\ b = g \sin \theta \end{cases}$$

- (3) 小球が受ける垂直抗力を  $f$  とすると、向心方向の運動方程式は、

$$m \frac{v^2}{r} = f + mg \cos \theta \quad \therefore \quad f = \frac{mv^2}{r} - mg \cos \theta$$

- (4) 床から受ける垂直抗力を  $N$ 、静止摩擦力を  $F$  とすると、ブロックに作用する力のつりあいの式は、

$$\begin{cases} 0 = N + f \cos \theta - Mg \\ 0 = f \sin \theta - F \end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases} N = Mg - \left( \frac{mv^2}{r} - mg \cos \theta \right) \cos \theta \\ F = \left( \frac{mv^2}{r} - mg \cos \theta \right) \sin \theta \end{cases}$$

- (5) (3) で  $f = 0$  となるとき、

$$\frac{mv^2}{r} - mg \cos \theta = 0 \quad \therefore \quad \frac{v^2}{r} = g \cos \theta$$

- (2) をふまえると、

$$\begin{cases} a = g \cos \theta \\ b = g \sin \theta \end{cases} \quad \therefore \quad a^2 + b^2 = g^2$$

### 【3】

#### 《解答》

- (1) 円軌道の最下点を重力による位置エネルギーの基準とすると、力学的エネルギーの保存より、

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + mg(R - R\cos\theta) \quad \therefore v = \sqrt{v_0^2 - 2gR(1 - \cos\theta)}$$

- (2) 向心方向の運動方程式は、

$$m\frac{v^2}{R} = T - mg\cos\theta \quad \therefore T = \frac{mv^2}{R} + mg\cos\theta$$

これと (1) より、

$$T = \frac{mv_0^2}{R} - 2mg + 3mg\cos\theta$$

- (3) P で  $T_{\min} = 0$  となる場合が、半円を描いて P に到達できる限界なので、

$$\frac{mv_0^2}{R} - 2mg + 3mg\cos\pi = 0 \quad \therefore v_0 = \sqrt{5gR}$$

- (4) (2) より、Q における張力の大きさは、

$$T_Q = \frac{m \cdot 5gR}{R} - 2mg = 3mg$$

この張力が  $-x$  方向に作用し、重力が  $-y$  方向に作用するので、

$$\begin{cases} x \text{ 成分} \cdots -3mg \\ y \text{ 成分} \cdots -mg \end{cases}$$

- (5)  $+y$  方向

- (6) (1), (3) より、Q における速さは、

$$v_Q = \sqrt{5gR - 2gR\left(1 - \cos\frac{\pi}{2}\right)} = \sqrt{3gR}$$

これをふまえて、Q を重力による位置エネルギーの基準とすると、力学的エネルギーの保存より、

$$\frac{1}{2}m \cdot 3gR + 0 = 0 + mgy_{\max} \quad \therefore y_{\max} = \frac{3}{2}R$$

- (7) (1), (3) より、P における速さは、

$$v_P = \sqrt{5gR - 2gR(1 - \cos\pi)} = \sqrt{gR}$$



- (8) 糸から外れた時刻を  $t = 0$  とすると、時刻  $t$  における位置は、

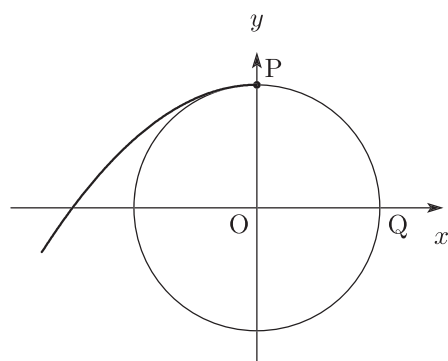
$$\begin{cases} x = -\sqrt{gR} \cdot t \\ y = R - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$y = 0$  となる時刻を  $t = t_0$  とすると、

$$R - \frac{1}{2}gt_0^2 = 0 \quad \therefore \quad t_0 = \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

このときの  $x$  座標は、

$$x = -\sqrt{gR} \cdot \sqrt{\frac{2R}{g}} = -\sqrt{2}R$$



【4】

《解答》

(ア) 床面を重力による位置エネルギーの基準とすると、力学的エネルギーの保存より、

$$\frac{1}{2}mV_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mV_B^2 + mg(R - R\cos 60^\circ) \quad \therefore V_B = \sqrt{V_0^2 - gR}$$

(イ) 向心方向の運動方程式は、

$$m\frac{V_B^2}{R} = N_B - mg\cos 60^\circ$$

(ア) をふまえると、

$$m \cdot \frac{V_0^2 - gR}{R} = N_B - \frac{1}{2}mg \quad \therefore N_B = \frac{mV_0^2}{R} - \frac{1}{2}mg$$

(ウ) 床面を重力による位置エネルギーの基準とすると、力学的エネルギーの保存より、

$$\frac{1}{2}mV_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mV_C^2 + mgR \quad \therefore \frac{1}{2}mV_C^2 = \frac{1}{2}mV_0^2 - mgR$$

点 C を通過する場合は  $\frac{1}{2}mV_C^2 > 0$  なので、

$$\frac{1}{2}mV_0^2 - mgR > 0 \quad \therefore V_0 > \sqrt{2gR}$$

(エ)  $N_D = 0$  であることをふまえると、向心方向の運動方程式は、

$$m\frac{V_D^2}{R} = mg\sin\theta \quad \therefore V_D = \sqrt{gR\sin\theta}$$

(オ) 床面を重力による位置エネルギーの基準とすると、力学的エネルギーの保存より、

$$\frac{1}{2}mV_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mV_D^2 + mg(R + R\sin\theta) \quad \therefore V_0^2 = V_D^2 + 2gR(1 + \sin\theta)$$

(エ) をふまえると、

$$V_0^2 = gR\sin\theta + 2gR(1 + \sin\theta) \quad \therefore \sin\theta = \frac{V_0^2 - 2gR}{3gR}$$

(カ) 水平方向の変位に注目すると,

$$V_D \sin \theta \cdot t_1 = R \cos \theta$$

(工) をふまえると,

$$\sqrt{gR \sin \theta} \sin \theta \cdot t_1 = R \cos \theta \quad \therefore \quad t_1 = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \sqrt{\frac{R}{g \sin \theta}}$$

(キ)  $t = t_1$  における高さを  $h$  とすると,

$$h = (R + R \sin \theta) + V_D \cos \theta \cdot t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$

(工), (カ) をふまえると,

$$\begin{aligned} h &= R(1 + \sin \theta) + \sqrt{gR \sin \theta} \cdot \cos \theta \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \sqrt{\frac{R}{g \sin \theta}} - \frac{g}{2} \cdot \frac{R \cos^2 \theta}{g \sin^3 \theta} \\ &= R \left( 1 + \sin \theta + \frac{1 - \sin^2 \theta}{\sin \theta} - \frac{1 - \sin^2 \theta}{2 \sin^3 \theta} \right) \\ &= R \left( 1 + \frac{3}{2 \sin \theta} - \frac{1}{2 \sin^3 \theta} \right) \end{aligned}$$

(ク)  $h = 0$  となるためには,

$$1 + \frac{3}{2 \sin \theta} - \frac{1}{2 \sin^3 \theta} = 0 \quad \therefore \quad 2 \sin^3 \theta + 3 \sin^2 \theta - 1 = 0$$

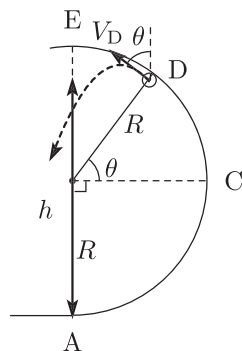
左辺を因数分解すると,

$$(2 \sin \theta - 1)(\sin \theta + 1)^2 = 0 \quad \therefore \quad \sin \theta = \frac{1}{2}, -1$$

点 D においては  $\sin \theta > 0$  なので,  $\sin \theta = \frac{1}{2}$  でなければならない.

(ケ) (オ), (ク) より,

$$\frac{V_0^2 - 2gR}{3gR} = \frac{1}{2} \quad \therefore \quad V_0 = \sqrt{\frac{7}{2}gR}$$



## 4章 熱力学

### 問題

#### ■演習

【1】

《解答》

(あ)  $v\Delta t$

(い) 全体積  $V$  のうち,  $Sv\Delta t$  に含まれる物質質量なので,

$$n \times \frac{Sv\Delta t}{V} = \frac{nSv\Delta t}{V}$$

(う)  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

(え) 分子の運動量変化の大きさと等しいので,

$$|m \cdot (-v) - mv| = 2mv$$

(お) (い)～(え) をふまえると, 力積の総和は,

$$2mv \times \left( \frac{nSv\Delta t}{V} \times \frac{1}{6} \times N_A \right) = \frac{nN_A Smv^2 \Delta t}{3V}$$

(か) (お) より, 壁が受ける力の大きさは,

$$F = \frac{nN_A Smv^2}{3V} \quad \therefore \quad P = \frac{nN_A mv^2}{3V}$$

(き) 状態方程式に (か) を代入すると,

$$\frac{nN_A mv^2}{3V} \cdot V = nRT \quad \therefore \quad v = \sqrt{\frac{3RT}{N_A m}}$$

(く) (き) に数値を代入すると,

$$v = \sqrt{\frac{3 \times 8 \times 300}{2 \times 10^{-3}}} \doteq 2 \times 10^3 \text{ m/s}$$

## 【2】

### 《解答》

(1) 力のつりあいより,

$$0 = p_0 S + mg - p_1 S \quad \therefore \quad p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}$$

(2) ボイルの法則より,

$$p_1 \cdot Sh = p_2 \cdot S(h - y) \quad \therefore \quad p_2 = \frac{h}{h - y} p_1$$

(3) ピストンの運動方程式は,

$$ma = p_0 S + mg - p_2 S$$

(1), (2) をふまえると,

$$\begin{aligned} ma &= p_0 S + mg - \frac{h}{h - y} (p_0 S + mg) \\ &= -\frac{y}{h - y} (p_0 S + mg) \end{aligned}$$

(4) 与えられた近似式を用いると,

$$ma \doteq -\frac{y}{h} (p_0 S + mg) \quad \therefore \quad a = -\frac{p_0 S + mg}{hm} y$$

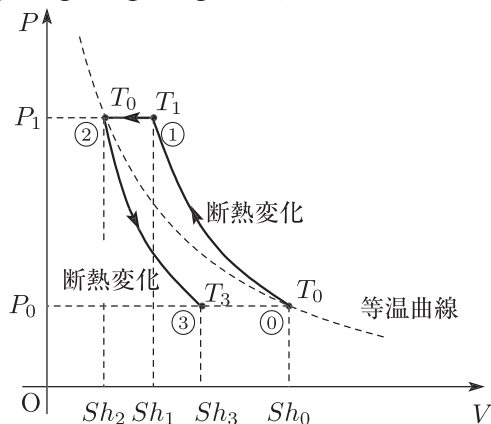
ピストンの運動は単振動と分かり,

$$\text{角振動数 } \omega = \sqrt{\frac{p_0 S + mg}{hm}} \quad \therefore \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{hm}{p_0 S + mg}}$$

【3】

《解答》

気体の状態は，下図の ① → ② → ③ のように変化している．



(1) このときの気体の圧力を  $P_1$  とすると，力のつりあいの式は，

$$0 = P_1 S - Mg - P_0 S \quad \therefore \quad P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S}$$

また，状態 ① と ② について，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{P_0 Sh_0}{T_0} = \frac{P_1 Sh_1}{T_1} \quad \therefore \quad T_1 = \frac{P_1 h_1}{P_0 h_0} T_0$$

これらより，

$$T_1 = \frac{(P_0 S + Mg) h_1}{P_0 Sh_0} T_0$$

(2) 気体が仕事をされたことにより，内部エネルギーが増加するので， $T_1 > T_0$  となる．

(3) 状態 ① と ② について，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{P_0 Sh_0}{T_0} = \frac{P_1 Sh_2}{T_0} \quad \therefore \quad h_2 = \frac{P_0}{P_1} h_0$$

(1) の  $P_1$  を代入すると，

$$h_2 = \frac{P_0 S}{P_0 S + Mg} h_0$$

(4) 気体の圧力が一定で温度が  $T_1$  から  $T_0$  に下がるので， $h_2 < h_1$  となる．

(5) 状態 ① と ③ について，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{P_0 Sh_0}{T_0} = \frac{P_0 Sh_3}{T_3} \quad \therefore \quad h_3 = \frac{T_3}{T_0} h_0$$

【4】

《解答》

- (1) 温度が  $\Delta T$  増加したとき、内部エネルギーの増加は、

$$\begin{aligned}\Delta U &= \frac{3}{2}R(T + \Delta T) - \frac{3}{2}RT \\ &= \frac{3}{2}R\Delta T\end{aligned}$$

また、体積一定のときは気体のする仕事が 0 である。熱力学第 1 法則より、

$$\Delta U = \Delta Q - 0 \quad \therefore \quad \Delta Q = \frac{3}{2}R\Delta T$$

- (2) 圧力が  $p$  で一定で、温度が  $\Delta T$  変化したときの体積変化を  $\Delta V$  とすると、変化前後の状態方程式は、

$$\begin{cases} pV = RT \\ p(V + \Delta V) = R(T + \Delta T) \end{cases} \quad \therefore \quad p\Delta V = R\Delta T$$

よって、気体のする仕事は  $\Delta W = R\Delta T$  となる。熱力学第 1 法則より、

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W \quad \therefore \quad \Delta Q = \frac{5}{2}R\Delta T$$

- (3) 断熱膨張では、気体の体積が増加して気体が仕事をする。このため、気体の内部エネルギーが減少して温度は下がる。

- (4) 温度変化を  $\Delta T$  とすると、変化前後の状態方程式は、

$$\begin{cases} pV = RT \\ (p + \Delta p)(V + \Delta V) = R(T + \Delta T) \end{cases} \quad \therefore \quad (p + \Delta p)(V + \Delta V) - pV = R\Delta T$$

与えられた近似式を用いると、

$$p\Delta V + V\Delta p = R\Delta T \quad \therefore \quad \Delta T = \frac{p\Delta V + V\Delta p}{R} \quad \dots \textcircled{1}$$

ここで、 $\Delta V$  が微小量なので、気体ができる仕事は  $\Delta W = p\Delta V$  とみなせる。熱力学第 1 法則より、

$$\Delta U = 0 - \Delta W \quad \therefore \quad \frac{3}{2}R\Delta T = -p\Delta V \quad \dots \textcircled{2}$$

① を ② に代入すると、

$$\frac{3}{2}(p\Delta V + V\Delta p) = -p\Delta V \quad \therefore \quad \Delta p = -\frac{5p}{3V}\Delta V$$

## 5章 電場と電位

### 問題

#### ■演習

#### 【1】

#### 《解答》

(1) 張力の大きさを  $T$  とすると、力のつりあいの式は、

$$\begin{cases} 0 = QE - T \sin \theta_0 \\ 0 = T \cos \theta_0 - mg \end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases} T \sin \theta_0 = QE \\ T \cos \theta_0 = mg \end{cases}$$

これらより、 $T$  を消去すると、

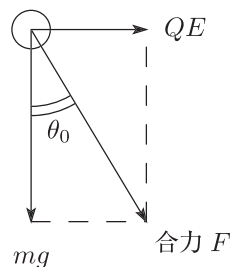
$$\frac{QE}{mg} = \frac{\sin \theta_0}{\cos \theta_0} \quad \therefore \quad E = \frac{mg \tan \theta_0}{Q}$$

(2) (a) 重力と電気力の合力は、大きさが  $\sqrt{(QE)^2 + (mg)^2}$  で  $\theta = \theta_0$  の方向に作用している。この方向で生じる加速度を  $a$  とし、運動方程式を立てると、

$$ma = \sqrt{(QE)^2 + (mg)^2} \quad \therefore \quad a = \sqrt{\left(\frac{QE}{m}\right)^2 + g^2}$$

初速度は 0 なので、

$$v(t) = \sqrt{\left(\frac{QE}{m}\right)^2 + g^2} \cdot t$$

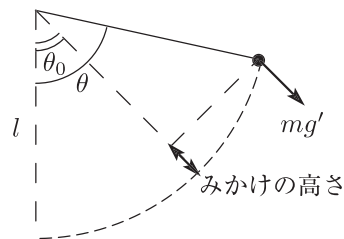


(b) 重力と電気力の合力が作用する方向に自由落下していくので、運動の軌跡は (イ) となる。

(3) (a) 重力と電気力の合力の大きさを  $F$  とすると、

$$F \cos \theta_0 = mg \quad \therefore \quad F = m \cdot \frac{g}{\cos \theta_0}$$

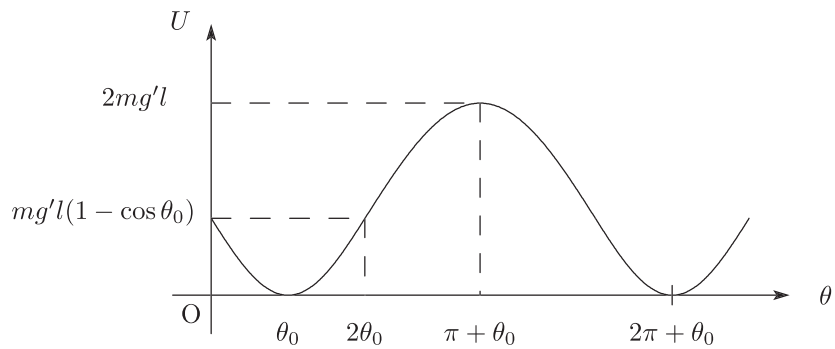
$\frac{g}{\cos \theta_0} = g'$  とおくと  $F = mg'$  と表せるので、 $F$  をみかけの重力と考えることができる。対応するみかけの高さは  $l - l \cos(\theta - \theta_0)$  なので、



$$\begin{aligned} U(\theta) &= mg' \{l - l \cos(\theta - \theta_0)\} \\ &= \frac{mgl \{1 - \cos(\theta - \theta_0)\}}{\cos \theta_0} \end{aligned}$$



- (b)  $U(\theta)$  のグラフは下図のようになる.  $\theta = 0$  と  $\theta_{\max}$  における位置エネルギーが等しいので,  $\theta_{\max} = 2\theta_0$  と分かる.



## 【2】

### 《解答》

(1) 力学的エネルギーの保存より,

$$0 + QV_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 \quad \therefore \quad v_0 = \sqrt{\frac{2QV_1}{m}}$$

(2) 一様な電場なので,

$$V - (-V) = Ed \quad \therefore \quad E = \frac{2V}{d}$$

$$(3) \quad F = Q \cdot \frac{2V}{d}$$

(4)  $y$  方向の運動方程式は,

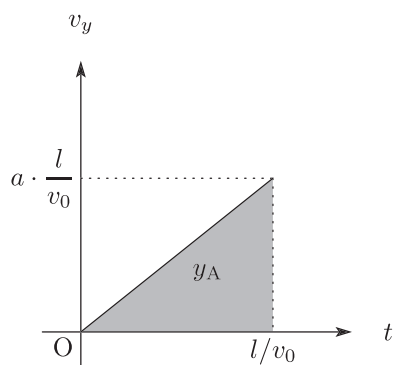
$$ma = Q \cdot \frac{2V}{d} \quad \therefore \quad a = \frac{2QV}{md}$$

(5)  $x$  方向には力を受けないので速度の  $x$  成分は変化しない. (1) をふまえると,

$$\begin{cases} v_x = v_0 = \sqrt{\frac{2QV_1}{m}} \\ v_y = a \cdot \frac{l}{v_0} = \frac{Vl}{d} \sqrt{\frac{2Q}{mV_1}} \end{cases}$$

(6)  $v_y - t$  グラフより,

$$y_A = \frac{1}{2}a \left( \frac{l}{v_0} \right)^2 = \frac{Vl^2}{2V_1d}$$



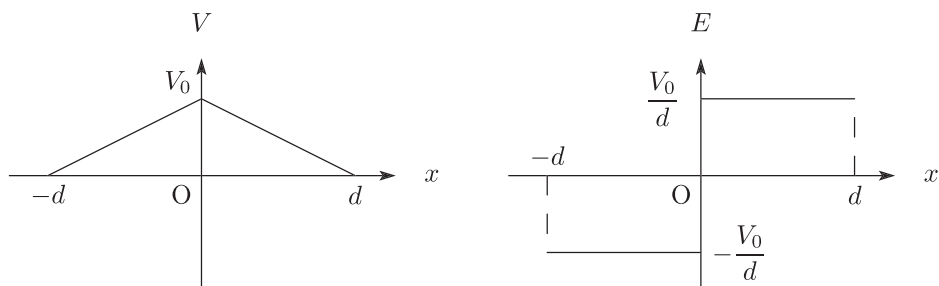
(7) 点 A' を通過した後は  $y$  方向でも力を受けないので, 速度の  $y$  成分も変化しない. (5), (6) をふまえると,

$$y_S = y_A + v_y \cdot \frac{L}{v_0} = \frac{Vl(l + 2L)}{2V_1d}$$

【3】

《解答》

(1)



(2)  $+x$  方向に, 大きさ  $q \cdot \frac{V_0}{d}$

(3) 電気力とつりあう外力を加えて運ぶので,

$$W = q \cdot \frac{V_0}{d} \times \frac{d}{2} = \frac{1}{2} q V_0$$

(4) AO 間, BO 間における加速度を  $a_1$ ,  $a_2$  とすると, 運動方程式は,

$$\begin{cases} m a_1 = q \cdot \frac{V_0}{d} \\ m a_2 = q \cdot \left( -\frac{V_0}{d} \right) \end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases} a_1 = \frac{q V_0}{m d} \\ a_2 = -\frac{q V_0}{m d} \end{cases}$$

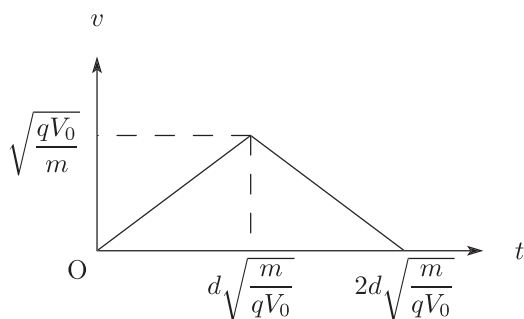
点  $O$  を通過する時刻を  $t_0$  とすると,

$$\frac{1}{2} a_1 t_0^2 = \frac{d}{2} \quad \therefore \quad t_0 = d \sqrt{\frac{m}{q V_0}}$$

点  $O$  を通過してから点  $B$  に到達するまでの時間もこれと等しい. また初速度は  $0$  なので, 点  $O$  における速さは,

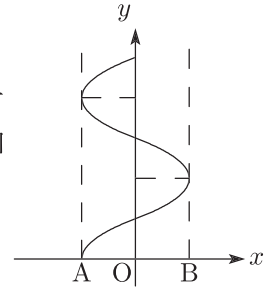
$$a_1 t_0 = \sqrt{\frac{q V_0}{m}}$$

以上より,  $v-t$  グラフは右図のようになる.



(5)  $T = 4t_0 = 4d\sqrt{\frac{m}{qV_0}}$

- (6)  $y$  方向には、力を受けないので等速度で運動をする。また、 $x$  方向には、(4) で求めた加速度で往復運動をするので、軌跡は右図のようになる。



**【4】****《解答》**

(ア)  $E \cdot 2S$

(イ)  $\frac{q}{2\varepsilon_0 S}$

(ウ)  $\frac{V}{d}$

(エ)  $\frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$

(オ)  $\frac{Q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$

(カ)  $Q = \frac{\varepsilon_0 S V}{d}$

(キ) (エ), (カ) をふまえると,

$$\begin{aligned} F &= Q \cdot \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} \\ &= \frac{1}{2\varepsilon_0 S} \left( \frac{\varepsilon_0 S V}{d} \right)^2 \\ &= \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d^2} \end{aligned}$$

(ク) 与えられた数値を (キ) に代入すると,

$$\begin{aligned} F &= \frac{(8.9 \times 10^{-12}) \times (4.0 \times 10^{-2}) \times (2.0 \times 10^3)^2}{2 \times (5.0 \times 10^{-3})^2} \\ &\doteq 2.8 \times 10^{-2} \text{ N} \end{aligned}$$





P2J

高2 東大物理発展  
～力学・熱力学・電場と電位～



会員番号

氏 名

不許複製