【体験授業用教材】

2MJSS / 2MJS / 2MJ

本科２期９月度 １回目

Ｚ会東大進学教室／Ｚ会京大進学教室 【体験授業用教材（抜粋版）】

中２選抜東大・医学部数学
中２数学
中２東大数学
中２東大・京大数学

目 次

はじめに

1.　Z会の教室　数学の指導方針

数学で他の人より一歩先にいくには

はじめて見たタイプの問題に対応できる力

が必要不可欠です。しかし，この力は，一朝一夕で身につけることはできず，勉強の仕方を間違うと思うように力がつきません。

そこで，数学科では，この力を養成するために，授業において，問題を数多く解くことに重点をおかず，演習価値の高い良質な問題を一問一問丁寧に解説し，「なぜそうなるのか」がわかることに重点をおいた指導を行います。さらに，一つの問題を様々な角度から考えるので，考え方の視野が広がっていくのも特徴です。なお，公式・定理などの重要事項についても場面に応じてわかりやすく解説することで，知識面の対策も行っていきます。

また，添削課題を通して，繰り返し答案作りを行うことで，自分の考えたことを採点者に正確に伝える力，いわゆる「記述力」も身につけていきます。

2.　授業について

予習

授業は，時間が限られています。その時間を最大限有効に活かすよう準備をしておきましょう。たとえば，テキストに目を通してから授業に臨むと，授業での吸収はより高まります。また，しっかりとした予習をしていれば，演習のときに手が動かないということはないでしょう。

授業内

授業は答え合わせの場ではありません。自身の解答と先生が示す正解が違うとき，どうしてそうなったのかを考える姿勢をつねにもち，授業に臨んでください。また，講義を集中して聞くことはもちろんですが，きちんとノートも取りましょう。そのとき，ただ正解を書き写すだけでなく，後の復習に役立つように，先生が示したポイントなども書き込んでおきましょう。

復習

授業で学習したことをきちんと定着させるためにも復習は欠かせません。おすすめの復習は，授業で扱った問題を解き直してみることです。着眼のポイントや方針の立て方等思い出しながら，実際に手を動かしてみましょう。さらに，余力がある人は授業で扱わなかった問題も解いてみましょう。

添削課題

最低限身につけておきたいという問題で構成されていますので，復習が追いつかないというときでも，この添削課題には，かかさず取り組みましょう。添削が返却されたら，間違えた箇

所はなぜこの解答に至るのかという過程と照らし合わせて見直し，同じタイプの問題が次回出題された時に正解が導けるようにしておきましょう。

３．　テキストの構成

●要点

公式や定理の紹介や例題などで構成されています。授業前に目を通しておきましょう。

※　要点は章ごとに必ずあるわけではありません。

●問題

授業を行うときに中心に扱うコーナーです。次の２つのパートに分かれています。

演習：授業のほとんどは，このパートにある問題の演習と解説を行います。

自習：補充問題です。自宅で復習用として練習してください。

※　自習の問題は章ごとに必ずあるわけではありません。

●添削課題

添削課題の取り組み方については，スタッフ･講師からの指示もしくは受講マニュアルに従ってください。

●小テスト

授業内で，今まで学習した内容について，確認します。

●問題のレベルについて

Ｚ会の教室のテキストでは，問題のレベルを★の個数によって３段階で表します。

★：基礎　　★★：標準　　★★★：応用（発展）

なお，☆は選抜講座専用問題となっています。

※映像授業をご受講の皆様

- 映像授業では予習不要です。映像で問題演習の指示が出たら，映像を停止して問題に取り組みましょう。
- 授業をご受講いただく前に，各講座のオリエンテーション映像をご覧ください。

１４章　平方根（１）

要点

例題 1

次の問いに答えなさい.

(1) 16 の平方根を求めなさい.

(2) 5 の平方根を根号を用いて表しなさい.

(3) $\sqrt{25}$ を根号を使わずに表しなさい.

(4) $(\sqrt{5})^2$ を求めなさい.

(5) $\sqrt{(-3)^2}$ を求めなさい.

■考え方 平方根

▼ 平方根

2 乗すると a になる数を **a の平方根**という（ただし，$a \geqq 0$).
a の平方根は普通，正であるものと負であるものの 2 つあり，その 2 つの絶対値は等しい.

＜例＞　2 乗して 4 になる数　$+2$ と -2

ただし，$a=0$ のときは，平方根は 1 つしかない．つまり，0 の平方根は 0 だけ.

$a<0$ のとき，2 乗してマイナスになる数はないので，a の平方根はない.

＜注＞　$(\text{正の数})^2 = (\text{正の数}) \times (\text{正の数}) = (\text{正の数})$

$(\text{負の数})^2 = (\text{負の数}) \times (\text{負の数}) = (\text{正の数})$

$0^2 = 0$

となるので，2 乗してマイナスになる数はない.

▼ 根号

a の平方根のうち，正のほうを $\boldsymbol{\sqrt{a}}$ と表し，**ルート $\boldsymbol{a}$** と読む．$\sqrt{}$ はルートまたは**根号**と呼ばれる記号である．平方根のうち，負のほうは根号を用いて $-\sqrt{a}$ と表される.

＜例＞　$\sqrt{4}=2$

4 の平方根は $\sqrt{4}$ と $-\sqrt{4}$（つまり，2 と -2）

この根号を用いると，5 の平方根のような整数または分数で表すことができない数も $\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$ と表すことができる.

▼ 複号

2 と -2，$\sqrt{5}$ と $-\sqrt{5}$ のように，絶対値が同じであるが符号のみが違う 2 つの数を一度に ± 2，$\pm\sqrt{5}$ のように表す．この記号 $\pm$ を**複号**という.

【要点】

平方根　a の平方根 $= \pm\sqrt{a}$　（ただし，$a \geqq 0$）

根号　$\sqrt{a}$ $\cdots$ a の平方根のうち，正の値

◆ ここに注意 ◆

$\sqrt{a}$ は二重の意味で正

・$\sqrt{a}$ の中身（a）は正（0 以上）

・$\sqrt{a}$ の値自体（$\sqrt{a}$ の計算結果）も正（0 以上）

特に $\sqrt{}$ が正の値のみを表すことは重要（高校生でもよく間違える）．
このことから，a^2 の平方根といったときは $+a$ と $-a$ の 2 つを指すが $(a > 0)$，
$\sqrt{a^2}$ はそのうちの正の方 $(+a)$ のみを表すことになる（平方根とは正と負の 2 つを指す言葉だが，$\sqrt{}$ の方は 1 つの正の値しか表していない）．

<例>　2 乗して 4 になる数は $+2$ と -2 の 2 つ

一方，$\sqrt{2^2} = \sqrt{4} = +2$

$\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = +2(= |-2|)$

つまり $\sqrt{(-2)^2} = -2$ とはなっていないことに注意．

$a < 0$ のときは，$\sqrt{a^2} = a$ とはならないのである．

（正しくは，$a < 0$ のときは $\sqrt{a^2} = |a| = -a$ と表される）

■解答

(1) 16 の平方根は 2 乗して 16 になる数だから，$\pm\mathbf{4}$

(2) $\pm\sqrt{\mathbf{5}}$

(3) $\sqrt{25} = \mathbf{5}$ (25 の平方根 $+5$ と -5 のうち，正のほうのみが答)

(4) $\sqrt{5}$ は 2 乗して 5 になる正の数であるから，2 乗したら 5 になる．$\therefore (\sqrt{5})^2 = \mathbf{5}$

(5) $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = \mathbf{+3}$

コラム ✤

$\sqrt{}$ はもとになるものを表す根=root という言葉から生まれたといわれています．以前は 2 乗して 5 になる正の数を $r5$ と書いたりしていたようですが，この r がだんだん変形されて $\sqrt{5}$ となったとされています．はじめてこの記号を用いたのはルドルフという人で 1525 年に書かれた書物の中にはじめて使われています．

✤ 根号の起源

例題 2

次の問いに答えなさい.

(1) $\sqrt{2}$ に最も近い数を次の ① から ⑤ より選びなさい.

① 1.1　　② 1.2

③ 1.3　　④ 1.4

⑤ 1.5

(2) $\dfrac{4}{37}$ を小数に直しなさい.

(3) $0.\dot{3}\dot{6}$ を分数で表しなさい.

(4) 次の数を，有理数と無理数に分類しなさい.

$$\sqrt{6},\ \frac{3}{7},\ \sqrt{\frac{9}{4}},\ -2,\ 0.17,\ \sqrt{(-3)^2},\ 0.\dot{2}\dot{1},\ \pi,\ -\sqrt{2},\ \sqrt{0.04}$$

■考え方

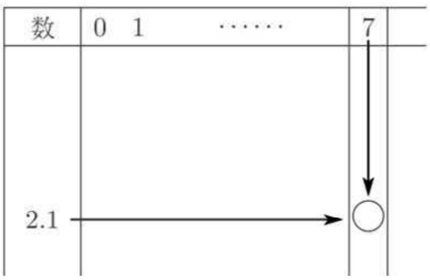
▼ 平方根の近似値

2 乗すると a となる数は，a が**平方数**（9, 144 など）または**平方数の商からなる数**$\left(\dfrac{9}{144},\ 0.49=\dfrac{49}{100}\text{など}\right)$の場合は，**整数または $\dfrac{\text{整数}}{\text{整数}}$** で表される．これらの数を小数に直すと**有限小数**か，**循環小数**となる．しかし，a が平方数やその商で表されない数の場合は，小数点以下が無限に続き，かつそのならびに規則性がない**循環しない無限小数**になる．つまり，分数や小数できちんと表すことができない数になってしまう．したがって，$\sqrt{2}$ といった数を数字のみで表そうとすると近似値でしか表せない．そのため，正確に表すために $\sqrt{a}$ という表現を用いるのである.

<注> 平方数

整数の 2 乗で表せる数．2 乗のことを平方ということがある.

$\sqrt{2.17}$ を求めるとき



平方根表

$\sqrt{a}$ の近似値は平方根表にまとめられている．この表は 1.0〜9.99，10〜99.9 までの $\sqrt{a}$ の値を表にしたものである．a の上位 2 桁を左の欄に見て，そこから右へたどり，最後の下 1 桁を上の欄で見て下へたどったとき，交わる場所にある数字が $\sqrt{a}$ の近似値である.

$\sqrt{2}$ の近似値は次のようにして求めていくことができる.

$1.4^2=1.96$ のように，2 乗して 2 に近くなる数を見つける（初めは試行錯誤)．ここから 1.4 よりも少し大きい値を調べる.

1.41 としてみると，$1.41^2=1.9881$.

もう少し大きい 1.42 で調べると $1.42^2=2.0164$.

ここから，1.41 と 1.42 の間にある数を調べればよいことがわかる.

真ん中をとって，1.415 とすると，$1.415^2 = 2.002225$.
かなり近づいているので，1.414 で調べると，$1.414^2 = 1.999396$.
このようにして調べていったのが次の表である.

a	a^2
1.41	1.9881
1.42	2.0164
1.415	2.002225
1.414	1.999396
1.4145	2.00081025
1.4142	1.99996164
1.4143	2.00024449
1.41425	2.0001030625
1.41422	2.0000182084
1.41421	1.9999899241
1.414215	2.000004066225
$\cdots$	$\cdots$

このようにして調べて行くと，限りなく $\sqrt{2}$ に近づいていくが，残念ながら，無限にこの小数は続いていき，きりがない．以下は小数点以下 1000 桁目までの $\sqrt{2}$ の値である.
1.4142135623730950488016887242096980785696718753769480731766797379907324784621070388503875343276415727350138462309122970249248360558507372126441214970999358314132226659275055927557999505011527820605714701095599716059702745345968620147285174186408891986095523292304843087143214508397626036279952514079896872533965463318088296406206152583523950547457502877599617298355752203375318570113543746034084988471603868999706990048150305440277903164542478230684929369186215805784631115966687130130156185689872372352885092648612494977154218334204285686060146824720771435854874155657069677653720226485447015858801620758474922657226002085584466521458398893944370926591800311388246468157082630100594858704003186480342194897278290641045072636881313739855256117322040245091227700226941127573627280495738108967504018369868368450725799364729060762996941380475654823728997180326802474420629269124859052181004459842150591120249441341728531478105803603371077309182869314710171111683916581726889419758716582152128229518488472

▼ 有理数と無理数

有限小数　小数第何位かで終わる小数

＜例＞　0.6，2.45，1.9802 など

無限小数　小数以下限りなく続く小数．次に見る循環小数と，循環しない無限小数に分けられる

＜例＞　$0.6666666\cdots$，$1.616161616\cdots$，円周率 $\pi = 3.141592\cdots$ など

循環小数　小数点以下のある位から，いくつかの数字が同じ順序で，
限りなくくり返される無限小数．
循環する数字が 1 つならば，その数の上に点・をつけ，循環する数字が 2 つ以上ならば，循環する部分の始めと終わりの数字の上に点・をつけて表す．

＜例＞　$0.\dot{3} = 0.33333\cdots$，$0.\dot{5}\dot{1} = 0.51515151\cdots$，$4.7\dot{1}3\dot{5} = 4.7135135135\cdots$

有理数　整数と整数の比で表される数．つまり，$\dfrac{p}{q}$（ただし，p, q は整数，$q \neq 0$）という分数の形で表せる数．整数は分母が 1 の分数と考えることができるので，
有理数の一部となる．
有理数は，必ず有限小数か，循環（無限）小数となる．

＜例＞　$3 = \dfrac{3}{1}$，$1.23 = \dfrac{123}{100}$，$0.\dot{3} = \dfrac{1}{3}$，$0.\dot{5}\dot{1} = \dfrac{17}{33}$

無理数　有理数として表せない数．つまり，整数と整数の比で表せない数．
有理数が必ず有限小数か循環（無限）小数となることから，無理数は循環しない無限小数となる．

数の分類　有理数と無理数を合わせたものが数全体となる．数全体のことを実数ということがある．実数は数直線上のすべての数に対応している．

＜数の分類＞

$$\text{数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\\ \text{有限小数}\\ \text{循環小数}\end{cases}\\ \\ \text{無理数}\cdots\ \text{循環しない無限小数}\end{cases}$$

無限小数

【要点】

有理数

整数と整数の比で表される数．$\dfrac{p}{q}$（ただし，p, q は整数，$q \neq 0$）．

有限小数か循環小数となる．

無理数

有理数として表せない数．循環しない無限小数となる．

■解答

(1) $1.4^2 = 1.96$，$1.45^2 = 2.1025$，$1.5^2 = 2.25$ より，④ $\mathbf{1.4}$

(2) $\dfrac{4}{37} = 4 \div 37 = 0.108108108\cdots = \mathbf{0.\dot{1}0\dot{8}}$

(3)
$$x = 0.\dot{3}\dot{6} \quad \cdots\cdots①$$

とおく．①の両辺を 100 倍して，

$$100 \times x = 100 \times 0.36363636\cdots$$
$$100x = 36.\dot{3}\dot{6} \quad \cdots\cdots②$$

② − ① より，

$$\begin{array}{rrr} & 100x = & 36.363636\cdots \\ -) & x = & 0.363636\cdots \\ \hline & 99x = & 36 \end{array}$$

よって，$x = \dfrac{36}{99} = \mathbf{\dfrac{4}{11}}$

(4)
$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$
$$\sqrt{(-3)^2} = 3$$
$$0.\dot{2}\dot{1} = \frac{7}{33}$$
$$\pi = 3.1415\cdots$$
$$\sqrt{0.04} = 0.2$$

したがって，

有理数は，$\mathbf{\dfrac{3}{7}}$，$\boldsymbol{\sqrt{\dfrac{9}{4}}}$，$\mathbf{-2}$，$\mathbf{0.17}$，$\boldsymbol{\sqrt{(-3)^2}}$，$\mathbf{0.\dot{2}\dot{1}}$，$\boldsymbol{\sqrt{0.04}}$

無理数は，$\boldsymbol{\sqrt{6}}$，$\boldsymbol{\pi}$，$\boldsymbol{-\sqrt{2}}$

コラム✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤

無理数はピタゴラス (Phytagoras：BC570？－ 500？) によって発見されたといわれています．彼の生涯は実はわからないことが多いのですが，現在のトルコの西岸，サモスという場所で生まれたといわれています．各地を旅した後に今のイタリアの南部のクロトンという町でピタゴラス学派と呼ばれる宗教集団 (教団) を設立したといわれています．

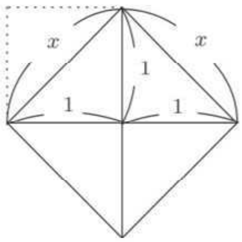
ピタゴラスは数をとても宗教的なものだととらえていたようです．例えば音楽の音階の中にきれいな整数の比があることを発見したのはピタゴラス（ピタゴラス音階といいます）だといわれているのですが，他にも自然界の中に美しい整数の比がたくさんあることをピタゴラスとその仲間たちは見つけていました．そこで世の中のすべてのものは，整数／整数の形の数，つまり有理数で表せると考えていたのです．たしかに四則演算（足し算・引き算・かけ算・割り算）を行うとき，整数どうしで割り算を行うと整数で表せないのに比べ，有理数の場合は四則演算の結果もまた有理数であり，それ以外の数は必要ではありません．したがって，完全性があるように思えます．そこでピタゴラスたちは有理数こそこの世界の全てを表せる数だと信じて，日々研究（宗教活動？）に励んでいたのです．

ところがあるとき，正方形という非常に単純な図形の中に，有理数であらわせない数があることをピタゴラス学派の人々自身が気がついてしまったのです．

****

図にあるように面積が 2 の正方形の 1 辺の長さ（これは 1 辺の長さが 1 の正方形の対角線の長さにあたります）は 2 乗すると 2 になる長さ，つまり $\sqrt{2}$ です．**もしこの $\sqrt{2}$ が有理数であったとしましょう．**すなわち，

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \quad \cdots\cdots ①$$



正方形の面積

$$= \frac{(\text{対角線の長さ})^2}{2}$$
$$= \frac{2 \times 2}{2} = 2$$
$$= x^2$$
$$\therefore x = \sqrt{2}$$

と表されたと考えます．このとき注意することは，p，q は整数ですから，右辺の $\dfrac{p}{q}$ は必ず分母分子に公約数がない分数（既約分数といいます）にすることができます．

つまり，

p，q は 1 以外に公約数を持たない 2 つの整数である $\cdots\cdots$ ②

とすることができます．

① の両辺を 2 乗して整理すると次のような式になります．

$$2 = \frac{p^2}{q^2}$$
$$2q^2 = p^2 \quad \cdots\cdots ③$$

q^2 は整数ですから，この式の左辺は偶数です．もしも，p が奇数だと 2 乗すると必ず奇数なので，③ の右辺は奇数となってしまいます．すると，偶数と奇数は等しくなりませんから，③ が成立しなくなります．ですから **p は偶数**でなければならなくなります．つまり p は別の整数 a を用いて

$$p = 2a$$

と表せることになります．これを ③ に代入します．

$$2q^2 = (2a)^2 = 4a^2$$
$$\therefore q^2 = 2a^2$$

この式から，今度は **q が偶数**であることが示されました．

この瞬間に，「おかしなこと（これを数学では**矛盾**といいます)」が起こっています．そうです．② で「p，q は 1 以外に公約数を持たない 2 つの整数である」と約束したのに，p も q も偶数，つまり 2 を公約数に持ってしまいました．おかしいですね．

式の変形で間違ったことはどこでもしていません．したがって，こんなおかしなことが起こった原因は一番初めの仮定「$\sqrt{2}$ が有理数である」しか考えられません．つまり，この仮定は間違いなのです．

したがって，「$\sqrt{2}$ が有理数である」のではない，つまり「**$\sqrt{2}$ は無理数である**」ことが示されてしまったのです．

なお，このような論理の進め方は**背理法**といわれる方法です．

****

自分たちの教義が根底から覆されてしまったわけですから，彼らの動揺たるや想像を絶するものであったに違いありません．実際彼らはこの事実を教団の最高の秘密事項とし，このおきてを破った者には神の罰が下ると考えたそうです．実際このことを漏らしてしまったある人 (ヒッパソス) は乗っていた船が難破して溺死したという出来事があり，教団の人々は神の怒りだと言い合ったとのことです．

その後ピタゴラス教団は地元の住民と対立するようになり，最後は焼き討ちにあって滅びてしまいます．このとき生き残った人々はギリシャ全土に四散しました．そして「実は整数と整数の比で表せない数がある」ということをまわりの人に伝え，そのことによって無理数の存在は広く認識されるようになったのです．

無理数の発見は，感覚では発見できなかったものが論理の力によって発見されたというはじめての出来事でもあります．実際ギリシャの人たちはこのことから論理の力の大きさを感じ，これがその後の論理学の発展につながったといわれています．論理的に考えることで，人間は新しい世界に出会ったのです．

例題 3

次の問いに答えなさい

(1) 次の各組の数の大小を不等号を用いて表しなさい.

① $\sqrt{10},\ \sqrt{15}$　　② $5,\ \sqrt{21}$　　③ $-\dfrac{1}{6},\ -\sqrt{\dfrac{1}{30}}$

(2) x を整数とするとき，次の不等式にあてはまる x を求めなさい.

① $2 < \sqrt{x} < 2.5$　　② $-3 < -\sqrt{x} < -2.7$

■考え方 平方根の大小関係

$\sqrt{a}$ は a の値が平方数または平方数を含む商の形でないときは，具体的な数値がとらえにくい．そこで，$\sqrt{a}$ の値の大小が a の大小と一致することを利用する.

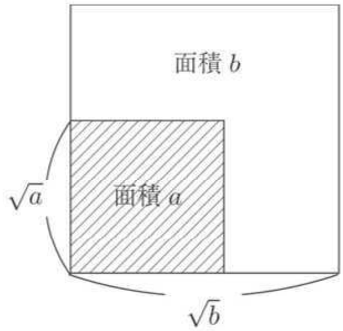
正方形において，1 辺の長さが大きいと面積も大きく，逆に，面積が大きいと 1 辺の長さも大きい.

面積が $a(>0)$ である正方形の 1 辺の長さは $\sqrt{a}$ であるから，次のことがいえる.

$a>0$, $b>0$ のとき，$\sqrt{a}<\sqrt{b}$ ならば，$a<b$ である.

また，逆に，

$a>0$, $b>0$ のとき，$a<b$ ならば，$\sqrt{a}<\sqrt{b}$ である.



$$\boxed{a>0,\ b>0 \text{ のとき，} \sqrt{a}<\sqrt{b} \iff a<b}$$

<注> 「p ならば q」も「q ならば p」も成り立つとき，

$p \iff q$

と表す.

【要点】

平方根の大小関係

$a > 0, b > 0$ のとき，$\sqrt{a} < \sqrt{b} \Leftrightarrow a < b$

■解答

(1) ① $\sqrt{10}$, $\sqrt{15}$

$10 < 15$ より，$\boldsymbol{\sqrt{10} < \sqrt{15}}$

② $5 = \sqrt{5^2} = \sqrt{25}$

$25 > 21$ より，$\boldsymbol{5 > \sqrt{21}}$

③
$$-\frac{1}{6} = -\sqrt{\frac{1^2}{6^2}}$$
$$= -\sqrt{\frac{1}{36}}$$

$\dfrac{1}{36} < \dfrac{1}{30}$ より，$\dfrac{1}{6} < \sqrt{\dfrac{1}{30}}$

よって，$\boldsymbol{-\dfrac{1}{6} > -\sqrt{\dfrac{1}{30}}}$

(2) ① $2 < \sqrt{x} < 2.5$

$\sqrt{4} < \sqrt{x} < \sqrt{6.25}$ より，$4 < x < 6.25$

x は整数だから，$\boldsymbol{x = 5,\ 6}$

②
$$-3 < -\sqrt{x} < -2.7$$
$$-\sqrt{9} < -\sqrt{x} < -\sqrt{7.29}$$

辺々に -1 をかけて，

$\sqrt{7.29} < \sqrt{x} < \sqrt{9}$ より，

$7.29 < x < 9$

x は整数だから，$\boldsymbol{x = 8}$

例題 4

次の計算をしなさい．

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{7}$　　(2) $-\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

(3) $2\sqrt{3}\times\sqrt{5}$　　(4) $\sqrt{15}\div\sqrt{5}$

(5) $3\sqrt{15}\div\sqrt{3}$　　(6) $\sqrt{21}\div(-3\sqrt{7})$

■考え方 平方根の乗法・除法

▼ $\boldsymbol{a\sqrt{b}}$ の形

$a\times\sqrt{b}$ のことを $a\sqrt{b}$ と書く．

▼ 平方根の性質

a の平方根 $\pm\sqrt{a}$ とは，2 乗すると a になる数のことであった (ただし $a \geqq 0$)．この定義から次の式が必ず成立する．

$$a \geq 0 \text{ のとき，} \begin{cases} \boldsymbol{(\sqrt{a})^2 = a} \\ \boldsymbol{\sqrt{a^2} = a} \\ \boldsymbol{\sqrt{(-a)^2} = a} \end{cases}$$

<確認>

$\sqrt{}$ は 2 つの平方根のうち正の値 または 0 を表す記号だったので，必ず正 または 0．したがって，$a \geqq 0$ のとき，

$$\sqrt{a^2} = |a| = a,\ \sqrt{(-a)^2} = |-a| = a$$

となる．

▼ 平方根の乗法・除法

$a>0, b>0$ のとき，次の式が成り立つ．

$$\boldsymbol{\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{ab}}$$

$$\boldsymbol{\sqrt{a}\div\sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}}$$

<例>　$\begin{cases} \sqrt{4}\times\sqrt{9} = 2\times 3 = 6 \\ \sqrt{4\times 9} = \sqrt{36} = 6 \end{cases}$　$\begin{cases} \dfrac{\sqrt{144}}{\sqrt{9}} = \dfrac{12}{3} = 4 \\ \sqrt{\dfrac{144}{9}} = \sqrt{16} = 4 \end{cases}$

<解説>

$a>0, b>0$ とする．$x=\sqrt{a}$，$y=\sqrt{b}$ とおき，$xy=\sqrt{a}\sqrt{b}$ がどのような値であるかを調べてみる．この xy を 2 乗してみると，

$$\begin{aligned}(x\times y)^2 = \left(\sqrt{a}\times\sqrt{b}\right)^2 &= (\sqrt{a})^2\times(\sqrt{b})^2 \quad [(xy)^2 = xy\times xy = x^2\times y^2 \text{より}] \\ &= a\times b \quad [(\sqrt{a})^2 = a \text{ などより}] \\ &= ab\end{aligned}$$

よって，$xy=\sqrt{a}\sqrt{b}$ は 2 乗して ab となる数であることがわかった．
ここで，$x=\sqrt{a}, y=\sqrt{b}$ は共に正の値（$\sqrt{\ }$ は正の値を意味するから）なので xy も正．つまり，xy は 2 乗して ab となる値である．すなわちこれは $\sqrt{ab}$（$\sqrt{\ }$ の定義）．よって，

$$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$$

同様にして $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{x}{y}$ を 2 乗してみると，

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2=\frac{x^2}{y^2}=\frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2}=\frac{a}{b}$$

$\dfrac{x}{y}>0$ より，

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$$

◆ ここに注意 ◆

平方根の加法・減法は原則としてできない

$\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$ であるが，$\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$ であるから，
$\sqrt{9}+\sqrt{16}\fallingdotseq\sqrt{9+16}$
となっている．上に見たように，平方根は乗法・除法については，先に乗法・除法を行ってから平方根をとってもよいが（もちろん根号の中が正の値に限る），加法・減法については先に行うことはできないのである（この加法・減法の扱いについては次の章で詳しく触れる）

【要点】

平方根の計算

$a\geqq 0$ のとき，$\begin{cases}(\sqrt{a})^2=a\\ \sqrt{a^2}=a\\ \sqrt{(-a)^2}=a\end{cases}$

$a>0, b>0$ のとき，

$$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$$
$$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$$

■解答

(1)
$$\sqrt{2}\times\sqrt{7}$$
$$=\sqrt{2\times 7}$$
$$=\boldsymbol{\sqrt{14}}$$

(2)
$$-\sqrt{2}\times\sqrt{3}$$
$$=-\sqrt{2\times 3}$$
$$=\boldsymbol{-\sqrt{6}}$$

(3)
$$2\sqrt{3}\times\sqrt{5}$$
$$=2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}$$
$$=2\times\sqrt{3\times 5}$$
$$=\boldsymbol{2\sqrt{15}}$$

◆ ここに注意 ◆

$2\sqrt{3}\times\sqrt{5}$ で $\sqrt{\ \ }$ の外にある 2 と $\sqrt{\ \ }$ の中にある数とをかけることはできない．

$$2\sqrt{3}\times\sqrt{5}=2\times\sqrt{3\times 5}=2\times\sqrt{15}$$

$$\sqrt{2\times 3\times 5}=\sqrt{2}\times\sqrt{3\times 5}=\sqrt{2}\times\sqrt{15}$$

上は $\sqrt{15}$ を 2 倍しているが，下は $\sqrt{15}$ を $\sqrt{2}$ 倍 ($\fallingdotseq 1.41$ 倍) している．つまり上下の式は違う値を表している．このように**根号の外にある数と根号の中にある数とを直接かけることはできない**（割るのも同様）．

(4)
$$\sqrt{15}\div\sqrt{5}$$
$$=\sqrt{\frac{15}{5}}$$
$$=\boldsymbol{\sqrt{3}}$$

(5)
$$3\sqrt{15}\div\sqrt{3}$$
$$=3\times\sqrt{15}\times\frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$=3\times\sqrt{\frac{15}{3}}$$
$$=\boldsymbol{3\sqrt{5}}$$

(6)
$$\sqrt{21}\div(-3\sqrt{7})$$
$$=\sqrt{21}\times\left(-\frac{1}{3\sqrt{7}}\right)$$
$$=-\frac{1}{3}\times\sqrt{\frac{21}{7}}$$
$$=\boldsymbol{-\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

例題 5

次の問いに答えなさい．

(1) 次の数を $\sqrt{a}$ の形で表しなさい．

① $2\sqrt{7}$　　② $2\sqrt{20}$

③ $-5\sqrt{3}$　　④ $-3\sqrt{5}$

(2) 次の数を $a\sqrt{b}$（b はなるべく小さな自然数）の形で表しなさい．

① $\sqrt{24}$　　② $\sqrt{54}$

③ $-\sqrt{20}$　　④ $-\sqrt{72}$

■**考え方 根号の簡約化**（以下 a, b は共に正の値とする）

▼ **根号の外にある数を根号の中に入れる**

$\sqrt{a^2}=a$ より，$a=\sqrt{a^2}$．よって，次の式が成り立つ．

$$\boldsymbol{a\sqrt{b}}=\sqrt{a^2}\sqrt{b}=\boldsymbol{\sqrt{a^2b}}$$

<例>

$$3\sqrt{5}=\sqrt{3^2}\times\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times 5}=\sqrt{45}$$

◆ **ここに注意** ◆

$\sqrt{\quad}$ の外にある数と $\sqrt{\quad}$ の中にある数とを直接かけることはできない．

$$3\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times 5}=\sqrt{45}\fallingdotseq\sqrt{3\times 5}=\sqrt{15}$$

▼ **根号の中にある平方数を根号の外に出す**

根号の中の数が平方数と他の数の積で表されるとき，根号の中の数字を小さくすることができる．この作業を**根号の簡約化**という．ルートを含む計算では，根号の簡約化により根号の中の値をなるべく小さくして計算することが，計算を上手に行うための大きなポイントになる．

$$\boldsymbol{\sqrt{a^2b}}=\sqrt{a^2}\sqrt{b}=\boldsymbol{a\sqrt{b}}$$

<例>

$$\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times 3}=2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{200}=\sqrt{10^2\times 2}=10\sqrt{2}$$

（簡約化を行った場合）$\sqrt{48}\times\sqrt{98}=4\sqrt{3}\times 7\sqrt{2}=4\times 7\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=28\sqrt{6}$

（簡約化を行わない場合）$\sqrt{48}\times\sqrt{98}=\sqrt{48\times 98}=\sqrt{4704}=\ldots$

<注> $\sqrt{200}=\sqrt{10^2\times 2}=10\sqrt{2}$，といった変形により，根号の中を簡単にして平方根表の中の値にすることができる．これにより平方根表で，様々な値の近似値を求めることができる．

<注> 自然数　正の整数のこと（1，2，3，……）

◆ ここに注意 ◆

素因数分解

根号の中を簡約化するには，根号の中の数を素因数分解（整数を素数のみの積で表すこと）すればよい．このとき，偶数乗になっている数が根号の外に出せる数である．

＜例＞

$\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}$

$\sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3} = \sqrt{(2^2)^2 \times 3} = 2^2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

$\sqrt{72} = \sqrt{2^3 \times 3^2} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 2} = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

素因数分解は通常，右図のような図を書いて行う．

(1) なるべく小さい素数で目的の数を割る

(2) 割った結果（商）を再び素数で割る

(3) 割れないときには次に小さい素数で割ってみる

(4) 以上を最後に商が素数となるまでくり返す

(5) このときに左に縦に並んだ数と一番下の数との積が素因数分解の結果である

420 を素因数分解する

2) 420
2) 210
3) 105
5) 35
7

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

▼ 平方数

根号の簡約化を行うにあたって，素因数分解は確実な方法であるが，手間はかかる．根号の中に素早く平方数を見つけられるようになると，手間が大きく省ける．根号の計算では以下のような平方数に敏感に反応できるようになっているとよい．代表的な平方数は覚えておこう．

＜例＞ $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
平方数 x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
x	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
平方数 x^2	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

【要点】

$a > 0, b > 0$ のとき，

$$\boldsymbol{a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}}$$
$$\boldsymbol{\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}}$$

■解答

(1) ① $2\sqrt{7} = \sqrt{2^2 \times 7} = \boldsymbol{\sqrt{28}}$　② $2\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 20} = \boldsymbol{\sqrt{80}}$

③ $-5\sqrt{3} = -\sqrt{5^2 \times 3} = \boldsymbol{-\sqrt{75}}$　④ $-3\sqrt{5} = -\sqrt{3^2 \times 5} = \boldsymbol{-\sqrt{45}}$

(2) ① $\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 6} = \boldsymbol{2\sqrt{6}}$　② $\sqrt{54} = \sqrt{3^2 \times 6} = \boldsymbol{3\sqrt{6}}$

③ $-\sqrt{20} = -\sqrt{2^2 \times 5} = \boldsymbol{-2\sqrt{5}}$　④ $-\sqrt{72} = -\sqrt{6^2 \times 2} = \boldsymbol{-6\sqrt{2}}$

【要点のまとめ】

平方根　a の平方根 $= \pm\sqrt{a}$　（ただし，$a \geqq 0$）

根号　$\sqrt{a}$ $\cdots$ a の平方根のうち，正の値

有理数

整数と整数の比で表される数．$\dfrac{p}{q}$（ただし，p, q は整数，$q \neq 0$）．

有限小数か循環小数となる．

無理数

有理数として表せない数．循環しない無限小数となる．

平方根の大小関係

$a > 0, b > 0$ のとき，$\sqrt{a} < \sqrt{b} \Leftrightarrow a < b$

平方根の計算

$$a \geqq 0 \text{ のとき，} \begin{cases} \boldsymbol{(\sqrt{a})^2 = a} \\ \boldsymbol{\sqrt{a^2} = a} \\ \boldsymbol{\sqrt{(-a)^2} = a} \end{cases}$$

$a > 0, b > 0$ のとき，

$$\boldsymbol{\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}}$$
$$\boldsymbol{\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}}$$

$a > 0, b > 0$ のとき，

$$\boldsymbol{a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}}$$
$$\boldsymbol{\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}}$$

問題

■演習

★【1】 次の数の平方根を求めなさい.

(1) 4　(2) 2　(3) 25　(4) 121

(5) 17　(6) 0　(7) $\dfrac{9}{16}$　(8) 0.01

(9) 0.0064　(10) -36

★【2】 次の数を根号を使わずに表しなさい.

(1) $\sqrt{4}$　(2) $\sqrt{\dfrac{9}{49}}$　(3) $-\sqrt{1\dfrac{13}{36}}$　(4) $\sqrt{(-5)^2}$

(5) $\sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}$　(6) $\sqrt{\dfrac{3^2}{4}}$　(7) $(-\sqrt{8})^2$　(8) $-(\sqrt{6})^2$

★【3】 次の文で正しいものには○をつけ，誤っているものには下線の部分を正しく直しなさい.

(1) 6 の平方根は $\underline{3}$

(2) 25 の平方根は $\underline{5}$

(3) $\sqrt{3}\times\sqrt{3}$ は $\underline{2\sqrt{3}}$ に等しい.

(4) $\sqrt{36}$ は $\underline{\pm 6}$ に等しい.

(5) $(-\sqrt{2})^2$ は $\underline{-2}$ に等しい.

(6) $\sqrt{0.09}$ は $\underline{0.3}$ に等しい.

(7) $\underline{-6}$ は 36 の平方根である.

(8) -2 は $\underline{-4}$ の平方根である.

★【4】 次の 9 つの数について，以下の問いに答えなさい.

$$-5\ ,\ -\sqrt{17}\ ,\ -\sqrt{\frac{4}{9}}\ ,\ -\frac{1}{3}\ ,\ 0\ ,\ 0.7\ ,\ \frac{\sqrt{2}}{2}\ ,\ \frac{\pi}{2}\ ,\ \sqrt{16}$$

(1) 整数であるものをすべて選びなさい.

(2) 自然数であるものをすべて選びなさい.

(3) 有理数であるものをすべて選びなさい.

(4) 無理数であるものをすべて選びなさい.

★【5】 次の各組の数を小さい順に並べなさい.

(1) $\sqrt{35},\ 6$

(2) $\frac{1}{2},\ \sqrt{\frac{1}{3}},\ \sqrt{\frac{1}{5}}$

(3) $-\sqrt{26},\ -5.1$

(4) $-\frac{1}{4},\ -\sqrt{0.2},\ -\sqrt{\frac{1}{18}}$

(5) $2.5,\ \sqrt{8},\ \sqrt{3^2}$

(6) $-\sqrt{3},\ -1.5,\ -3$

★★【6】 次の問いに答えなさい.

(1) 次の a の値に適する整数のうち，最小のものを求めなさい.

① $3<\sqrt{a}<4$

② $7.3<\sqrt{a}<9$

③ $-5<-\sqrt{a}<-2$

④ $-6<-\sqrt{a}<-4.7$

(2) 次の式をみたす自然数 k をすべて求めなさい.

① $2<\sqrt{k}<3$

② $\frac{5}{2}<\sqrt{6k}<\frac{9}{2}$

③ $\frac{1}{3}<\frac{1}{\sqrt{k}}<\frac{1}{2}$

★★【7】 次の問いに答えなさい.

(1) $\sqrt{18n}$ が自然数になるような整数 n のうち，最小のものを求めなさい.

(2) $\sqrt{120n}$ が自然数になるような整数 n のうち，最小のものを求めなさい.

(3) $\sqrt{\frac{2520}{n}}$ が 2 以上の自然数になるような整数 n のうち，最小のものを求めなさい.

(4) $\sqrt{\frac{27}{140}n}$ が有理数になるような整数 n のうち，最小のものを求めなさい.

★【8】 次の計算をしなさい.

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{7}$

(2) $-\sqrt{5}\times\sqrt{11}$

(3) $2\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

(4) $-3\sqrt{7}\times2\sqrt{2}$

(5) $\sqrt{35}\div\sqrt{7}$

(6) $-\sqrt{39}\div\sqrt{3}$

(7) $2\sqrt{10}\div\sqrt{2}$

(8) $2\sqrt{42}\div\sqrt{6}$

(9) $-3\sqrt{22}\div\left(-\sqrt{11}\right)$

(10) $4\sqrt{91}\div\left(-3\sqrt{7}\right)$

★【9】 次の数を (1)〜(4) は $\sqrt{a}$ の形で，(5)〜(10) は $a\sqrt{b}$ (b はもっとも小さい自然数) の形で表しなさい．

(1) $2\sqrt{3}$　　(2) $4\sqrt{7}$

(3) $-5\sqrt{2}$　　(4) $\dfrac{2}{3}\sqrt{7}$

(5) $\sqrt{56}$　　(6) $\sqrt{125}$

(7) $\sqrt{108}$　　(8) $-\sqrt{4200}$

(9) $2\sqrt{135}$　　(10) $-3\sqrt{98}$

★【10】 $\sqrt{2}=1.41$，$\sqrt{3}=1.73$ として，次の近似値を求めなさい（ただし小数第 3 位以下があるときは，四捨五入して小数第 2 位まで求めなさい）.

(1) $\sqrt{300}$　　(2) $\sqrt{8}$

(3) $\sqrt{5}\times\sqrt{10}$　　(4) $\sqrt{2}\times\sqrt{12}$

★【11】 次の式を計算しなさい．計算結果は根号がはずせる場合ははずし，根号が残る場合は根号の中をなるべく小さな自然数にした形で答えなさい.

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{15}$　　(2) $-\sqrt{14}\times\sqrt{21}$

(3) $\sqrt{3}\times(-\sqrt{6})$　　(4) $-\sqrt{30}\times(-\sqrt{15})$

(5) $\sqrt{2}\times 2\sqrt{6}$　　(6) $\sqrt{6}\times 3\sqrt{3}$

(7) $-3\sqrt{14}\times(-2\sqrt{28})$　　(8) $-3\sqrt{22}\times 2\sqrt{11}$

(9) $\sqrt{56}\div\sqrt{7}$　　(10) $\sqrt{180}\div\sqrt{15}$

(11) $3\sqrt{18}\div\sqrt{6}$　　(12) $\sqrt{28}\div 3\sqrt{7}$

(13) $2\sqrt{84}\div 4\sqrt{6}$　　(14) $12\sqrt{15}\div 9\sqrt{5}$

★★【12】 次の式を計算しなさい．計算結果は根号がはずせる場合ははずし，根号が残る場合は根号の中をなるべく小さな自然数にした形で答えなさい.

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\div\sqrt{6}$　　(2) $\sqrt{75}\div\sqrt{5}\div\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{6}\div(-\sqrt{3})\times\sqrt{2}$　　(4) $(-\sqrt{8})\times\sqrt{18}\div(-\sqrt{12})$

(5) $\sqrt{180}\div(-2\sqrt{5})\div\sqrt{3}$　　(6) $-\sqrt{3}\times\sqrt{6}\div(-\sqrt{8})$

(7) $4\sqrt{18}\div(-2\sqrt{2})\times\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　(8) $(-3\sqrt{24})\div 2\sqrt{2}\times(-\sqrt{27})$

(9) $\sqrt{72}\div\sqrt{\dfrac{5}{6}}\times\sqrt{15}$　　(10) $(-\sqrt{2})\div\sqrt{\dfrac{20}{3}}\times\sqrt{10}$

(11) $\sqrt{\dfrac{3}{4}}\times\sqrt{\dfrac{8}{27}}\div(-\sqrt{2})$　　(12) $\sqrt{\dfrac{8}{7}}\div\sqrt{\dfrac{2}{21}}\times\sqrt{3}$

■自習

★
【13】　次の問いに答えなさい．

(1) $\sqrt{15}$ は次の値のうち，どれにもっとも近いですか．

　① 3.5　　② 3.6　　③ 3.7　　④ 3.8　　⑤ 3.9

(2) $\sqrt{15}$ の小数点以下第 2 位の数字を求めなさい．

★
【14】　次の数について，分数は小数に，小数は分数に直しなさい．

(1) $\dfrac{19}{100}$　　(2) $\dfrac{3}{8}$　　(3) $\dfrac{5}{9}$　　(4) $\dfrac{7}{33}$

(5) 0.32　　(6) $0.\dot{7}$　　(7) $2.\dot{5}\dot{4}$　　(8) $0.1\dot{2}0\dot{6}$

★★★
【15】　次の問いに答えなさい．

(1) $\sqrt{n^2-141}$ が整数となるような自然数 n の値を求めなさい．

(2) $\sqrt{x+100}$ と $\sqrt{x+168}$ とが共に整数となるような整数 x の値を求めなさい．

★★★
【16】　次の問いに答えなさい．

(1) a, b が有理数であるとき，$a+b\sqrt{2}=0$ であるならば，$a=b=0$ 以外には a, b の値はあり得ないことを説明しなさい．ただし $\sqrt{2}$ は無理数であることを用いてもよい．

(2) a, b が有理数であるとき，$a+b\sqrt{2}=4+3\sqrt{2}$ のとき，a, b の値をすべて求めなさい．

添削課題

【1】 次の問いに答えなさい.

(1) 次の数の平方根を求めなさい.

① 3　② 4　③ $\frac{7}{16}$

④ 0.09　⑤ 0　⑥ -16

(2) 次の数を $\sqrt{}$ を使わずに表しなさい.

① $\sqrt{64}$　② $-\sqrt{25}$

③ $\sqrt{(-8)^2}$　④ $\sqrt{0.49}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{4}}$　⑥ $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$

【2】 次の文で正しいものには○をつけ，誤っているものは下線の部分を正しく直しなさい.

(1) 16 の平方根は $\underline{4}$ である.

(2) $\sqrt{(-5)^2}$ は $\underline{5}$ に等しい.

(3) $(-\sqrt{2}) \times (-\sqrt{2})$ は $\underline{-2}$ に等しい.

(4) $\sqrt{4}$ は $\underline{\pm 2}$ である.

(5) $\sqrt{2^2}$ の平方は $\underline{4}$ に等しい.

(6) $-\sqrt{(-3)^2}$ は $\underline{3}$ に等しい.

(7) $\sqrt{25}$ の平方根は $\underline{\pm 5}$ である.

【3】 次の各組の数を小さい順に並べなさい.

(1) -7，$-\sqrt{50}$

(2) $-\sqrt{0.6}$，$-\sqrt{0.7}$，-0.7

【4】 次の数を $a\sqrt{b}$(b は最も簡単な整数) の形で表しなさい.

(1) $\sqrt{18}$　　(2) $\sqrt{32}$

(3) $\sqrt{\dfrac{72}{100}}$　　(4) $\sqrt{0.0024}$

【5】 次の計算をしなさい. 根号の中は最も簡単な整数にしなさい.

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}$　　(2) $2\sqrt{3}\times(-3\sqrt{2})$

(3) $\sqrt{12}\div\sqrt{2}$　　(4) $\sqrt{\dfrac{3}{2}}\div\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

(5) $\sqrt{40}\div\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$　　(6) $\dfrac{2}{\sqrt{10}}\div\dfrac{\sqrt{35}}{5}\times\dfrac{\sqrt{14}}{4}$

【6】 次の問いに答えなさい.

(1) ア～エの空欄を埋めなさい. ただしウ, エには整数が入る.

$14^2=\boxed{\text{ア}}$, $15^2=\boxed{\text{イ}}$ なので,

$$\begin{array}{ccccccccc} 14^2= & & \boxed{\text{ア}} & < & 200 & < & \boxed{\text{イ}} & & =15^2 \\ \boxed{\text{ウ}} & = & \sqrt{\boxed{\text{ア}}} & < & \sqrt{200} & < & \sqrt{\boxed{\text{イ}}} & = & \boxed{\text{エ}} \\ & & \boxed{\text{ウ}} & < & 10\sqrt{2} & < & \boxed{\text{エ}} & & \\ & & 1.4 & < & \sqrt{2} & < & 1.5 & & \end{array}$$

よって, $\sqrt{2}$ の小数表示は小数第 1 位までが 1.4 であることが示された.

(2) $244^2=59536$, $49^2=2401$ であることを用いて, $\sqrt{6}$ の小数表示は小数第 2 位までが 2.44 であることを示しなさい ($2401>2400=6\times20^2$ であることに注目せよ).

小テスト

【1】 次の問いに答えなさい.

(1) 1 辺の長さがそれぞれ 8cm, 12cm である 2 つの立方体の体積比を求めなさい.

(2) 相似比が 3 : 4 である 2 つの直方体がある. 表面積比と体積比をそれぞれ求めなさい.

(3) 縮尺比が 10 万分の 1 の立体模型である山を作るのに必要な材料の体積が $3\mathrm{cm}^3$ であった. 実際の山の体積は何 m^3 であると推定されるか求めなさい.