1MJSS/1MJS/1MJ

本科 2 期 11 月度

解答

Ｚ会東大進学教室

中 1 選抜東大・医学部数学

中 1 数学

中 1 東大数学

２１章　式の計算（１）

問題

【1】単項式

(2)$\boldsymbol{4abc}$　係数　$\boldsymbol{4}$

(5)$\boldsymbol{-xy^3}$　係数　$\boldsymbol{-1}$

(6)$\boldsymbol{\dfrac{4pqr^2}{3}}$　係数　$\boldsymbol{\dfrac{4}{3}}$

多項式

(1)$\boldsymbol{1-x}$　項　$\boldsymbol{1,\ -x}$

(3)$\boldsymbol{3a^2-5a-7}$　項　$\boldsymbol{3a^2,\ -5a,\ -7}$

(4)$\boldsymbol{-x^3+3x^2y-xy^2+y^4}$　項　$\boldsymbol{-x^3,\ 3x^2y,\ -xy^2,\ y^4}$

【2】(1) ① 係数 $\boldsymbol{-3}$，次数 $\boldsymbol{2}$　② 係数 $\boldsymbol{\dfrac{3}{2}}$，次数 $\boldsymbol{3}$

③ 係数 $\boldsymbol{-\dfrac{5}{4}}$，次数 $\boldsymbol{3}$　④ 係数 $\boldsymbol{-1}$，次数 $\boldsymbol{5}$

(2) ① $\boldsymbol{-2a+6}$，次数 $\boldsymbol{1}$　② $\boldsymbol{-x^2-5x+12}$，次数 $\boldsymbol{2}$

③ $\boldsymbol{3a^2+b^2-5}$，次数 $\boldsymbol{2}$　④ $\boldsymbol{3a^2b+b^2-2a-11}$，次数 $\boldsymbol{3}$

⑤ $\boldsymbol{3x^2z^2+x^2y-2yz+5}$，次数 $\boldsymbol{4}$

【3】(1)
$$\begin{aligned}&4a-7b-2a+3b\\=&(4-2)a+(-7+3)b\\=&\boldsymbol{2a-4b}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&9x-3y-4x+3y\\=&(9-4)x+(-3+3)y\\=&\boldsymbol{5x}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}&3x^2-2x+4+2x^2+5x-6\\=&(3+2)x^2+(-2+5)x+(4-6)\\=&\boldsymbol{5x^2+3x-2}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}xy-\frac{1}{3}y^2+\frac{3}{4}x^2-\frac{5}{6}y^2+xy-\frac{3}{2}x^2\\=&\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{2}\right)x^2+\left(\frac{1}{2}+1\right)xy-\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\right)y^2\\=&\boldsymbol{-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}xy-\frac{7}{6}y^2}\end{aligned}$$

(5)
$$\begin{aligned}&-2ba^2+3b^3-2a^3+a^2b+4ab^2+3a^3-5b^2a-2b^3\\=&(-2+3)a^3+(-2+1)a^2b+(4-5)ab^2+(3-2)b^3\\=&\boldsymbol{a^3-a^2b-ab^2+b^3}\end{aligned}$$

【4】 (1) $3(4x-1)=\mathbf{12x-3}$

(2) $-6(4x+3y)=\mathbf{-24x-18y}$

(3) $-(2a-b)=\mathbf{-2a+b}$

(4) $-\dfrac{3}{2}(6x-8y)=\mathbf{-9x+12y}$

(5) $-2(x^2-4xy+3y^2)$
$=\mathbf{-2x^2+8xy-6y^2}$

(6) $\dfrac{2}{3}(6x^2-12xy+9y^2-3x+15y)$
$=\mathbf{4x^2-8xy+6y^2-2x+10y}$

【5】 (1) $(2x+3y)+(3x-6y)=2x+3y+3x-6y=\mathbf{5x-3y}$

(2) $(2a+b)-(-a+3b)=2a+b+a-3b=\mathbf{3a-2b}$

(3) $(4x^2-2x+5)-(x^2-2x-3)=4x^2-2x+5-x^2+2x+3=\mathbf{3x^2+8}$

(4) $(0.3a+0.7b)+(0.2a-0.5b)=0.3a+0.7b+0.2a-0.5b=\mathbf{0.5a+0.2b}$

(5)
$$\begin{array}{rrrr} & 3a & + & 5b \\ +) & 4a & - & 2b \\ \hline & \mathbf{7a} & + & \mathbf{3b} \end{array}$$

(6)
$$\begin{array}{rrrr} & -2x^2 & - & 6x \\ +) & 3x^2 & - & 8x \\ \hline & \mathbf{x^2} & - & \mathbf{14x} \end{array}$$

(7)
$$\begin{array}{rrrrrr} & 2x^2 & + & 3x & + & 1 \\ -) & 3x^2 & + & x & - & 4 \\ \hline & \mathbf{-x^2} & + & \mathbf{2x} & + & \mathbf{5} \end{array}$$

(8)
$$\begin{array}{rrrrrr} & -2a^2 & + & 4a & - & 7 \\ +) & -3a^2 & - & 5a & + & 2 \\ \hline & \mathbf{-5a^2} & - & \mathbf{a} & - & \mathbf{5} \end{array}$$

(9)
$$\begin{array}{rrrrrrrr} & y^3 & + & 2y^2 & & & - & 1 \\ -) & -y^3 & + & 4y^2 & + & 2y & + & 3 \\ \hline & \mathbf{2y^3} & - & \mathbf{2y^2} & - & \mathbf{2y} & - & \mathbf{4} \end{array}$$

(10)
$$\begin{array}{rrrrrrrr} & x^3 & - & 2x^2 & & & + & 11 \\ -) & 4x^3 & & & - & 5x & - & 10 \\ \hline & \mathbf{-3x^3} & - & \mathbf{2x^2} & + & \mathbf{5x} & + & \mathbf{21} \end{array}$$

【6】 (1)
$$3x+2(x-4y)=3x+2x-8y$$
$$=\boldsymbol{5x-8y}$$

(2)
$$10-3(2x+4)=10-(6x+12)$$
$$=10-6x-12$$
$$=\boldsymbol{-6x-2}$$

(3)
$$2(a-2b)+3(-2a+4b)$$
$$=2a-4b-6a+12b$$
$$=\boldsymbol{-4a+8b}$$

(4)
$$5(x-3y)-4(2x+3y)$$
$$=(5x-15y)-(8x+12y)$$
$$=5x-15y-8x-12y$$
$$=\boldsymbol{-3x-27y}$$

(5)
$$-2(2x+y)-3(x-2y)$$
$$=-4x-2y-3x+6y$$
$$=\boldsymbol{-7x+4y}$$

(6)
$$2(x^2-3x+4)-(5-3x+x^2)$$
$$=2x^2-6x+8-5+3x-x^2$$
$$=\boldsymbol{x^2-3x+3}$$

(7)
$$\frac{1}{6}(-2a+3b)-\frac{1}{3}(a-2b)$$
$$=-\frac{1}{3}a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b$$
$$=\boldsymbol{-\frac{2}{3}a+\frac{7}{6}b}$$

(8)
$$\frac{3a-b}{2}+\frac{a+b}{3}$$
$$=\frac{3(3a-b)}{6}+\frac{2(a+b)}{6}$$
$$=\frac{3(3a-b)+2(a+b)}{6}$$
$$=\frac{9a-3b+2a+2b}{6}$$
$$=\boldsymbol{\frac{11a-b}{6}}$$

(9)
$$\frac{2x+y}{3}-\frac{3y-x}{9}$$
$$=\frac{3(2x+y)}{9}-\frac{3y-x}{9}$$
$$=\frac{3(2x+y)-(3y-x)}{9}$$
$$=\frac{6x+3y-3y+x}{9}$$
$$=\boldsymbol{\frac{7}{9}x}$$

(10)
$$\frac{2x+3}{4}-\frac{5x-1}{6}$$
$$=\frac{3(2x+3)-2(5x-1)}{12}$$
$$=\frac{6x+9-10x+2}{12}$$
$$=\boldsymbol{\frac{-4x+11}{12}}$$

(11)
$$\frac{4x-7y+3}{10}-\frac{x-6y-2}{5}$$
$$=\frac{4x-7y+3}{10}-\frac{2(x-6y-2)}{10}$$
$$=\frac{(4x-7y+3)-2(x-6y-2)}{10}$$
$$=\frac{4x-7y+3-2x+12y+4}{10}$$
$$=\boldsymbol{\frac{2x+5y+7}{10}}$$

(12)
$$\frac{x^2+3xy+y^2}{6}-\frac{x^2+2xy-y^2}{8}$$
$$=\frac{4(x^2+3xy+y^2)}{24}-\frac{3(x^2+2xy-y^2)}{24}$$
$$=\frac{4(x^2+3xy+y^2)-3(x^2+2xy-y^2)}{24}$$
$$=\frac{4x^2+12xy+4y^2-3x^2-6xy+3y^2}{24}$$
$$=\boldsymbol{\frac{x^2+6xy+7y^2}{24}}$$

【7】(1) $2x\times 5y=10\times xy=\boldsymbol{10xy}$

(2) $(3x)^3=3^3\times x^3=\boldsymbol{27x^3}$

(3) $6xy^2\times\frac{1}{3}x=\frac{6xy^2}{1}\times\frac{x}{3}=\boldsymbol{2x^2y^2}$

(4) $\left(-\frac{1}{2}a\right)^2\times 8ab^2=\frac{a^2}{4}\times\frac{8ab^2}{1}=\boldsymbol{2a^3b^2}$

(5) $3b^2\times(-2a^2b)^2\div 6ab^2=\frac{3b^2}{1}\times\frac{4a^4b^2}{1}\times\frac{1}{6ab^2}=\boldsymbol{2a^3b^2}$

(6) $9a^2b^3\div 3ab^2\times(-ab)^2=\frac{9a^2b^3}{1}\times\frac{1}{3ab^2}\times\frac{a^2b^2}{1}=\boldsymbol{3a^3b^3}$

(7) $\frac{1}{3}ab^2\times(-3ab)^2=\frac{ab^2}{3}\times\frac{9a^2b^2}{1}=\boldsymbol{3a^3b^4}$

(8) $4x^2y^2\div(-xy^2)=-\frac{4x^2y^2}{1}\times\frac{1}{xy^2}=\boldsymbol{-4x}$

(9) $(-a^2b)^3\div a^3b^4\times(-b)^3=\frac{a^6b^3}{1}\times\frac{1}{a^3b^4}\times\frac{b^3}{1}=\boldsymbol{a^3b^2}$

(10) $(-3xy)^3\times\frac{1}{18}x^2y^3\div\left(-\frac{1}{4}xy^4\right)=\frac{27x^3y^3}{1}\times\frac{x^2y^3}{18}\times\frac{4}{xy^4}=\boldsymbol{6x^4y^2}$

【8】 (1)
$$\begin{aligned}2(x+3y)-(x-4y) &= 2x+6y-x+4y\\ &= x+10y\\ &= 5+10\times(-2)\\ &= \mathbf{-15}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}2(3x-2y)-6(x+xy) &= 6x-4y-6x-6xy\\ &= -4y-6xy\\ &= -4\times(-2)-6\times 3\times(-2)\\ &= \mathbf{44}\end{aligned}$$

(3)
$$3x^2y\div 6x\times 8y = \frac{3x^2y}{1}\times\frac{1}{6x}\times\frac{8y}{1} = 4xy^2$$
$$= 4\times(-2)\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \mathbf{-2}$$

(4)
$$8x^2y\times(-3y)\div 4xy = -\frac{8x^2y}{1}\times\frac{3y}{1}\times\frac{1}{4xy} = -6xy$$
$$= -6\times\frac{2}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right) = \mathbf{2}$$

(5)
$$(3xy)^2\div(-3xy^2)\times 2y^2 = \frac{9x^2y^2}{1}\times\frac{1}{-3xy^2}\times\frac{2y^2}{1} = -6xy^2$$
$$= -6\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times 4 = \mathbf{8}$$

(6)
$$(a^2b)^3\times\left(-\frac{1}{3}ab\right)^2\div(a^3b^2)^3 = \frac{a^6b^3}{1}\times\frac{a^2b^2}{9}\times\frac{1}{a^9b^6}$$
$$= \frac{1}{9ab} = \mathbf{-2}$$

【9】 (1)
$$\begin{aligned}A+B &= (2x+3y-1)+(3x-y+4)\\ &= 2x+3y-1+3x-y+4\\ &= \mathbf{5x+2y+3}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}2B-(A-B) &= 2B-A+B\\ &= -A+3B\\ &= -(2x+3y-1)+3(3x-y+4)\\ &= -2x-3y+1+9x-3y+12\\ &= \mathbf{7x-6y+13}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}3(2A-4B+5)-4(2A-3B+4) &= 6A-12B+15-8A+12B-16\\ &= -2A-1\\ &= -2(2x+3y-1)-1\\ &= \mathbf{-4x-6y+1}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}\frac{3A-B}{4}-\frac{A-2B}{3}&=\frac{9A-3B-4A+8B}{12}\\&=\frac{5A+5B}{12}\\&=\frac{5}{12}(A+B)\\&=\frac{5}{12}(2x+3y-1+3x-y+4)\\&=\frac{5(5x+2y+3)}{12}\\&=\boldsymbol{\frac{25x+10y+15}{12}}\end{aligned}$$

【10】(1) $2*3=2+3-2\times3=\mathbf{-1}$

(2) $5*(-2)=5+(-2)-5\times(-2)=\mathbf{13}$

(3) $\frac{1}{2}*3=\frac{1}{2}+3-\frac{1}{2}\times3=2$ より，

$4*\left(\frac{1}{2}*3\right)=4*2=4+2-4\times2=\mathbf{-2}$

(4)
$$\begin{aligned}x*6&=11\\x+6-6x&=11\\-5x&=5\\x&=\mathbf{-1}\end{aligned}$$

【11】(1) $\frac{a+3b}{3}-\frac{a-b}{5}-b=\frac{2a+3b}{15}=\boldsymbol{\frac{2}{3}}$

(2)
$$\begin{aligned}&(a-b+c+d)(a+b-c+d)(a+b+c-d)(-a+b+c+d)\\=&\{a-b+(a+b)\}\{(c+d)-c+d\}\{(c+d)+c-d\}\{-a+b+(a+b)\}\\=&2a\times2d\times2c\times2b\\=&16abcd\\=&\mathbf{48}\end{aligned}$$

【12】(1) $\boxed{\text{周囲の長さ}}$

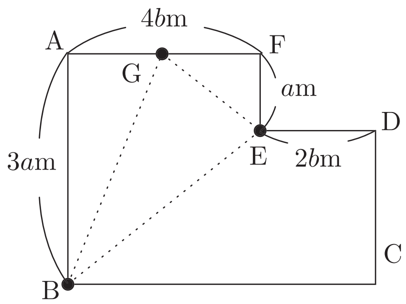
$3a \times 2 + (4b + 2b) \times 2 =$

$\mathbf{(6a + 12b)m}$

$\boxed{\text{面積}}$

$3a \times 6b - a \times 2b = 18ab - 2ab$

$= \mathbf{16ab(m^2)}$



(2) たて 3am，横 4bm の長方形から 3 つの三角形を取り除く．

$3a \times 4b - \frac{1}{2} \times 3a \times 2b - \frac{1}{2} \times 4b \times 2a - \frac{1}{2} \times a \times 2b$

$=12ab - 3ab - 4ab - ab$

$=\mathbf{4ab(m^2)}$

【13】(1) A に入っている水の量は，$\frac{1}{3} \times \pi a^2 \times 3b = \pi a^2 b$

B の底面積は πa^2 であるから，深さは，

$\pi a^2 b \div \pi a^2 = \boldsymbol{b}$

(2) C に入っている水の量は，$\pi \times (2a)^2 \times \frac{1}{2}b = 2\pi a^2 b$

B の底面積は πa^2 であるから，深さは，

$2\pi a^2 b \div \pi a^2 = 2b$

だけ増す．

よって，$b + 2b = \mathbf{3b}$

【14】(1) 円柱 A の側面積 $= 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$

球 B の表面積 $= 4\pi r^2$

よって，その比は

$4\pi r^2 : 4\pi r^2 = \mathbf{1 : 1}$

また，円柱 A の表面積 $4\pi r^2 + \pi r^2 \times 2 = 6\pi r^2$

以上より，$6\pi r^2 \div 4\pi r^2 = \mathbf{\frac{3}{2}}$**(倍)**

(2) 円柱 A の体積 $V_A = \pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$

球 B の体積 $V_B = \frac{4}{3}\pi r^3$

円すい C の体積 $V_C = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 2r = \frac{2}{3}\pi r^3$

よって，それぞれの体積比は

$V_A : V_B : V_C = 2\pi r^3 : \frac{4}{3}\pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3$

$= 2 : \frac{4}{3} : \frac{2}{3}$

$= \mathbf{3 : 2 : 1}$

【15】(1) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{x}{3}=\dfrac{3x}{6}+\dfrac{2x}{6}$
$=\boldsymbol{\dfrac{5x}{6}}$

(2) $\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x}=\dfrac{2+3}{x}$
$=\boldsymbol{\dfrac{5}{x}}$

(3) $\dfrac{5}{2a}-\dfrac{4}{3a}=\dfrac{15}{6a}-\dfrac{8}{6a}$
$=\boldsymbol{\dfrac{7}{6a}}$

(4) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{y}{xy}+\dfrac{x}{xy}$
$=\boldsymbol{\dfrac{x+y}{xy}}$

(5) $\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{3x}{x^2}-\dfrac{1}{x^2}$
$=\boldsymbol{\dfrac{3x-1}{x^2}}$

(6) $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{y^2}{xy}+\dfrac{x^2}{xy}$
$=\boldsymbol{\dfrac{x^2+y^2}{xy}}$

(7) $\dfrac{3a}{4x}-\dfrac{b}{6y}=\dfrac{9ay}{12xy}-\dfrac{2bx}{12xy}$
$=\boldsymbol{\dfrac{9ay-2bx}{12xy}}$

添削課題

【1】(1) ① **単項式　係数は $\boldsymbol{4}$**　② **多項式　項は $\boldsymbol{3a}$，$\boldsymbol{-b}$**

③ **単項式　係数は $\boldsymbol{-1}$**　④ **多項式　項は $\boldsymbol{x^2}$，$\boldsymbol{xy}$，$\boldsymbol{-2}$**

(2) ① $\boldsymbol{-4x+5}$，**1 次**　② $\boldsymbol{-p^2+3p+\frac{1}{2}}$，**2 次**

③ **3 次**　④ $\boldsymbol{-x^2y^2+3xy+11}$，**4 次**

⑤ $\boldsymbol{7axy^2-2ax^2+5ay}$，**4 次**　⑥ $\boldsymbol{-2a^2+3ab-b^2+5a-7b+12}$，**2 次**

【2】(1)
$$\begin{aligned}&3x+2y-4x+y\\=&3x-4x+2y+y\\=&\boldsymbol{-x+3y}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&-a^2+2a-3-3a+5+2a^2\\=&-a^2+2a^2+2a-3a-3+5\\=&\boldsymbol{a^2-a+2}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}&-q^2+3pq+2+p^2-3+q^2\\=&p^2+3pq-q^2+q^2+2-3\\=&\boldsymbol{p^2+3pq-1}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}&(3a-2b)+2(b-a)\\=&3a-2b+2b-2a\\=&\boldsymbol{a}\end{aligned}$$

(5)
$$\begin{aligned}&(11m-6n)-(7n-2m)\\=&11m-6n-7n+2m\\=&\boldsymbol{13m-13n}\end{aligned}$$

(6)
$$\begin{aligned}&(-2x^2+y^2)-(4x^2-2y^2)\\=&-2x^2+y^2-4x^2+2y^2\\=&\boldsymbol{-6x^2+3y^2}\end{aligned}$$

(7)
$$\begin{aligned}&(a^2-3ab+2b^2)-2(a^2-ab+b^2)\\=&a^2-3ab+2b^2-2a^2+2ab-2b^2\\=&\boldsymbol{-a^2-ab}\end{aligned}$$

(8)
$$\begin{aligned}&-3+a-a^2-(-b-2a^2)+(2b-a+1)\\=&-3+a-a^2+b+2a^2+2b-a+1\\=&\boldsymbol{a^2+3b-2}\end{aligned}$$

(9)
$$\begin{array}{rrrrr} & 3x & - & y & \\ +) & 2x & + & 2y & -\ 1\\ \hline & 5x & + & y & -\ 1\end{array}$$

(10)
$$\begin{array}{rrrrr} & 3x^2 & - & 2xy & +\ 4y^2\\ -) & 4x^2 & - & 3xy & -\ y^2\\ \hline & -\ x^2 & + & xy & +\ 5y^2\end{array}$$

【3】(1) $a^2 \times a^2 = \boldsymbol{a^4}$

(2) $3a \times (-a)^2 = 3a \times a^2$
$= \boldsymbol{3a^3}$

(3) $27x^2y^2 \div (-9xy^2)$
$=27x^2y^2 \times \left(-\dfrac{1}{9xy^2}\right)$
$=\boldsymbol{-3x}$

(4) $2a^2b \div (-4ab) \times (-2b)$
$=2a^2b \times \left(-\dfrac{1}{4ab}\right) \times (-2b)$
$=2a^2b \times \dfrac{1}{4ab} \times 2b$
$=\boldsymbol{ab}$

(5) $\dfrac{1}{2}xy^2 \times (-2x^2y)^2$
$=\dfrac{1}{2}xy^2 \times 4x^4y^2$
$=\boldsymbol{2x^5y^4}$

(6) $6a^4b^5 \div 4ab^3 \div (-3ab)^2$
$=\dfrac{6a^4b^5}{4ab^3 \times 9a^2b^2}$
$=\boldsymbol{\dfrac{a}{6}}$

(7) $\dfrac{a+3b}{4} + \dfrac{b-a}{3}$
$=\dfrac{3a+9b+4b-4a}{12}$
$=\boldsymbol{\dfrac{-a+13b}{12}}$

(8) $\dfrac{x-y}{2} - \dfrac{x-2y}{3}$
$=\dfrac{3x-3y}{6} - \dfrac{2x-4y}{6}$
$=\dfrac{3x-3y-2x+4y}{6}$
$=\boldsymbol{\dfrac{x+y}{6}}$

(9) $\dfrac{7x^2-y^2}{6} - \dfrac{9x^2-2y^2}{8}$
$=\dfrac{4(7x^2-y^2)-3(9x^2-2y^2)}{24}$
$=\dfrac{28x^2-4y^2-27x^2+6y^2}{24}$
$=\boldsymbol{\dfrac{x^2+2y^2}{24}}$

(10) $\dfrac{3a^2+2ab-b^2}{4} - \dfrac{-2a^2+5b^2}{3} + \dfrac{-ab+7b^2}{6}$
$=\dfrac{3(3a^2+2ab-b^2)-4(-2a^2+5b^2)+2(-ab+7b^2)}{12}$
$=\dfrac{9a^2+6ab-3b^2+8a^2-20b^2-2ab+14b^2}{12}$
$=\boldsymbol{\dfrac{17a^2+4ab-9b^2}{12}}$

【4】(1)　$(\text{与式}) = 4x - 8y + 12z - 3x + 9y - 6z = x + y + 6z$

であるから，$x = \dfrac{2}{3}$，$y = -\dfrac{1}{6}$，$z = -\dfrac{3}{2}$ を代入して，

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} - \frac{1}{6} + 6 \times \left(-\frac{3}{2}\right) &= \frac{1}{2} - 9 \\ &= -\mathbf{\frac{17}{2}}\end{aligned}$$

(2)　$(\text{与式}) = \dfrac{x^2y \times 4x^2y^2z^6 \times 4}{2 \times (-8y^3) \times x^2z^4} = -x^2z^2 = -(xz)^2$

であるから，$x = \dfrac{2}{3}$，$y = -\dfrac{1}{6}$，$z = -\dfrac{3}{2}$ を代入して，

$$-\left\{\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right)\right\}^2 = -(-1)^2 = \mathbf{-1}$$

(3)　$(\text{与式}) = \dfrac{3x^2y \times 4y^4z^2}{36y^6z^2 \times z^2} = \dfrac{x^2}{3yz^2}$

であるから，$x = \dfrac{2}{3}$，$y = -\dfrac{1}{6}$，$z = -\dfrac{3}{2}$ を代入して，

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2}{3 \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\frac{4}{9}}{-\frac{9}{8}} = -\mathbf{\frac{32}{81}}$$

小テスト

【1】(1) $-a+9$

(2) $-2k-10$

(3) $4m$

(4) $-\frac{11}{6}x-\frac{3}{2}$

(5) $4p-7$

(6) $-\frac{8}{3}y+3$

(7) $9n-13$

(8) $0.1z-0.9$

(9) $\frac{17t-9}{12}$

(10) $\frac{-8c+1}{6}$

２２章　式の計算（２）

問題

【1】(1) ① 次数 **4** 次　係数 $\boldsymbol{-3}$　a について…次数 **2** 次　係数 $\boldsymbol{-3bx}$

② 次数 **5** 次　係数 $\boldsymbol{-\frac{1}{3}}$　x について…次数 **2** 次　係数 $\boldsymbol{-\frac{yz^2}{3}}$

(2) ① $\boldsymbol{y^3+4xy^2-2x^2y+x^3}$，次数 **3**，定数項 $\boldsymbol{x^3}$

② $\boldsymbol{-xy^2-6x^2y+x^3+8}$，次数 **2**，定数項 $\boldsymbol{x^3+8}$

③ $\boldsymbol{b^4-3ab^2+a^3-7}$，次数 **4**，定数項 $\boldsymbol{a^3-7}$

④ $\boldsymbol{x^2+(y+5)x-y^2-2y-8}$，次数 **2**，定数項 $\boldsymbol{-y^2-2y-8}$

⑤ $\boldsymbol{a^2+(3x^2-3)a-x}$，次数 **2**，定数項 $\boldsymbol{-x}$

⑥ $\boldsymbol{-b^2+(3a-1)b+a^2+a+5}$，次数 **2**，定数項 $\boldsymbol{a^2+a+5}$

【2】(1)

$$
\begin{aligned}
5x-a&=4a\\
5x&=4a+a\\
5x&=5a\\
\boldsymbol{x}&\boldsymbol{=a}
\end{aligned}
$$

(2)

$$
\begin{aligned}
\frac{3x+2}{5}&=a\\
3x+2&=5a\\
3x&=5a-2\\
\boldsymbol{x}&\boldsymbol{=\frac{5a-2}{3}}
\end{aligned}
$$

(3) $\frac{2}{3}x+a+2=\frac{1}{2}a$

両辺に 6 をかけて

$$
\begin{aligned}
4x+6a+12&=3a\\
4x&=-3a-12\\
x&=\frac{-3a-12}{4}\\
\boldsymbol{x}&\boldsymbol{=-\frac{3a+12}{4}}\ \left(=-\frac{3}{4}a-3\right)
\end{aligned}
$$

(4)

$$
\begin{aligned}
4b+5x&=-3x+2\\
5x+3x&=-4b+2\\
8x&=-4b+2\\
x&=\frac{-4b+2}{8}\\
\boldsymbol{x}&\boldsymbol{=\frac{-2b+1}{4}}\ \left(=-\frac{2b-1}{4}=-\frac{1}{2}b+\frac{1}{4}\right)
\end{aligned}
$$

(5) $\dfrac{2x+a}{4}=\dfrac{2a-x}{6}$

$3(2x+a)=2(2a-x)$

$6x+3a=4a-2x$

$6x+2x=4a-3a$

$8x=a$

$\boldsymbol{x=\dfrac{a}{8}}$

(6) $ax=1$

両辺を $a(\fallingdotseq 0)$ で割って，

$\boldsymbol{x=\dfrac{1}{a}}$

(7) $ax-2bx+5=\dfrac{4}{3}a$

$3ax-6bx+15=4a$

$(3a-6b)x=4a-15$

両辺を $(3a-6b)(\fallingdotseq 0)$ で割って，

$\boldsymbol{x=\dfrac{4a-15}{3a-6b}}\left(=\dfrac{4a-15}{3(a-2b)}\right)$

(8) $4x-a=ax+7$

$4x-ax=a+7$

$(4-a)x=a+7$

両辺を $(4-a)(\fallingdotseq 0)$ で割って，

$\boldsymbol{x=\dfrac{a+7}{4-a}}\left(=-\dfrac{a+7}{a-4}\right)$

【3】(1) $\boldsymbol{y=-x+8}$

(2) $2x=-y+10$

$\boldsymbol{x=-\dfrac{1}{2}y+5}$

(3) $2y=-x+12$

$\boldsymbol{y=-\dfrac{1}{2}x+6}$

(4) $\dfrac{1}{3}Sh=V$

$\boldsymbol{h=\dfrac{3V}{S}}$

【4】(1) $2\pi hr=S-2\pi r^2$

$\boldsymbol{h=\dfrac{S}{2\pi r}-r}$

(2) $\dfrac{y}{2}=\dfrac{x}{3}-4$

$\boldsymbol{y=\dfrac{2}{3}x-8}$

(3) $\dfrac{1-b}{2}=1-a$

$1-b=2-2a$

$-b=1-2a$

$\boldsymbol{b=2a-1}$

(4) $2a+b+3c=3x$

$2a=3x-b-3c$

$\boldsymbol{a=\dfrac{3x-b-3c}{2}}$

(5) $2\pi(r+h)=\ell$

$$r+h=\frac{\ell}{2\pi}$$

$$\boldsymbol{h=\frac{\ell}{2\pi}-r}$$

(6) $\frac{1}{2}(a+b)h=S$

$$a+b=\frac{2S}{h}$$

$$\boldsymbol{a=\frac{2S}{h}-b}$$

【5】(1) $y(x+2)=3+3(x+2)$

$$x(y-3)=9-2y$$

$$\boldsymbol{x=\frac{9-2y}{y-3}}$$

(2) $bc+ac=ab$

$$a(b-c)=bc$$

$$\boldsymbol{a=\frac{bc}{b-c}}$$

【6】(1) この台形の上底の長さを $x$cm とすると，面積が等しいので，

$$\frac{1}{2}(x+b)h=t^2$$

これを x について解くと，

$$x+b=\frac{2t^2}{h}$$

$$x=\frac{2t^2}{h}-b$$

したがって，求める上底の長さは，$\boldsymbol{\frac{2t^2}{h}-b}$ (cm)

(2) $\boldsymbol{t=T-6x}$

これを x について解くと

$$6x=T-t$$

$$\boldsymbol{x=\frac{T-t}{6}}$$

(3) 底面の周の長さについて式を立てると

$$2\pi\ell\times\frac{a}{360}=2\pi r$$

$$\frac{a}{360}\times\ell=r$$

$$\boldsymbol{a=\frac{360r}{\ell}}$$

表面積を S とすると

$$S=\pi\ell^2\times\frac{a}{360}+\pi r^2$$

$$=\pi\ell^2\times\frac{r}{\ell}+\pi r^2\ \left(a=\frac{360r}{\ell}\text{ より，}\frac{a}{360}=\frac{r}{\ell}\right)$$

$$\boldsymbol{=\pi\ell r+\pi r^2}\ (\mathrm{cm}^2)$$

【7】(1) $3(x-2)=10$

$$3x=16$$

$$\boldsymbol{x=\frac{16}{3}}$$

(2) $\frac{1}{2}x=\frac{4}{3}$

$$\boldsymbol{x=\frac{8}{3}}$$

(3) $$4(2x-3)=\frac{1}{2}(x+3)$$
$$16x-24=x+3$$
$$15x=27$$
$$\boldsymbol{x=\frac{9}{5}}$$

(4) $5ab(2x-3)=12ab(x-2)$

$ab \fallingdotseq 0$ より

$$5(2x-3)=12(x-2)$$
$$10x-15=12x-24$$
$$-2x=-9$$
$$\boldsymbol{x=\frac{9}{2}}$$

【8】(1) $x:y=\mathbf{5:3}$

(2) $4x=5y$ より，$x:y=\mathbf{5:4}$

(3) $$4x-3(2x-3y)=6(x+y)$$
$$4x-6x+9y=6x+6y$$
$$-2x+9y=6x+6y$$
$$8x=3y$$

よって，$x:y=\mathbf{3:8}$

【9】(1) $x=5t$，$y=4t$ とおく．($t \fallingdotseq 0$)

$$\therefore \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{4t}{5t}+\frac{5t}{4t}=\frac{4}{5}+\frac{5}{4}=\mathbf{\frac{41}{20}}$$

(2) $2a=3b$ より，$a=\dfrac{3}{2}b$

$$(\text{与式})=\frac{2a^2+b^2}{3ab}=\frac{2\times\left(\frac{3}{2}b\right)^2+b^2}{3\times\frac{3}{2}b\times b}=\frac{11b^2}{9b^2}=\mathbf{\frac{11}{9}}$$

【10】(1) $$V=\pi(ar)^2\times bh=\pi a^2bhr^2$$
$$V'=\pi(br)^2\times ah=\pi ab^2hr^2$$

よって，$\boldsymbol{V:V'=a:b}$

(2) $2(2\pi ar\times bh)=2\pi(br)^2+2\pi br\times ah$ より，

$ah=br$

よって，$\boldsymbol{a:b=r:h}$

【11】$\dfrac{0.05a+0.06b}{a+b}=0.054$ より，$2a=3b$

$\dfrac{0.06b+0.09c}{b+c}=0.072$ より，$2b=3c$

よって，$a:b=3:2$，$b:c=3:2$ より，

$\boldsymbol{a:b:c=9:6:4}$

【12】 $x:y:z=2:3:5$ のとき，ある数 a を用いて，

$x=2a$ ， $y=3a$ ， $z=5a$ (ただし $a \fallingdotseq 0$)

と表せる．このとき与式は

$$\begin{aligned}\frac{(x+y+z)(xy+yz+zx)}{xyz} &= \frac{(2a+3a+5a)(2a\times 3a+3a\times 5a+5a\times 2a)}{2a\times 3a\times 5a}\\ &= \frac{10a\times(6a^2+15a^2+10a^2)}{30a^3}\\ &= \frac{10a\times 31a^2}{30a^3}\\ &= \frac{310a^3}{30a^3}\\ &= \boldsymbol{\frac{31}{3}}\end{aligned}$$

【13】 $ab<ac(<ad)$，$(ab<bc<bd$，$)$

$ac<bc(<bd)$，$ad<bd<cd$

であり，$ad-bc>0$ より，$bc<ad$ であるから，

$ab<ac<bc<ad<bd<cd$

よって，

$ab=8$ $\cdots$①， $ac=12$ $\cdots$②， $bc=24$ $\cdots$③，

$ad=30$ $\cdots$④， $bd=60$ $\cdots$⑤， $cd=90$ $\cdots$⑥

とおくと，

②，③ より，$\dfrac{bc}{ac}=\dfrac{24}{12}$ よって，$\dfrac{b}{a}=2$ $\cdots$⑦

①，② より，$\dfrac{ac}{ab}=\dfrac{12}{8}$ よって，$\dfrac{c}{b}=\dfrac{3}{2}$ $\cdots$⑧

②，④ より，$\dfrac{ad}{ac}=\dfrac{30}{12}$ よって，$\dfrac{d}{c}=\dfrac{5}{2}$ $\cdots$⑨

⑦ より，$b=2a$ $\cdots\cdots$⑩

①，⑩ より，$a=2$，$b=4$

⑧，$b=4$ より，$c=6$

⑨，$c=6$ より，$d=15$

以上より，

ア．$\boldsymbol{ab}$ イ．$\boldsymbol{ac}$ ウ．$\boldsymbol{bc}$ エ．$\boldsymbol{ad}$ オ．$\boldsymbol{bd}$ カ．$\boldsymbol{cd}$

キ．**2** ク．$\boldsymbol{\dfrac{3}{2}}$ ケ．$\boldsymbol{\dfrac{5}{2}}$ コ．**2** サ．**4** シ．**6** ス．**15**

添削課題

【1】(1) ① $5ax = 5xa$ より，次数 $\cdots$ $\mathbf{1}$，係数 $\cdots$ $\boldsymbol{5x}$

② $-a^2b^3c = -a^2cb^3$ より，次数 $\cdots$ $\mathbf{3}$，係数 $\cdots$ $\boldsymbol{-a^2c}$

③ $\dfrac{3ax^3z^2}{4} = \dfrac{3}{4}ax^3z^2$ より，次数 $\cdots$ $\mathbf{2}$，係数 $\cdots$ $\boldsymbol{\dfrac{3}{4}ax^3}$

(2) ① $\boldsymbol{-x^2+2x+3}$，次数 $\cdots$ $\mathbf{2}$，定数項 $\cdots$ $\mathbf{3}$

② $\boldsymbol{-y+3x}$，次数 $\cdots$ $\mathbf{1}$，定数項 $\cdots$ $\boldsymbol{3x}$

③ $\boldsymbol{2b^2+3ab+a^2}$，次数 $\cdots$ $\mathbf{2}$，定数項 $\cdots$ $\boldsymbol{a^2}$

④ $\boldsymbol{-6xy^2+3x^2y+x^3-18}$，次数 $\cdots$ $\mathbf{2}$，定数項 $\cdots$ $\boldsymbol{x^3-18}$

⑤ $\boldsymbol{3y^2+(2x+8)y+x^2-6x+7}$，次数 $\cdots$ $\mathbf{2}$，定数項 $\cdots$ $\boldsymbol{x^2-6x+7}$

⑥ $\boldsymbol{c^3+(-2a+b)c^2+(3ab-2b^2)c+b^3}$，次数 $\cdots$ $\mathbf{3}$，定数項 $\cdots$ $\boldsymbol{b^3}$

【2】(1)
$$\begin{aligned} 3x-5a&=2\\ 3x&=5a+2\\ \boldsymbol{x}&\boldsymbol{=\frac{5a+2}{3}}\ \left(\boldsymbol{=\frac{5}{3}a+\frac{2}{3}}\right)\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned} -2x+4a&=3(-2x+4a)\\ -2x+4a&=-6x+12a\\ -2x+6x&=12a-4a\\ 4x&=8a\\ \boldsymbol{x}&\boldsymbol{=2a}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned} 3x-2y&=6\\ 3x&=6+2y\\ \boldsymbol{x}&\boldsymbol{=\frac{6+2y}{3}}\ \left(\boldsymbol{=\frac{2}{3}y+2}\right)\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned} S&=5ax\\ 5ax&=S\\ \boldsymbol{x}&\boldsymbol{=\frac{S}{5a}}\end{aligned}$$

(5)
$$\begin{aligned} 3x&=9ay\\ 9ay&=3x\\ a&=\frac{3x}{9y}\\ \therefore \boldsymbol{a}&\boldsymbol{=\frac{x}{3y}}\end{aligned}$$

(6)
$$\begin{aligned} S&=\frac{1}{2}ah\\ \frac{1}{2}ah&=S\\ ah&=2S\\ \boldsymbol{a}&\boldsymbol{=\frac{2S}{h}}\end{aligned}$$

(7)
$$\begin{aligned} z&=2(x+y)\\ 2(x+y)&=z\\ x+y&=\frac{z}{2}\\ \boldsymbol{y}&\boldsymbol{=\frac{z}{2}-x}\end{aligned}$$

(8)
$$\begin{aligned} \ell&=ar+2\pi r\\ ar+2\pi r&=\ell\\ ar&=\ell-2\pi r\\ \boldsymbol{a}&\boldsymbol{=\frac{\ell-2\pi r}{r}}\end{aligned}$$

【3】(1)

$$a+2b=\frac{2a-b}{3}$$
$$3a+6b=2a-b$$
$$6b+b=2a-3a$$
$$7b=-a$$
$$\boldsymbol{b=-\frac{a}{7}}$$

(2)

$$a(2b-x)=3x-c$$
$$2ab-ax=3x-c$$
$$-ax-3x=-c-2ab$$
$$ax+3x=c+2ab$$
$$(a+3)x=2ab+c$$
$$\boldsymbol{x=\frac{2ab+c}{a+3}}$$

(3)

$$y=\frac{a}{x-1}+3$$

両辺に $x-1$をかけて

$$y(x-1)=a+3(x-1)$$
$$xy-y=a+3x-3$$
$$xy-3x=a-3+y$$
$$(y-3)x=a+y-3$$
$$\boldsymbol{x=\frac{a+y-3}{y-3}}$$

(4)

$$a+\frac{1}{3}c=a(x-3)-c+4a$$
$$a+\frac{1}{3}c=ax-3a-c+4a$$
$$\frac{4}{3}c=ax$$
$$xa=\frac{4}{3}c$$
$$a=\frac{4}{3}c\times\frac{1}{x}$$
$$\boldsymbol{a=\frac{4c}{3x}}$$

(5)

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=c$$
$$\frac{1}{a}=c+\frac{1}{b}$$
$$\frac{1}{a}=\frac{bc+1}{b}$$
$$\boldsymbol{a=\frac{b}{bc+1}}$$

＜別解＞

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=c$$

両辺に abをかけて

$$b-a=abc$$
$$-a-abc=-b$$
$$a+abc=b$$
$$(1+bc)a=b$$
$$\boldsymbol{a=\frac{b}{1+bc}}$$

【4】(1)
$$
\begin{aligned}
6:(2x+1) &= 4:(10-x)\\
4(2x+1) &= 6(10-x)\\
8x+4 &= 60-6x\\
8x+6x &= 60-4\\
14x &= 56\\
\boldsymbol{x} &\boldsymbol{= 4}
\end{aligned}
$$

(2) 両辺を 2 倍して，

$$4x-(3x-2y)=-2x+4y$$

整理して，$3x=2y$

$$\therefore x=\frac{2}{3}y$$

両辺を y で割って，

$$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$$

よって，$\boldsymbol{x:y=2:3}$

(3)
$$X=\frac{\dfrac{100a}{100}+\dfrac{200b}{100}}{100+200}\times 100=\frac{a+2b}{3}$$
$$Y=\frac{\dfrac{200b}{100}+\dfrac{300c}{100}}{200+300}\times 100=\frac{2b+3c}{5}$$

$X:Y=5:3$ なので，この式に代入すると，

$$\left(\frac{a+2b}{3}\right):\left(\frac{2b+3c}{5}\right)=5:3$$

より，$a+2b=2b+3c$

整理して，$a=3c$

$\dfrac{a}{c}=3=\dfrac{3}{1}$ なので

$\boldsymbol{a:c=3:1}$

小テスト

【1】(1) $\mathbf{25}$

(2) $\mathbf{7}$

(3) $\mathbf{-30}$

(4) $\mathbf{-30}$

(5) $\boldsymbol{9x + 17y}$

２３章　式の計算（３）

問題

【1】　最も小さい自然数を n とすると，5 つの連続する自然数は，n，$n+1$，$\boxed{\textbf{(ア)}\boldsymbol{n+2}}$，$\boxed{\textbf{(イ)}\boldsymbol{n+3}}$，$\boxed{\textbf{(ウ)}\boldsymbol{n+4}}$ と表すことができる．したがって，この 5 つの自然数の和は，

$$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)=5n+10=5(\boxed{\textbf{(エ)}\boldsymbol{n+2}})$$

$n+2$ は整数だから，これは $\boxed{\textbf{(オ)}\mathbf{5}}$ の倍数である．

よって，5 つの連続する自然数の和は 5 の倍数である．

以上より，**ア $\boldsymbol{n+2}$，イ $\boldsymbol{n+3}$，ウ $\boldsymbol{n+4}$，エ $\boldsymbol{n+2}$，オ 5**

【2】真ん中の整数を m とすると，この 3 つの整数は $m-2$，m，$m+2$ となるので，これらの和は，

$(m-2)+m+(m+2)=3m$

m は整数であるから，$3m$ は 3 の倍数である．

したがって，差が 2 ずつとなる 3 つの整数の和は 3 の倍数である．　〔説明終〕

【3】2 つの 3 の倍数を $3m$，$3n$ (m，n は整数) とすると，

$3m+3n=3(m+n)$

$(m+n)$ は整数より，$3(m+n)$ は 3 の倍数である．

したがって，2 つの 3 の倍数の和は 3 の倍数である．　〔説明終〕

【4】777 の倍数，111 の倍数をそれぞれ $777a$，$111b$（a，b は整数）と表す．

$$777a-111b=111\times 7a-111\times b=111(7a-b)=37\times 3(7a-b)$$

$3(7a-b)$ は整数なので，これは 37 の倍数．

よって 777 の倍数から 111 の倍数を引いた結果は，必ず 37 で割り切れる．　〔説明終〕

【5】(1) 偶数を $2m$，奇数を $2n+1$ (m，n は整数) とすると，

$2m+(2n+1)=2(m+n)+1$

$m+n$ は整数より，$2(m+n)+1$ は奇数である．

したがって，偶数と奇数の和は奇数である．　〔説明終〕

(2) 2 つの奇数を，m，n を整数として，$2m+1$，$2n+1$ と表すと，その和は

$$\begin{aligned}(2m+1)+(2n+1)&=2m+2n+2\\&=2(m+n+1)\end{aligned}$$

m，n が整数であることより，$m+n+1$ も整数であるので，$2(m+n+1)$ は偶数である．

すなわち，奇数と奇数の和は偶数である．　〔説明終〕

【6】連続する 2 つの奇数を $2m+1$，$2m+3$ (m は整数) とすると，これらの和は，

$$(2m+1)+(2m+3)=4m+4=4(m+1)$$

$(m+1)$ は整数であるから，$4(m+1)$ は 4 の倍数である．

したがって，連続する 2 つの奇数の和は 4 の倍数である．　〔説明終〕

【7】3 で割ると 1 余る数を $3m+1$，3 で割ると 2 余る数を $3n+2$ (m，n は整数) とすると，

$$(3m+1)+(3n+2)=3(m+n+1)$$

$m+n+1$ は整数より，$3(m+n+1)$ は 3 の倍数である．

したがって，3 で割ると 1 余る数と，3 で割ると 2 余る数の和は，3 の倍数である．

〔説明終〕

【8】n を整数として連続する 7 つの奇数は，$2n+1$，$2n+3$，$2n+5$，$2n+7$，$2n+9$，$2n+11$，$2n+13$ と表せる．

よってその和は

$$(2n+1)+(2n+3)+(2n+5)+(2n+7)+(2n+9)+(2n+11)+(2n+13)$$
$$=14n+49$$
$$=7(2n+7)$$

$2n+7$ は整数より，これは 7 の倍数．

ところが

$$7(2n+7)=14\left(n+\frac{7}{2}\right)$$

としたとき，$n+\dfrac{7}{2}$ は整数ではない．したがって，14 の倍数とはならない．

よって連続する 7 つの奇数の和は，7 の倍数であるが 14 の倍数ではない．　〔説明終〕

【9】A の百，十，一の位の数をそれぞれ a，b，c (a，b，c は 1 けたの整数で，$a \fallingdotseq 0$，$c \fallingdotseq 0$) とする．

$$\begin{aligned}\mathrm{A}-\mathrm{B}&=(100a+10b+c)-(100c+10b+a)\\&=99a-99c\\&=99(a-c)\end{aligned}$$

よって，$a-c$ は整数だから，$99(a-c)$ は 99 の倍数である．

したがって，A−B は 99 の倍数である．　〔説明終〕

【10】(1) 百，十，一の位の数をそれぞれ a，b，c とすると，

$$\begin{aligned}100a+10b+c&=99a+a+9b+b+c\\&=9(11a+b)+a+b+c\end{aligned}$$

$9(11a+b)$，$a+b+c$ は，ともに 9 の倍数だから，その和は 9 の倍数である．

したがって，百の位と十の位と一の位の数の和が，9 の倍数となる 3 けたの自然数は，9 の倍数である．　〔説明終〕

(2) 百，十，一の位の数をそれぞれ a，b，c とすると，$b=a+c$ より，

$$\begin{aligned}100a+10b+c&=100a+10(a+c)+c\\&=11(10a+c)\end{aligned}$$

$10a+c$ は整数だから，$11(10a+c)$ は 11 の倍数である．したがって，百の位と一の位の数の和が，十の位の数に等しい 3 けたの整数は，11 の倍数である．

〔説明終〕

【11】A を 9 で割ると，商が m で余りが 5 だから，

$\mathrm{A} = 9m + 5$

ここで，

$$\begin{aligned}\mathrm{A} &= 3 \times 3m + (3+2) \\ &= 3(3m+1) + 2\end{aligned}$$

と変形すると，A を 3 で割ったときの商が $3m+1$ で，余りが 2 であることがわかる．

よって，商は $\boldsymbol{3m+1}$，余りは **2**

【12】(1) 除法の原理より，$150 = nr + r$

よって，$\boldsymbol{r(n+1) = 150}$

(2) r，$(n+1)$ はともに自然数であるから，150 は $n+1$ で割り切れる．

すなわち，$n+1$ は 150 の約数である．

また，$0 \leqq r < n$ より，$r < n+1$ であるから，

$n+1 = 15，25，30，50，75，150$

つまり，

$n = $ **14，24，29，49，74，149**

【13】(1) 2 けたの正の整数を $10a+b$ と表すと，入れかえた数との和は

$(10a+b) + (10b+a) = 11(a+b)$

これが 13 の倍数となるときは，ある整数 k を用いて

$11(a+b) = 13k$

と表せる．右辺は 13 の倍数であるので，左辺も 13 の倍数．しかし 11 と 13 は公約数をもたないので，$a+b$ が 13 の倍数．

ここで，$1 \leqq a \leqq 9$，$0 \leqq b \leqq 9$ より，$1 \leqq a+b \leqq 18$

よって，条件をみたすのは $a+b=13$ のときのみ．これをみたす a，b の組は

$(a,\ b) = (4,\ 9),\ (5,\ 8),\ (6,\ 7),\ (7,\ 6),\ (8,\ 5),\ (9,\ 4)$ のみ

よって求める数は，**49，58，67，76，85，94**

(2) 条件をみたす 4 けたの正の整数は，$100x + y$ ($10 \leqq x \leqq 99$，$10 \leqq y \leqq 99$．x，y は整数) と表せる．

よって，入れかえた数との和は

$(100x+y) + (100y+x) = 101x + 101y = 101(x+y)$

これが 26 の倍数なので

$101(x+y) = 26k$ (k は整数)

が成立．ところが 101 と 26 は公約数をもたないので，$x+y$ は 26 の倍数．

$10 \leqq x \leqq 99$，$10 \leqq y \leqq 99$ より，$20 \leqq x+y \leqq 198$

条件をみたす $x+y$ の値は，26，52，78，104，130，156，182．

(i) $x+y=26$ のとき，条件をみたす $(x,\ y)$ は

$(x,\ y) = (10,\ 16),\ (11,\ 15),\ \cdots,\ (16,\ 10)$

の 7 個 $(16-10+1=7)$．

(ii) $x+y=52$ のとき，

$(x,\ y) = (10,\ 42),\ (11,\ 41),\ \cdots,\ (42,\ 10)$

の 33 個 $(42-10+1=33)$．

(iii) $x+y=78$ のとき

$$(x,\ y)=(10,\ 68),\ (11,\ 67),\ \cdots,\ (68,\ 10)$$

の 59 個 $(68-10+1=59)$.

(iv) $x+y=104$ のとき

$$(x,\ y)=(10,\ 94),\ (11,\ 93),\ \cdots,\ (94,\ 10)$$

の 85 個 $(94-10+1=85)$.

(v) $x+y=130$ のとき

$$(x,\ y)=(31,\ 99),\ (32,\ 98),\ \cdots,\ (99,\ 31)$$

の 69 個 $(99-31+1=69)$.

(vi) $x+y=156$ のとき

$$(x,\ y)=(57,\ 99),\ (58,\ 98),\ \cdots,\ (99,\ 57)$$

の 43 個 $(99-57+1=43)$.

(vii) $x+y=182$ のとき

$$(x,\ y)=(83,\ 99),\ (84,\ 98),\ \cdots,\ (99,\ 83)$$

の 17 個 $(99-83+1=17)$.

以上より，条件をみたすのは

$$7+33+59+85+69+43+17=\mathbf{313}\textbf{(個)}$$

添削課題

【1】a，b，c，d を整数とすると，5 で割った余りがそれぞれ 1，2，3，4 である 4 つの整数はそれぞれ $5a+1$，$5b+2$，$5c+3$，$5d+4$ と表される．

これらの 4 つの数の和は，

$$\begin{aligned}(5a+1)+(5b+2)+(5c+3)+(5d+4) &= 5a+5b+5c+5d+10 \\ &= 5(a+b+c+d+2)\end{aligned}$$

$a+b+c+d+2$ は整数であるから，$5(a+b+c+d+2)$ は 5 の倍数.

したがって，5 で割り切れる.　〔説明終〕

【2】(1) $\mathbf{M = 10}\boldsymbol{a} \mathbf{+} \boldsymbol{b}$

(2) (1) より，$\mathrm{M}=10a+b$ $(1000 \leqq a \leqq 9999,\ 0 \leqq b \leqq 9$．ただし a，b は整数$)$ とおくことができる.

$a-2b=7n$ (n は整数) と表せるならば，$a=2b+7n$

これを $\mathrm{M}=10a+b$ に代入すると，

$$\mathrm{M}=10(2b+7n)+b=21b+70n=7(3b+10n)$$

$3b+10n$ は整数なので，これは 7 の倍数.

よって M は 7 の倍数である.　〔説明終〕

小テスト

【1】(1) $x = -3y - 6$

(2) $a = \dfrac{-5b + 1}{6}$

(3) $y = 4 - 2x$

(4) $a = \dfrac{S}{3\ell}$

(5) $c = 2a - 3b$

(6) $b = \dfrac{4c + 10}{3}$

(7) $h = \dfrac{3V}{S}$

(8) $x = \dfrac{5y + 2z}{7}$

(9) $b = \dfrac{2}{3}a - 3$

(10) $a = \dfrac{2bc}{3c - b}$

1MJSS/1MJS/1MJ
中１選抜東大・医学部数学
中１数学
中１東大数学

Z-KAI

会員番号		氏　名	