1MJSS/1MJS/1MJ

本科 2 期 10 月度

解答

Z会東大進学教室

中 1 選抜東大・医学部数学

中 1 数学

中 1 東大数学

１７章　比例と反比例（１）

問題

【1】(1) y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y = 4x}$

よって，$\boldsymbol{y}$ は $\boldsymbol{x}$ に比例する.

比例定数は $\boldsymbol{4}$

(2) y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y = 1000 - 60x}$

よって，$\boldsymbol{y}$ は $\boldsymbol{x}$ に比例しない.

(3) y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y = 2\pi x}$

よって，$\boldsymbol{y}$ は x に比例する.

比例定数は $\boldsymbol{2\pi}$

(4) y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y = 24 - x}$

よって，$\boldsymbol{y}$ は $\boldsymbol{x}$ に比例しない.

(5) 1 g あたりの値段は，$1000 \div 300 = \dfrac{10}{3}$(円)

したがって，y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y = \dfrac{10}{3}x}$

よって，y は x に比例する.

比例定数は $\boldsymbol{\dfrac{10}{3}}$

(6) y を x の式で表すと，$y = x \times \dfrac{20}{100}$

整理して，$\boldsymbol{y = \dfrac{x}{5}}$

よって，y は x に比例する.

比例定数は $\boldsymbol{\dfrac{1}{5}}$

【2】(1) $\boldsymbol{x \geqq 0}$，$\boldsymbol{y \geqq 0}$

(3) $\boldsymbol{0 < x \leqq 5}$，$\boldsymbol{0 < y \leqq 10\pi}$

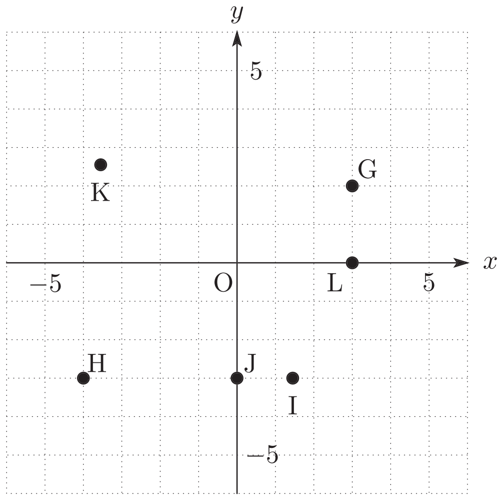
※　半径 0 cm の円はないので，$x = 0$ は含みません.

(6) $\boldsymbol{x \geqq 0}$，$\boldsymbol{y \geqq 0}$

【3】(1)

A$(\mathbf{3,\ 6})$　B$(\mathbf{2,\ -3})$
C$(\mathbf{-5,\ 1})$　D$(\mathbf{-3,\ -2})$
E$(\mathbf{-2,\ 0})$　F$(\mathbf{0,\ 3})$

(2)



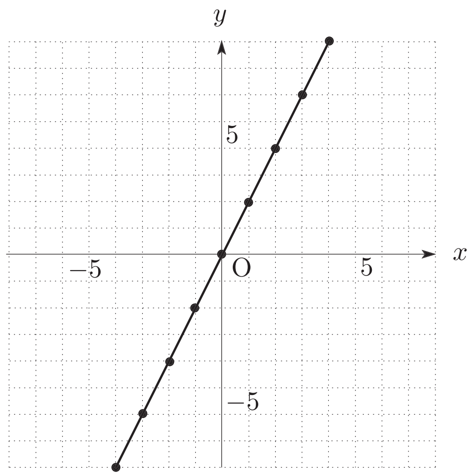
【4】(1) ①

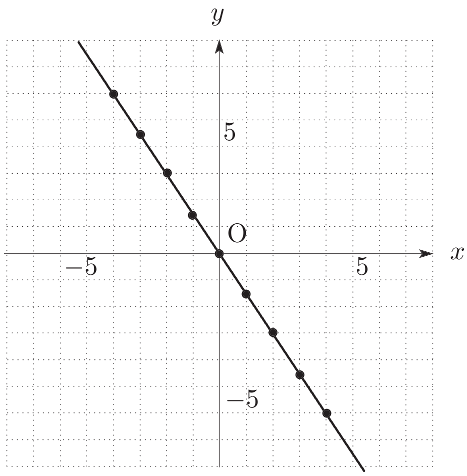
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	$\mathbf{-8}$	$\mathbf{-6}$	$\mathbf{-4}$	$\mathbf{-2}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{4}$	$\mathbf{6}$	$\mathbf{8}$

②

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	$\mathbf{6}$	$\mathbf{\frac{9}{2}}$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{\frac{3}{2}}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{-\frac{3}{2}}$	$\mathbf{-3}$	$\mathbf{-\frac{9}{2}}$	$\mathbf{-6}$

(2)





【5】(1) グラフを読み取る．(いずれも解答例)

① **(2，4)**　　② **(3，1)**　　③ **(−3，3)**

④ **(1，−4)**　　⑤ **(5，−2)**

(2) (1) で読み取った座標を，$y=ax$ の式に代入して，比例定数の値をそれぞれ求めればよい．

① $y=ax$ に $(2,\ 4)$ を代入して，　[$x=2$ のとき，$y=4$]

$4=2a$ より，$a=2$

$\boldsymbol{y=2x}$

② $y=ax$ に $(3,\ 1)$ を代入して，　[$x=3$ のとき，$y=1$]

$1=3a$ より，$a=\dfrac{1}{3}$

$\boldsymbol{y=\dfrac{1}{3}x}$

③ $y=ax$ に $(-3,\ 3)$ を代入して，　[$x=-3$ のとき，$y=3$]

$3=-3a$ より，$a=-1$

$\boldsymbol{y=-x}$

④ $y=ax$ に $(1,\ -4)$ を代入して，　[$x=1$ のとき，$y=-4$]

$-4=a\times 1$ より，$a=-4$

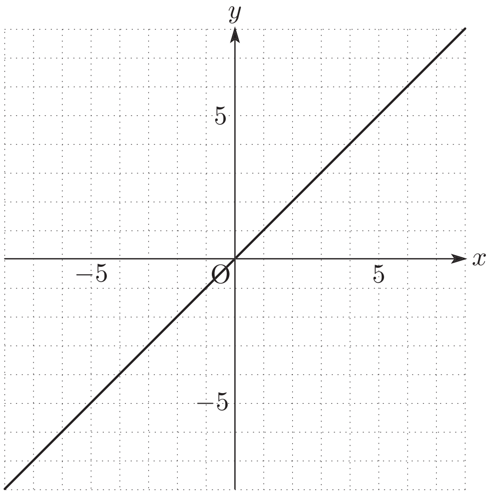
$\boldsymbol{y=-4x}$

⑤ $y=ax$ に $(5,\ -2)$ を代入して，　[$x=5$ のとき，$y=-2$]

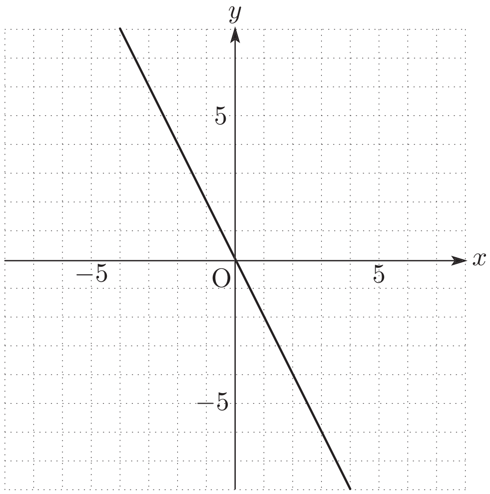
$-2=5a$ より，$a=-\dfrac{2}{5}$

$\boldsymbol{y=-\dfrac{2}{5}x}$

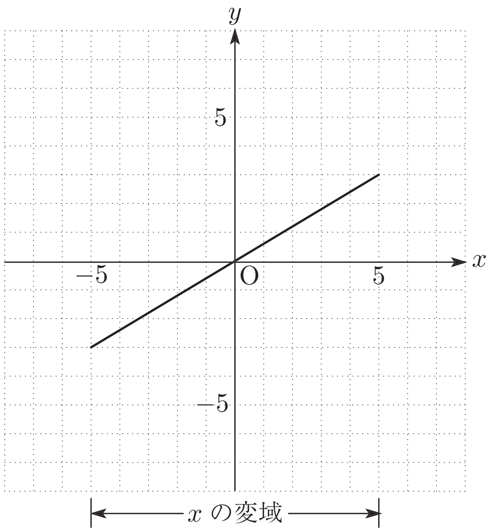
【6】(1)



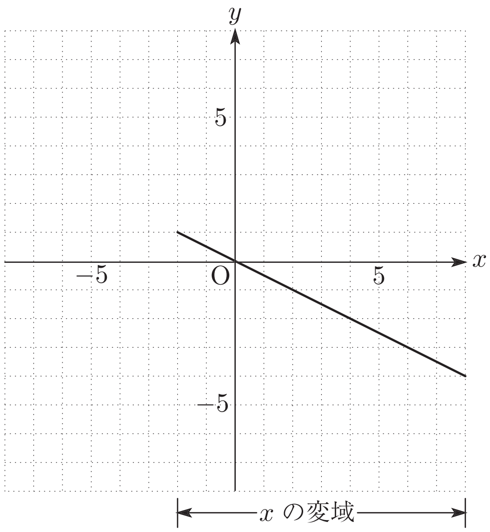
(2)



(3)



(4)



【7】(1) $y=-3x$ の x に -2 を代入して

$y=-3\times(-2)=\mathbf{6}$

$y=5$ を代入して

$5=-3x$

$-3x=5$

$\boldsymbol{x=-\frac{5}{3}}$

(2) $y=\frac{4}{15}x$ の x に $-\frac{3}{2}$ を代入して

$y=\frac{4}{15}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\boldsymbol{-\frac{2}{5}}$

$y=\frac{4}{5}$ を代入して

$\frac{4}{5}=\frac{4}{15}x$

$\frac{4}{15}x=\frac{4}{5}$

$x=\frac{4}{5}\times\frac{15}{4}=\mathbf{3}$

(3) $y=ax$ とおくと，

$x=3$ のとき $y=15$ より，$15=3a$

よって，$a=5$

$\therefore\ \boldsymbol{y=5x}$

$y=5x$ の x に 6 を代入して

$y=5\times 6=\mathbf{30}$

(4) $y=ax$ とおくと，

$x=8$ のとき $y=-4$ より，$-4=8a$

よって，$a=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ \boldsymbol{y=-\frac{1}{2}x}$

$y=-\frac{1}{2}x$ の y に 12 を代入して

$12=-\frac{1}{2}x$

$-\frac{1}{2}x=12$

$\boldsymbol{x=-24}$

(5) $y=ax$ とおくと，

$x=-6$ のとき $y=-4$ より，$-4=-6a$

よって，$a=\frac{2}{3}$ より，関係式は $y=\frac{2}{3}x$

$x=-3$ のとき，$y=\frac{2}{3}\times(-3)=\mathbf{-2}$

$y=12$ のとき，$12=\frac{2}{3}x$ より $\boldsymbol{x=18}$

＜別解＞

比例の性質を利用してみると，

x は -6 から -3 まで $\frac{1}{2}$ 倍になったので，y も -4 の $\frac{1}{2}$ 倍となり，$-4\times\frac{1}{2}=\mathbf{-2}$

また y は -4 から 12 まで -3 倍になったので, x も -6 の -3 倍となり, $-6\times(-3)=\mathbf{18}$

［x が 2 倍，3 倍，$\cdots$ と変化すると，それにともなって，y も 2 倍，3 倍，$\cdots$ と変化する.］

【8】(1) $x=-1$ のとき $y=3$，$x=2$ のとき $y=-6$ より，$\boldsymbol{-6 \leqq y \leqq 3}$

(2) $y=-3$ のとき，$-3=-\dfrac{3}{4}x$　　$\therefore x=4$

$y=6$ のとき，$6=-\dfrac{3}{4}x$　　$\therefore x=-8$

以上より，$\boldsymbol{-8<x<4}$

(3) $x=0$ のときは，必ず $y=0$ より，$b=0$

したがって，$x=3$ のときに $y=4$

$y=ax$ とおくと，$4=a\times 3$ なので，$a=\dfrac{4}{3}$

$\therefore \boldsymbol{y=\dfrac{4}{3}x,\ b=0}$

(4) $y=0$ のとき $x=0$ なので，$b=0$

よって，$y=5$ のとき $x=-3$

$y=ax$ とおくと，$5=a\times(-3)$ なので，$a=-\dfrac{5}{3}$

$\therefore \boldsymbol{y=-\dfrac{5}{3}x,\ b=0}$

【9】(1) くぎの重さの合計は，くぎの本数に比例すると考えられるので，$y=ax$（a は定数）とおくことができる．$x=35$ のとき，$y=91$ より，

$91=35a$

$\therefore a=\dfrac{91}{35}=\dfrac{13}{5}$

よって，$\boldsymbol{y=\dfrac{13}{5}x}$

(2) $y=520$ を代入する．

$520=\dfrac{13}{5}x$

$\therefore x=520\times\dfrac{5}{13}=200$

（答）**200** 本

【10】(1) お風呂の容積は,

$$60 \times 80 \times 70 = 336000\ (\text{cm}^3)$$

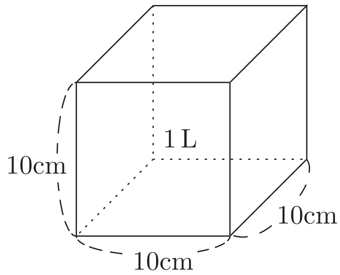
つまり，336 L だから，お湯を入れてから満水になるまでの時間は,

$$336 \div 24 = 14\ (分)$$

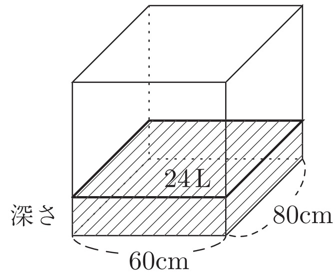
したがって，x の変域は，$\boldsymbol{0 \leqq x \leqq 14}$

また，お風呂の深さが 70cm より,

y の変域は，$\boldsymbol{0 \leqq y \leqq 70}$



1 L=1000 cm^3



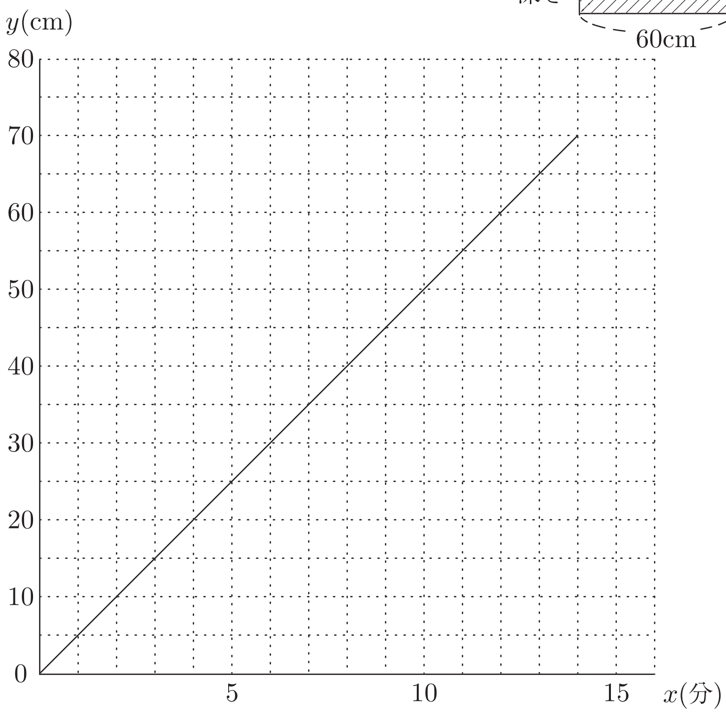
(2) 1 分間に,

$$24000 \div (60 \times 80) = 5$$

より，5cm の深さずつお湯が入るので,

$\boldsymbol{y = 5x}$

(3)



(答)

[x 軸，y 軸の目盛りをどのようにとると，グラフが書きやすいかを考える.]

(4) $y = 5x$ に，$y = 60$ を代入すると，$60 = 5x$

$\therefore x = 12$

(答) **12 分後**

【11】(1) $y=a(x-2)$ とおける.

[□が○に比例する $\iff$ 比例定数を a として, □ $=a\times$ ○]

[○ $=x-2$, □ $=y$ と考える.]

$x=5$ のとき $y=12$ より,

$12=a(5-2)$

$12=3a$

$a=4$

$\boldsymbol{y=4(x-2)}$

[( ) をはずして, $y=4x-8$ でもよい.]

(2) $y-1=a(x+3)$ とおける.

$x=-4$ のとき $y=4$ より,

$4-1=a(-4+3)$

$3=-a$

$a=-3$

よって,

$y-1=-3(x+3)$

$y-1=-3x-9$

$\boldsymbol{y=-3x-8}$

[移項などを利用して, $y=(x$ の式$)$ の形に変形する.]

【12】(1) $y=ax$ ……①

$z=by$ ……②

① を ② に代入すると, $z=b\times ax$

つまり, $z=abx$

ここで, ab が定数より, z は x に比例する.

[z が x に比例する $\iff$ $z=(\text{比例定数})\times x$]

以上より,

ア. $\boldsymbol{ax}$　イ. $\boldsymbol{by}$　ウ. $\boldsymbol{abx}$　エ. $\boldsymbol{ab}$

(2) $z=kx$ とおくと,

$x=-4$ のとき, $z=3$ より, $3=-4k$

よって, $k=-\dfrac{3}{4}$

[a, b の文字は (1) で用いたので, a, b とは異なる文字 k で比例定数を表した.]

つまり, 関係式は $z=-\dfrac{3}{4}x$

$x=9$ のとき, $z=-\dfrac{3}{4}\times 9=\boldsymbol{-\dfrac{27}{4}}$

【13】y が x に比例しているということは，比例定数を a として

$$y = ax$$

と書けるということである．この式の両辺を $a(\fallingdotseq 0)$ で割ると，

$$\frac{y}{a} = x$$

$$\therefore x = \frac{1}{a}y$$

この式は，比例定数を $\frac{1}{a}$ として，x が y に比例することを表している．よって示された．

【14】(1) グラフより，A の速さは $\frac{4}{60} = \frac{1}{15}$(km/min)

B の速さは $\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$(km/min)

よって，A と B は毎分 $\frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{2}{15}$(km) の速さで離れていく．

$\therefore \boldsymbol{y = \frac{2}{15}x}$

変域は $\boldsymbol{0 \leqq x \leqq 60}$，$\boldsymbol{0 \leqq y \leqq 8}$

(2) グラフより，C の速さは負の向きに $\frac{6}{60} = \frac{1}{10}$(km/min)

よって，B と C は毎分 $\frac{1}{5} - \left(-\frac{1}{10}\right) = \frac{3}{10}$(km) の速さで離れていく．

$\therefore \boldsymbol{y = \frac{3}{10}x}$

変域は $\boldsymbol{0 \leqq x \leqq 60}$，$\boldsymbol{0 \leqq y \leqq 18}$

(3) 基準点から $x$km 離れた点を A が通過するのは，$x \div \frac{1}{15} = 15x$（分後）

基準点から $x$km 離れた点を B が通過するのは，$x \div \frac{1}{5} = 5x$（分後）

よって，$y = 15x - 5x$

$\therefore \boldsymbol{y = 10x}$

変域は，$\boldsymbol{0 \leqq x \leqq 4}$，$\boldsymbol{0 \leqq y \leqq 40}$

【15】(1) $y = ax$ とおくと，$x = 60$ のとき，$y = 360$ より，$360 = 60a$. $\therefore a = 6$

よって，$\boldsymbol{y = 6x}$. y の変域は $\boldsymbol{0 \leqq y \leqq 360}$

(2) $z = bx$ とおくと，$x = 60$ のとき，$z = 30$ より，$30 = 60b$. $\therefore b = \dfrac{1}{2}$

よって，$\boldsymbol{z = \dfrac{1}{2}x}$. z の変域は $\boldsymbol{0 \leqq z \leqq 30}$

(3) $w = y - z$ と考えることができるので，

$w = 6x - \dfrac{1}{2}x$

$\therefore \boldsymbol{w = \dfrac{11}{2}x}$

w の変域は $\boldsymbol{0 \leqq w \leqq 330}$

(4) $w = 90$ または $w = 270$ のときである．よって，

$\dfrac{11}{2}x = 90$ のとき，$x = \dfrac{180}{11}$

$\dfrac{11}{2}x = 270$ のとき，$x = \dfrac{540}{11}$

（答）**0 時 $\boldsymbol{16\dfrac{4}{11}}$ 分，0 時 $\boldsymbol{49\dfrac{1}{11}}$ 分**

添削課題

【1】(1) $y=100x$ より，y は x に比例し，比例定数は $\mathbf{100}$

(2) $y=20-x$ より，y は x に比例しない．

(3) $y=x\times 10\times\dfrac{1}{2}=5x$ より，y は x に比例し，比例定数は $\mathbf{5}$

(4) $y=\dfrac{500}{x}$ より，y は x に比例しない．

(5) x に比例するのはばねの長さではなく，ばねののびである．
したがって，y は x に比例しない．
※　もとのばねの長さがわからないので，y を x の式で表せない．

(6) $y=\dfrac{5}{100}x=\dfrac{1}{20}x$ より，y は x に比例し，比例定数は $\boldsymbol{\dfrac{1}{20}}$

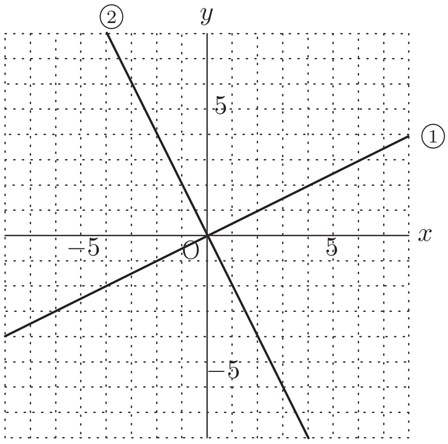
(7) $\dfrac{5}{100}\times(x+y)=x$ より，$x+y=20x$　　$\therefore y=19x$
よって，y は x に比例し，比例定数は $\mathbf{19}$

【2】表とグラフは，それぞれ次のようになる．
① $y=\dfrac{1}{2}x$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	$\mathbf{-2}$	$\boldsymbol{-\frac{3}{2}}$	$\mathbf{-1}$	$\boldsymbol{-\frac{1}{2}}$	$\mathbf{0}$	$\boldsymbol{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{\frac{3}{2}}$	$\mathbf{2}$

② $y=-2x$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	$\mathbf{8}$	$\mathbf{6}$	$\mathbf{4}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{-2}$	$\mathbf{-4}$	$\mathbf{-6}$	$\mathbf{-8}$



【3】① (3, 2) を通るので，$\boldsymbol{y=\frac{2}{3}x}$

② (2, −5) を通るので，$\boldsymbol{y=-\frac{5}{2}x}$

③ (1, 3) を通るので，$\boldsymbol{y=3x}$

また，x と y の変域はそれぞれ $\boldsymbol{-1 \leqq x \leqq 2}$，$\boldsymbol{-3 \leqq y \leqq 6}$

④ (2, −1) を通るので，$\boldsymbol{y=-\frac{1}{2}x}$

また，x と y の変域はそれぞれ $\boldsymbol{-6 \leqq x \leqq 4}$，$\boldsymbol{-2 \leqq y \leqq 3}$

【4】(1) $x=-4$ のとき

$$y=-\frac{9}{8}\times(-4)=\boldsymbol{\frac{9}{2}}$$

$y=6$ のとき

$$6=-\frac{9}{8}x$$
$$-\frac{9}{8}x=6$$
$$x=-\frac{6\times 8}{9}$$
$$\therefore \boldsymbol{x=-\frac{16}{3}}$$

(2) $y=ax$ とおく．$x=6$ のとき $y=-3$ より

$$-3=a\times 6$$
$$6a=-3$$
$$a=-\frac{1}{2}$$

よって，$\boldsymbol{y=-\frac{1}{2}x}$

$y=10$ のとき

$$10=-\frac{1}{2}x$$
$$-\frac{1}{2}x=10$$
$$\boldsymbol{x=-20}$$

(3) $y=a(x-2)$ とおく．

$x=-9$ のとき $y=5$ より，

$$5=a(-9-2)$$
$$a=-\frac{5}{11}$$
$$\therefore \boldsymbol{y=-\frac{5}{11}(x-2)}$$

$x=46$ のとき，

$$y=-\frac{5}{11}(46-2)$$
$$=-\frac{5}{11}\times 44$$
$$=\boldsymbol{-20}$$

(4) $y+5=a(x+5)$ とおく．

$y=2$ のとき $x=-17$ より，

$$2+5=a(-17+5)$$
$$-12a=7$$
$$a=-\frac{7}{12}$$
$$\therefore \boldsymbol{y=-\frac{7}{12}(x+5)-5}$$

$y=-\dfrac{1}{3}$ のとき，

$$-\frac{1}{3}=-\frac{7}{12}(x+5)-5$$
$$-\frac{1}{3}=-\frac{7}{12}x-\frac{95}{12}$$
$$\frac{7}{12}x=-\frac{91}{12}$$
$$x=-\frac{91}{12}\times\frac{12}{7}$$
$$=\boldsymbol{-13}$$

以上より，$\boldsymbol{y}$ は $\boldsymbol{x}$ に比例しない.

小テスト

【1】x 年後に，息子の年齢が父の年齢の $\dfrac{1}{2}$ 以上になるとすると

$$
\begin{aligned}
39 \times \frac{1}{3} + x &\geqq \frac{1}{2}(39 + x) \\
26 + 2x &\geqq 39 + x \\
\therefore x &\geqq 13
\end{aligned}
$$

よって，**13 年後以降**.

１８章　比例と反比例（２）

問題

【1】(1) y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y = \dfrac{20}{x}}$

よって，y は x に**反比例**し，比例定数は $\mathbf{20}$

(2) y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y = 20 - x}$

よって，y は x に**比例も反比例もしない**.

(3) x と y の関係を式で表すと，$24x = 36y$

[かみ合っている歯車では，(歯数)×(回転数) が一定]

したがって，$\boldsymbol{y = \dfrac{2}{3}x}$

よって，y は x に**比例**し，比例定数は $\boldsymbol{\dfrac{2}{3}}$

(4) 道のりは，$4 \times 2 = 8$ (km)

したがって，y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y = \dfrac{8}{x}}$

よって，y は x に**反比例**し，比例定数は $\mathbf{8}$

(5) 時速 $x$km$= \dfrac{x\text{km}}{1\text{時間}} = \dfrac{1000x\text{m}}{60\text{分}} =$ 分速$\dfrac{50}{3}x$m

したがって，y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y = \dfrac{50}{3}x}$

よって，y は x に**比例**し，比例定数は $\boldsymbol{\dfrac{50}{3}}$

(6) x と y の関係を式で表すと，$y \times \dfrac{x}{100} = 15$

したがって，$\boldsymbol{y = \dfrac{1500}{x}}$

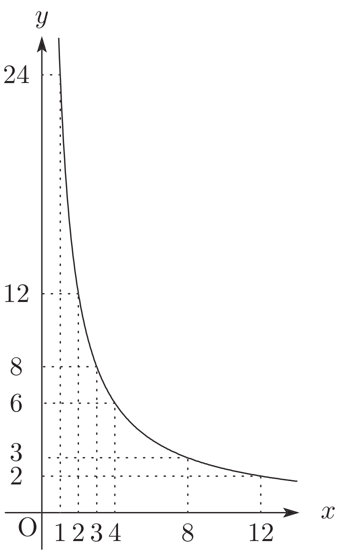
よって，y は x に**反比例**し，比例定数は $\mathbf{1500}$

【2】 (1) $\boldsymbol{y = \dfrac{24}{x}}$

(2)

x（km/h）	1	2	3	4	6	8	12	16
y（時間）	**24**	**12**	**8**	**6**	**4**	**3**	**2**	$\boldsymbol{\dfrac{3}{2}}$

(3)

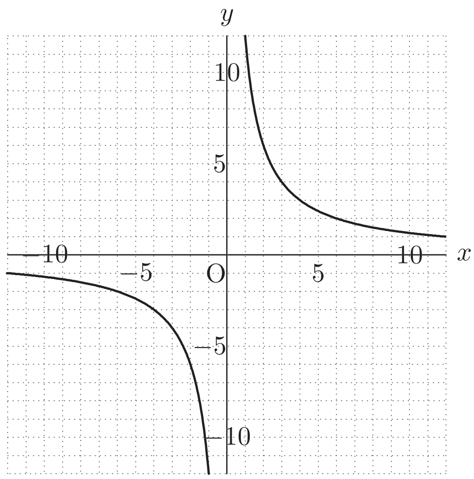


(4) $x = 5$ のとき $y = \dfrac{24}{5}$. $x = 10$ のとき $y = \dfrac{12}{5}$.

よって $\boldsymbol{\dfrac{12}{5} \leqq y \leqq \dfrac{24}{5}}$

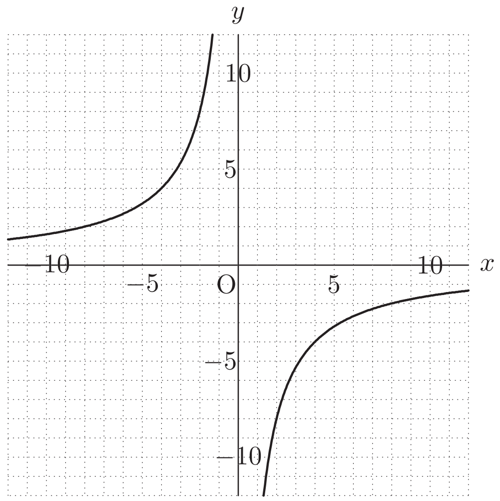
【3】 (1)

x	-12	-6	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	6	12
y	$\boldsymbol{-1}$	$\boldsymbol{-2}$	$\boldsymbol{-3}$	$\boldsymbol{-4}$	$\boldsymbol{-6}$	$\boldsymbol{-12}$		**12**	**6**	**4**	**3**	**2**	**1**



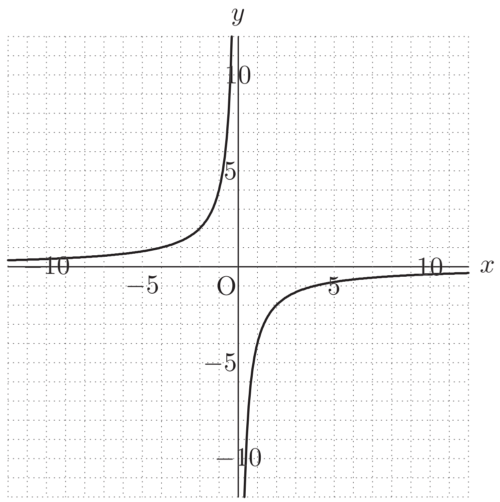
(2)

x	-16	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8	16
y	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{4}$	$\mathbf{8}$	$\mathbf{16}$		$\mathbf{-16}$	$\mathbf{-8}$	$\mathbf{-4}$	$\mathbf{-2}$	$\mathbf{-1}$



(3)

x	-8	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
y	$\mathbf{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{4}$	$\mathbf{8}$		$\mathbf{-8}$	$\mathbf{-4}$	$\mathbf{-2}$	$\mathbf{-1}$	$\mathbf{-\frac{1}{2}}$



【4】(1) グラフ上にある格子点を読み取る．(いずれも解答例)

① $\mathbf{(2,\ 4)}$　　② $\mathbf{(6,\ 8)}$

③ $\mathbf{(-3,\ 2)}$　　④ $\mathbf{(-10,\ 2)}$

(2) (1) で読み取った座標を，$y=\dfrac{a}{x}$ の式に代入して，比例定数の値をそれぞれ求めればよい．

① $y=\dfrac{a}{x}$ に $(2,\ 4)$ を代入して，　［$x=2$ のとき，$y=4$］

$4=\dfrac{a}{2}$ より，$a=8$

$\boldsymbol{y=\dfrac{8}{x}}$

② $y=\dfrac{a}{x}$ に $(6,\ 8)$ を代入して，　［$x=6$ のとき，$y=8$］

$8=\dfrac{a}{6}$ より，$a=48$

$\boldsymbol{y=\dfrac{48}{x}}$

③ $y=\dfrac{a}{x}$ に $(-3,\ 2)$ を代入して，　［$x=-3$ のとき，$y=2$］

$2=\dfrac{a}{-3}$ より，$a=-6$

$\boldsymbol{y=-\dfrac{6}{x}}$

④ $y=\dfrac{a}{x}$ に $(-10,\ 2)$ を代入して，　［$x=-10$ のとき，$y=2$］

$2=\dfrac{a}{-10}$ より，$a=-20$

$\boldsymbol{y=-\dfrac{20}{x}}$

【5】(1) $x=4$ のとき，$y=\dfrac{6}{4}=\boldsymbol{\dfrac{3}{2}}$

$y=-2$ のとき，$-2=\dfrac{6}{x}$　$\therefore \boldsymbol{x=-3}$

(2) $x=2$ のとき，$y=-\dfrac{1}{2x}=-\dfrac{1}{2\times 2}=\boldsymbol{-\dfrac{1}{4}}$

$y=3$ のとき，$3=-\dfrac{1}{2x}$　$\therefore \boldsymbol{x=-\dfrac{1}{6}}$

(3) $y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる．$x=2$ のとき，$y=6$ より，$a=12$.

$\therefore \boldsymbol{y=\dfrac{12}{x}}$

$x=3$ を代入．$\boldsymbol{y=4}$

(4) $y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる．$x=-1$ のとき，$y=3$ より，$a=-3$.

$\therefore \boldsymbol{y=-\dfrac{3}{x}}$

$y=-12$ を代入．$\boldsymbol{x=\dfrac{1}{4}}$

【6】(1) $x=-6$ のとき，$y=2$，$x=-3$ のとき，$y=4$.

よって，$\boldsymbol{2\leqq y\leqq 4}$

(2) $x=-6$ のとき，$y=-3$，$x=-2$ のとき，$y=-9$.

よって，$\boldsymbol{-9\leqq y\leqq -3}$

(3) $y=-4$ のとき，$x=-2$，$y=-1$ のとき，$x=-8$.
よって，$\boldsymbol{-8 \leqq x < -2}$

(4) $x=-2$ のとき，$y=5$，$x=5$ のとき，$y=-2$.
グラフの形を考えることにより，$\boldsymbol{y \leqq -2,\ y \geqq 5}$

(5) $x=2$ のとき，$y=2$.
グラフの形を考えることにより，$\boldsymbol{0 < y \leqq 2}$

(6) $y=-3$ のとき，$x=-3$
グラフの形を考えることにより，$\boldsymbol{x < -3}$

【7】(1) (前半）x は 2 から 6 に変化する.
$x=2$ のとき，$y=-12$. $x=6$ のとき，$y=-4$.
よって y の値は，$(-4)-(-12)=\mathbf{8}$ **だけ増加する**
（後半）x は -8 から -4 に変化する.
$x=-8$ のとき，$y=3$. $x=-4$ のとき，$y=6$.
よって y の値は，$6-3=\mathbf{3}$ **だけ増加する**

(2) (前半）x は 3 から 9 に変化する.
$x=3$ のとき，$y=2$. $x=9$ のとき，$y=\dfrac{2}{3}$.
よって y の値は，$\dfrac{2}{3}-2=\boldsymbol{-\dfrac{4}{3}}$ **だけ増加する**
（後半）x は -12 から -6 に変化する.
$x=-12$ のとき，$y=-\dfrac{1}{2}$. $x=-6$ のとき，$y=-1$.
よって y の値は，$(-1)-\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\boldsymbol{-\dfrac{1}{2}}$ **だけ増加する**

【8】(1) $y=\dfrac{a}{x}$ に $x=4$ を代入すると，$y=\dfrac{a}{4}$

また，$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=6$ を代入すると，$y=\dfrac{a}{6}$

[つまり，a を用いると，$\mathrm{P}\left(4,\ \dfrac{a}{4}\right)$，$\mathrm{Q}\left(6,\ \dfrac{a}{6}\right)$]

したがって，

$$\frac{a}{4}-\frac{a}{6}=1.5$$

$$\frac{a}{12}=\frac{3}{2}$$

$$\boldsymbol{a=18}$$

(2) (1) より，P の y 座標は $\dfrac{18}{4}=\dfrac{9}{2}$

Q の y 座標は，$\dfrac{18}{6}=3$

したがって，$\mathrm{P}\left(\mathbf{4,\ \dfrac{9}{2}}\right)$, $\mathrm{Q}(\mathbf{6,\ 3})$

【9】(1) 双曲線を表すグラフの式だから，$y=\dfrac{a}{x}$ とおくと，(2, 6) を通るから，

$6=\dfrac{a}{2}$　よって，$a=12$

$\boldsymbol{y=\dfrac{12}{x}}$

(2) ② の式を $y=\dfrac{b}{x}$ とおく．

② のグラフでは，(2, 6) の y 軸について対称な点 $(-2,\ 6)$ を通るので，

$6=\dfrac{b}{-2}$　より，$b=-12$

したがって，

$\boldsymbol{y=-\dfrac{12}{x}}$

また，② のグラフは，① と x 軸について対称であるといえる．

[(2) を感覚的に解いたが，厳密に説明するには，次の (研究) を参照してほしい.]

(研究)

反比例のグラフについて，次のことを説明してみよう．

① $y=\dfrac{a}{x}$ は原点について，点対称である．

② $y=\dfrac{a}{x}$ と $y=-\dfrac{a}{x}$ は x 軸について，線対称である．

③ $y=\dfrac{a}{x}$ と $y=-\dfrac{a}{x}$ は y 軸について，線対称である．

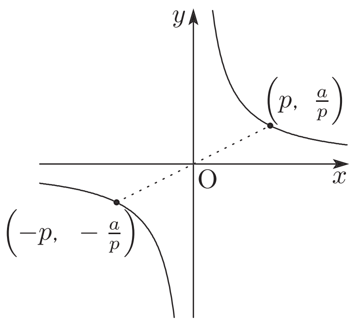
(① の説明)

$y=\dfrac{a}{x}$ において，$x=p$ とすると，

$y=\dfrac{a}{p}$

したがって，$y=\dfrac{a}{x}$ 上の点は，

$\left(p,\ \dfrac{a}{p}\right)$ と表せる．



ここで，$\left(p,\ \dfrac{a}{p}\right)$ と原点について対称な点は，$\left(-p,\ -\dfrac{a}{p}\right)$

ところで，$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=-p$ を代入すると，$y=-\dfrac{a}{p}$ となり，$\left(-p,\ -\dfrac{a}{p}\right)$ は $y=\dfrac{a}{x}$ 上にある．

以上より，$y=\dfrac{a}{x}$ 上のすべての点と原点についてそれぞれ対称な点は，$y=\dfrac{a}{x}$ 上にあるので，$y=\dfrac{a}{x}$ は原点について対称である．

(② の説明)

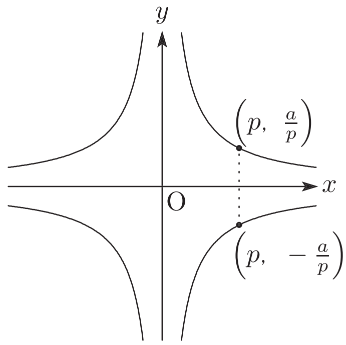
$y=\dfrac{a}{x}$ において，$x=p$ とすると，$y=\dfrac{a}{p}$

したがって，$y=\dfrac{a}{x}$ 上の点は $\left(p,\ \dfrac{a}{p}\right)$ と表せる．

ここで，$\left(p,\ \dfrac{a}{p}\right)$ と x 軸について対称な点は，$\left(p,\ -\dfrac{a}{p}\right)$

ところで，$y=-\dfrac{a}{x}$ に $x=p$ を代入すると，

$y=-\dfrac{a}{p}$ となり，$\left(p,\ -\dfrac{a}{p}\right)$ は $y=-\dfrac{a}{x}$ 上にある．



以上より，$y=\dfrac{a}{x}$ 上のすべての点と x 軸についてそれぞれ対称な点は，$y=-\dfrac{a}{x}$ 上にあるので，

$y=-\dfrac{a}{x}$ は $y=\dfrac{a}{x}$ と x 軸について対称である．

(③ の説明)

② と同様にして，$y=\dfrac{a}{x}$ 上の点 $\left(p,\ \dfrac{a}{p}\right)$ と y 軸について対称な点 $\left(-p,\ \dfrac{a}{p}\right)$ が，$y=-\dfrac{a}{x}$ 上にあることを示せばよい．

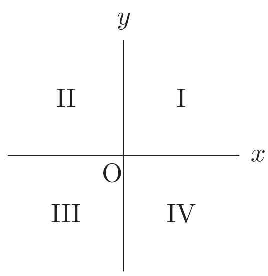
同じようにして説明しておくこと．

(3) 表にまとめると，

x	-12	-6	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	6	12
y	-1	-2	-3	-4	-6	-12		12	6	4	3	2	1

以上より，**12 個**　［$x<0$ のときも忘れないようにする．］

(4) グラフの対称性を利用して，まず I の部分にある格子点を数える．



① のグラフにおいて，

$x=1$ のとき，$y=12$ より，格子点は 11 個

$x=2$ のとき，$y=6$ より，格子点は 5 個

$x=3$ のとき，$y=4$ より，格子点は 3 個

$x=4$ のとき，$y=3$ より，格子点は 2 個

$x=5$ のとき，$y=\dfrac{12}{5}$ より，格子点は 2 個

$x=6$ のとき，$y=2$ より，格子点は 1 個

$x=7$ のとき，$y=\dfrac{12}{7}$ より，格子点は 1 個

$x=8$ のとき，$y=\dfrac{3}{2}$ より，格子点は 1 個

$x=9$ のとき，$y=\dfrac{4}{3}$ より，格子点は 1 個

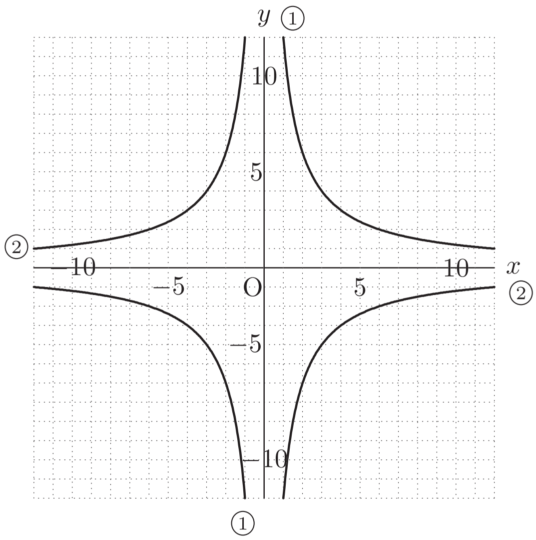
$x=10$ のとき，$y=\dfrac{6}{5}$ より，格子点は 1 個

$x=11$ のとき，$y=\dfrac{12}{11}$ より，格子点は 1 個

よって，I の部分には，$11+5+3+2\times 2+1\times 6=29$(個)
また，x 軸上には，$11-(-11)+1=23$(個)
y 軸上には，$11-(-11)+1=23$(個)
合わせて，$23+23-1=45$(個)　［原点 O が重複しているので 1 をひく．］
以上より，$29\times 4+45=161$

161個

＜参考＞
次にグラフで示した図を記しておくので，上のことをそれぞれ確認しておこう．



【10】y が x に反比例するということは，比例定数 a を用いて，$y=\dfrac{a}{x}$ と表されることである．
両辺に x をかけると，$xy=a$
この両辺を y で割ると，$x=\dfrac{a}{y}$
この式は x が比例定数 a で y に反比例することを表している．よって説明された．

【11】(1) $y=\dfrac{a}{x+4}$ とおくことができる．$x=2$ のとき，$y=1$ より，$1=\dfrac{a}{6}$．$a=6$.

$\therefore \boldsymbol{y=\dfrac{6}{x+4}}$

$x=-2$ を代入．$\boldsymbol{y=3}$

(2) $y=\dfrac{a}{x-3}$ とおくことができる．$x=1$ のとき，$y=4$ より，$4=\dfrac{a}{-2}$．$a=-8$.

$\therefore \boldsymbol{y=-\dfrac{8}{x-3}}$

$x=7$ を代入．$\boldsymbol{y=-2}$

(3) $y+3=\dfrac{a}{x-2}$ とおくことができる．$x=-3$ のとき，$y=-4$ より，$-4+3=\dfrac{a}{-5}$.

$a=5$.

$\therefore \boldsymbol{y=\dfrac{5}{x-2}-3}$

$x=-8$ を代入．$\boldsymbol{y=-\dfrac{7}{2}}$

【12】(1) y は x に反比例するから，比例定数を a とすると，

$y=\dfrac{a}{x}$ ……①

z は y に比例するから，比例定数を b とすると，

$z=by$ ……② ［x と y の関係式で用いた以外の文字で表す.］

① を ② に代入すると，$z=b\times\dfrac{a}{x}$

つまり，$z=\dfrac{ab}{x}$ ［z が x に反比例する $\iff$ $z=\dfrac{(\text{比例定数})}{x}$］

ここで，ab が定数より，z は x に**反比例する.**

(2) (1) より，z は x に反比例するから，$z=\dfrac{k}{x}$ とおくと，

［(1) で a，b の文字を用いたので，a，b とは異なる文字 k で比例定数を表した.］

$x=12$ のとき，$z=-3$ より，$-3=\dfrac{k}{12}$

よって，$k=-36$

つまり，関係式は $z=-\dfrac{36}{x}$

$x=9$ のとき，$z=-\dfrac{36}{9}=\boldsymbol{-4}$

【13】(1) グラフが通るもう一つの点は，$x=3+5=8$，$y=b-2$ より，$(8,\ b-2)$ となる．
反比例においては x，y の積は一定なので，
$3b=8(b-2)$
$3b=8b-16$
$\boldsymbol{b=\dfrac{16}{5}}$

(2) x の値は 4 から 6 に変化するとき，y の値は $\dfrac{a}{4}$ から $\dfrac{a}{6}$ に変化する．
このときの y の増加量は，$\dfrac{a}{6}-\dfrac{a}{4}=-\dfrac{a}{12}$
x の値は -3 から -1 に変化するとき，y の値は $-\dfrac{a}{3}$ から $-a$ に変化する．
このときの y の増加量は，$-a-\left(-\dfrac{a}{3}\right)=-\dfrac{2}{3}a$
したがって，与えられた条件から次の式が成り立つ．
$-\dfrac{a}{12}=-\dfrac{2}{3}a+7$
$-a=-8a+84$
$\therefore \boldsymbol{a=12}$

【14】(1) x の値は，$1+\dfrac{25}{100}=\dfrac{125}{100}=\dfrac{5}{4}$(倍) となるので，$y$ の値も $\dfrac{5}{4}$(倍)
つまり，25 %増加する，よって，**25 %**
(2) x の値は，(1) より $\dfrac{5}{4}$ 倍となるので，y の値は $\dfrac{4}{5}$ 倍となる．
つまり，$\dfrac{4}{5}=\dfrac{80}{100}$ より，20 %減少する．
よって，**20 %**

添削課題

【1】(1) $2x=3y$ より，$y=\dfrac{2}{3}x$ であるから，y は x に**反比例しない**.

(2) $xy=10$ より，$y=\dfrac{10}{x}$ であるから，
y は x に**反比例する**．比例定数は **10**

(3) $y=3x$ より，y は x に**反比例しない**.

(4) $xy=50$ より，$y=\dfrac{50}{x}$ であるから，
y は x に**反比例する**．比例定数は **50**

(5) $y=x(10-x)=-x^2+10x$ より，y は x に**反比例しない**.

(6) y は $\dfrac{2000}{x}$ を超えない最大の整数となるので**反比例しない**.
たとえば $x=300$ のときは，$\dfrac{2000}{x}=\dfrac{2000}{300}=\dfrac{20}{3}=6\dfrac{2}{3}$ なので $y=6$ となる.

(7) $y=\dfrac{5}{x+5}\times 100$ より，$xy=500-5y$ である.
したがって xy の積は定数とならないので，y は x に**反比例しない**.

〔注意〕
(1)，(3) は比例している．また，(5)，(6)，(7) は比例も反比例もしていない.

【2】式にそれぞれ x の値を代入して，y の値を求めていくと，

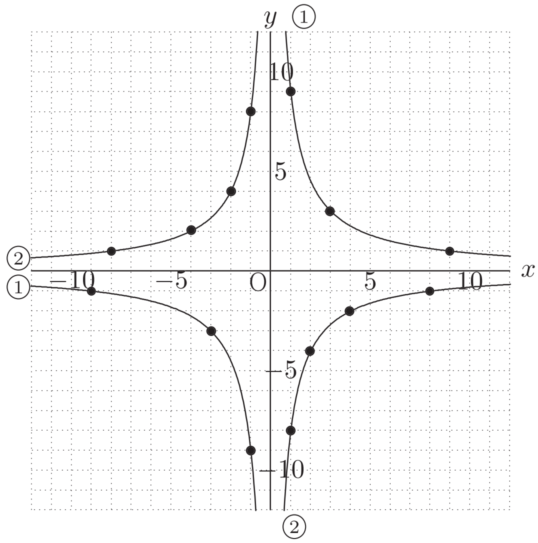
①

x	-9	-3	-1	0	1	3	9
y	$\mathbf{-1}$	$\mathbf{-3}$	$\mathbf{-9}$	╳	$\mathbf{9}$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$

②

x	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8
y	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{4}$	$\mathbf{8}$	╳	$\mathbf{-8}$	$\mathbf{-4}$	$\mathbf{-2}$	$\mathbf{-1}$

したがって，グラフは次の通り.



【3】求める式を $y=\dfrac{a}{x}$ とおき，グラフ上の 1 点の座標を読み取って，x 座標，y 座標の値を代入して a の値を求める．

① (2, 3) を通るので，$\boldsymbol{y=\dfrac{6}{x}}$

② (3, 4) を通るので，$\boldsymbol{y=\dfrac{12}{x}}$

③ (−2, 5) を通るので，$\boldsymbol{y=-\dfrac{10}{x}}$

④ (−4, 6) を通るので，$\boldsymbol{y=-\dfrac{24}{x}}$

【4】(1) $y=\dfrac{6}{x}$ に $x=3$ を代入して，$\boldsymbol{y=\dfrac{6}{3}=2}$

また，$y=\dfrac{6}{x}$ に $y=-18$ を代入して，$-18=\dfrac{6}{x}$

よって，$\boldsymbol{x=-\dfrac{1}{3}}$

(2) 比例定数を a とすると，$y=\dfrac{a}{x}$ とおける．

$x=4$ のとき，$y=-3$ だから，$-3=\dfrac{a}{4}$　　よって，$a=-12$

したがって，y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y=-\dfrac{12}{x}}$

また，この式に $y=8$ を代入して，$8=-\dfrac{12}{x}$

よって，$\boldsymbol{x=-\dfrac{3}{2}}$

(3) 比例定数を a とすると，$y=\dfrac{a}{x}$ とおける．

$x=-\dfrac{3}{2}$ のとき，$y=\dfrac{4}{15}$ だから，

$$\frac{4}{15}=\frac{a}{\left(-\frac{3}{2}\right)}$$

$$a\div\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{4}{15}$$

$$\therefore a=\frac{4}{15}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{2}{5}$$

したがって，y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y=-\dfrac{2}{5x}}$

また，この式に $x=\dfrac{5}{2}$ を代入して，

$$y=-\frac{2}{5\times\frac{5}{2}}=-2\div\left(\frac{25}{2}\right)=-2\times\frac{2}{25}=\boldsymbol{-\frac{4}{25}}$$

(4) 比例定数を a とすると，$y=\dfrac{a}{x+2}$ とおける．

$x=-5$ のとき，$y=2$ だから，

$$2=\frac{a}{-5+2}$$

$$\frac{a}{-3}=2$$

$$a=-6$$

したがって，y を x の式で表すと，$\boldsymbol{y=-\dfrac{6}{x+2}}$

また，この式に $y=9$ を代入して，

$$9=-\frac{6}{x+2}$$

$$9(x+2)=-6$$

$$9x=-24$$

$$\boldsymbol{x=-\frac{8}{3}}$$

(5) 比例定数を a とすると，$y=\dfrac{a}{x}$ とおける．x が 2 から 3 増えると $2+3=5$ となる．$x=5$ のときの y の値は $\dfrac{a}{5}$

減少量が 4 なので，

$$\frac{a}{2}-\frac{a}{5}=4$$

$$\frac{3}{10}a=4$$

$$a=\frac{40}{3}$$

$y=\dfrac{\frac{40}{3}}{x}=\dfrac{40}{3x}$ より，$\boldsymbol{y=\dfrac{40}{3x}}$

小テスト

【1】(1) $x=-2$ のとき，$\boldsymbol{y=-\frac{6}{5}}$

$y=-6$ のとき，$\boldsymbol{x=-10}$

(2) $\boldsymbol{y=-4x}$

$x=-3$ のとき，$\boldsymbol{y=12}$

(3) $\boldsymbol{y=\frac{2}{3}x}$

$x=\frac{15}{2}$ のとき，$\boldsymbol{y=5}$

(4) $\boldsymbol{y=-x}$

$y=-1$ のとき，$\boldsymbol{x=1}$

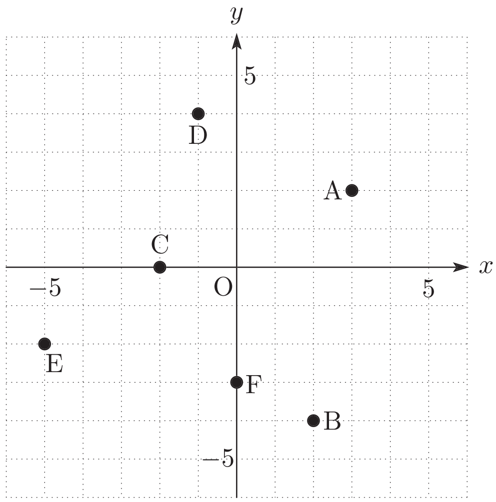
(5) $\boldsymbol{y=2x+6}$

$x=0$ のとき，$\boldsymbol{y=6}$

問題

【1】(1) $\mathbf{A(3,\ 2)}$, $\mathbf{B(2,\ -4)}$, $\mathbf{C(-2,\ 0)}$

(2)



(3) $\mathbf{(-1,\ -4)}$

(4) $\mathbf{(5,\ -2)}$

(5) $\mathbf{(-2,\ 4)}$

【2】(1) $\mathbf{(-3,\ -4)}$

(2) $\mathbf{(3,\ 4)}$

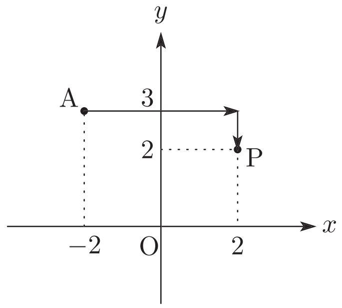
(3) $\mathbf{(3,\ -4)}$

(4) $x=-3+2=-1$, y は変わらないことより, $\mathbf{(-1,\ 4)}$

(5) $y=4+(-3)=1$, x は変わらないことより, $\mathbf{(-3,\ 1)}$

(6) $x=-3+(-5)=-8$, $y=4+(-4)=0$ より, $\mathbf{(-8,\ 0)}$

【3】(1)

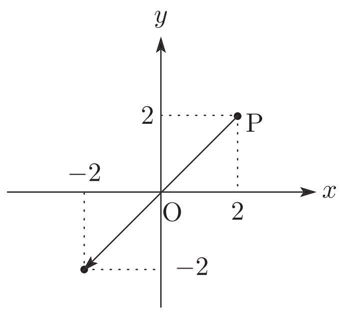


$(-2+4,\ 3-1)=(2,\ 2)$

P(2, 2)

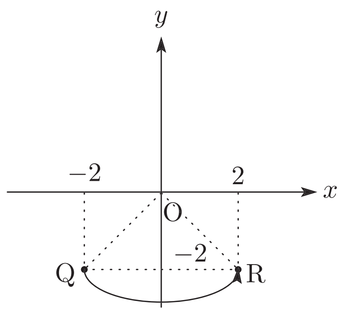
■確認 $(a,\ b)$ を x 軸正の方向に p，y 軸正の方向に q 移動した点の座標は，$(a+p,\ b+q)$

(2)



Q(−2, −2)

(3)



R(2, −2)

＜研究＞

(3) では，点 Q と点 R は y 軸について対称だったが，一般に，反時計回りに 90° 回転した座標について考えてみよう．

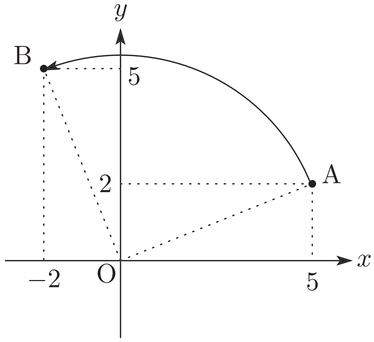
＜例＞

点 A(5, 2) を原点を中心として，反時計回りに 90° 回転した点の座標を求めると，左図において，

OA = OB

∠AOB = 90°

よって，点 B の座標が求める座標だから，B(−2, 5)



【4】(1) x 座標が等しいことより，

$$2a-3=3a-7$$
$$2a-3a=-7+3$$
$$-a=-4$$
$$a=4$$

y 座標も等しいことより，

$$-4b+1=-5b+3$$
$$-4b+5b=3-1$$
$$b=2$$

$\boldsymbol{a=4,\ b=2}$

(2) x 座標の符号が逆なので，

$$2a-3=-(3a-7)$$
$$2a-3=-3a+7$$
$$2a+3a=7+3$$
$$5a=10$$
$$a=2$$

y 座標は等しいことより，

(1) と同様にして，

$b=2$

$\boldsymbol{a=2,\ b=2}$

(3) A の x 座標から 4 を引くと，B の x 座標になることより，

$$2a-3-4=3a-7$$
$$2a-3a=-7+3+4$$
$$-a=0$$
$$a=0$$

A の y 座標に 5 を加えると，B の y 座標になることより，

$$-4b+1+5=-5b+3$$
$$-4b+5b=3-1-5$$
$$b=-3$$

$\boldsymbol{a=0,\ b=-3}$

【5】(1) D から B への平行移動分だけ，A から移動すれば C となる．

D から B への平行移動量は，$x=7-2=5$，$y=1-5=-4$．

A$(-1,\ -2)$ より，C は，

$x=-1+5=4$，$y=-2+(-4)=-6$． よって $\mathbf{C(4,\ -6)}$

(2) B から A への平行移動分だけ，D から移動すれば C となる．

B から A への平行移動量は，$x=-1-7=-8$，$y=-2-1=-3$．

D$(2,\ 5)$ より，C は，

$x=2+(-8)=-6$，$y=5+(-3)=2$． よって $\mathbf{C(-6,\ 2)}$

【6】(1) $x = \dfrac{4+6}{2} = 5,\ \ y = \dfrac{-2+3}{2} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \left(\mathbf{5,\ \dfrac{1}{2}}\right)$

(2) $\dfrac{7+a}{2} = 2$ より，$\boldsymbol{a = -3}$

$\dfrac{-3+b}{2} = 1$ より，$\boldsymbol{b = 5}$

(3) $\dfrac{a+(-2)}{2} = -3$ より，$\boldsymbol{a = -4}$

$\dfrac{5+b}{2} = \dfrac{5}{2}$ より，$\boldsymbol{b = 0}$

(4) AB の中点は，$\left(\dfrac{2+a}{2},\ \dfrac{-1+12}{2}\right)$

CD の中点は，$\left(\dfrac{-3+(-6)}{2},\ \dfrac{b+4}{2}\right)$

これが一致するので，

$\dfrac{2+a}{2} = \dfrac{-9}{2}$

$2+a = -9$

$\boldsymbol{a = -11}$

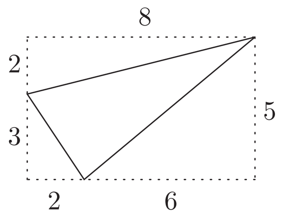
$\dfrac{11}{2} = \dfrac{b+4}{2}$

$\boldsymbol{b = 7}$

【7】(1) $\quad 5\times 8 - \dfrac{1}{2}\times 2\times 3 - \dfrac{1}{2}\times 8\times 2 - \dfrac{1}{2}\times 6\times 5$

$=40 - 3 - 8 - 15$

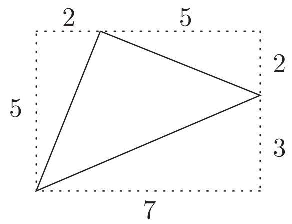
$=\mathbf{14(cm^2)}$



(2) $\quad 5\times 7 - \dfrac{1}{2}\times 2\times 5 - \dfrac{1}{2}\times 7\times 3 - \dfrac{1}{2}\times 5\times 2$

$=35 - 5 - \dfrac{21}{2} - 5$

$=\mathbf{\dfrac{29}{2}(cm^2)}$



【8】(4)〜(6) の式をそれぞれ $y=$(x の式) の形で表すと，

(4) は，$y=\dfrac{2}{3}x$

(5) は，$y=\dfrac{9}{x}$

(6) は，$y=x$

ここで，$y=ax$ のグラフは，a の絶対値が小さいほど x 軸に近づく．

y が x に比例するものは，(1)，(4)，(6)

これを，比例定数が大きい順に並べると，(1)，(6)，(4)

したがって，(1)……①，(6)……②，(4)……③

さらに，$y=\dfrac{a}{x}$ のグラフは，a の絶対値が小さいほど x 軸に近づく．

また，y が x に反比例するものは，(2)，(3)，(5)

これを，比例定数が大きい順に並べると，(2)，(5)，(3)

したがって，(2)……④，(5)……⑤，(3)……⑥

以上より，

①……**(1)**，②……**(6)**，③……**(4)**

④……**(2)**，⑤……**(5)**，⑥……**(3)**

【9】(1) ① $y=ax$ とおく．

$x=3$，$y=1$ を代入すると

$1=a\times 3$

$3a=1$

$a=\dfrac{1}{3}$

よって，$\boldsymbol{y=\dfrac{1}{3}x}$

② $y=\dfrac{a}{x}$ とおく．

$x=3$，$y=1$ を代入すると

$1=\dfrac{a}{3}$

$a=3$

よって，$\boldsymbol{y=\dfrac{3}{x}}$

(2) B は A と原点について対称なので，**B(−3，−1)**

(3) $y=\dfrac{3}{x}$ の y に 6 を代入して，$6=\dfrac{3}{x}$

両辺に x をかけて

$6x=3$

$\boldsymbol{x=\dfrac{1}{2}}$

(4) $y=\dfrac{1}{3}x$ の x に $\dfrac{1}{2}$ を代入して

$y=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{6}$

よって，$\mathbf{D}\left(\boldsymbol{\dfrac{1}{2}},\ \boldsymbol{\dfrac{1}{6}}\right)$

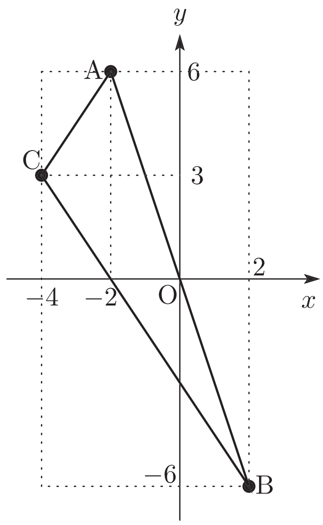
【10】(1) $y=-3x$ の y に 6 を代入

$$6=-3x$$
$$-3x=6$$
$$\boldsymbol{x=-2}$$

(2) A$(-2,\ 6)$ を通るので，$y=\dfrac{a}{x}$ とおくと

$$6=\frac{a}{-2}$$
$$a=-12$$

よって，$\boldsymbol{y=-\dfrac{12}{x}}$



(3) A と原点対称なので，**B(2, −6)**

(4) $y=-\dfrac{12}{x}$ の x に -4 を代入

$$y=-\frac{12}{-4}=3$$

よって，**C(−4, 3)**

(5)
$$6\times12-\left(\frac{1}{2}\times2\times3+\frac{1}{2}\times6\times9+\frac{1}{2}\times4\times12\right)$$
$$=72-(3+27+24)$$
$$=72-54$$
$$=\boldsymbol{18}$$

【11】(1) A$(3,-2)$ を通るとき，$-2=3a$ より，$a=-\dfrac{2}{3}$

B$(2,5)$ を通るとき，$5=2a$ より，$a=\dfrac{5}{2}$

この 2 点の間を通ることより，$\boldsymbol{-\dfrac{2}{3}\leqq a\leqq\dfrac{5}{2}}$

(2) C$(-2,-2)$ を通るとき，$-2=-2a$ より，$a=1$

AC と y 軸との交点を E とする.

線分 CE と交わるとき，$a\geqq1$

線分 EA と交わるとき，$a\leqq-\dfrac{2}{3}$

以上より $\boldsymbol{a\leqq-\dfrac{2}{3}}$，または $\boldsymbol{a\geqq1}$

(3) ① のグラフの傾きは $-\dfrac{2}{3}$，② のグラフの傾きは $\dfrac{5}{2}$ より，②の方が比例定数が大きい.

(4) ③ のグラフの傾きは 1，④ のグラフの傾きは $\dfrac{4}{-3}=-\dfrac{4}{3}$ より，③の方が比例定数が大きい.

【12】(1) 下の図のように B$(-3,\ 7)$ となる．台形 AA$'$B$'$B から △ OAA$'$，△ OBB$'$（この 2 つの関係を合同という）を取り除けばよい．

$\dfrac{3+7}{2} \times 10 - \left(\dfrac{1}{2} \times 7 \times 3\right) \times 2 = 50 - 21 = \mathbf{29(cm^2)}$

(2) 下の図より B の座標は，$x = -(a-6) = -a+6$，$y = a$.

AB の中点の座標について a を用いて表すと，

$$x = \frac{a + (-a+6)}{2} = 3$$

$$y = \frac{(a-6)+a}{2} = a - 3$$

となる．条件より，この y 座標の方が，x 座標より 2 だけ大きいから，次の方程式が成り立つ.

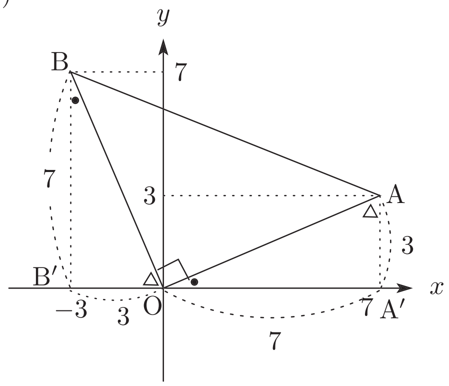
$a - 3 = 3 + 2$

$\therefore a = 8$

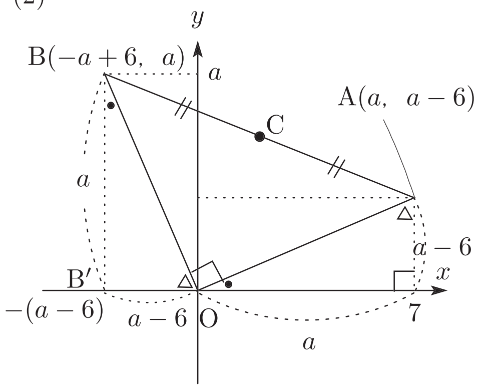
よって，求める A の座標は $(a,\ a-6) = \mathbf{(8,\ 2)}$

(3) 下の図より，C の座標は $(-a,\ b)$．よって，もとの点 A$(a,\ b)$ とは，y 座標が同じで，x 座標の符号だけが異なる．したがって，点 C は点 A を y **軸について対称移動した点**である.

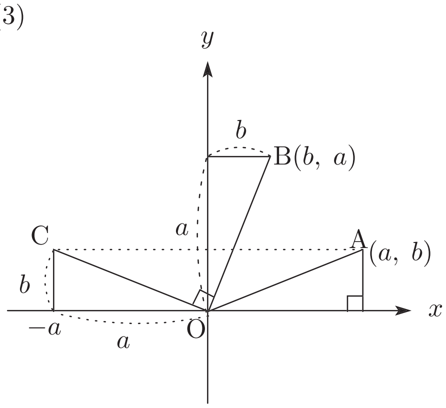
(1)



(2)



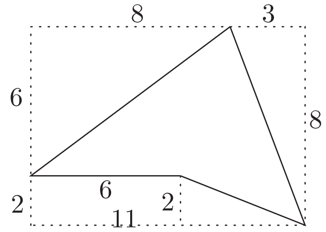
(3)



【13】(1) $\quad 8\times 11-\dfrac{1}{2}\times 8\times 6-\dfrac{1}{2}\times 3\times 8-\dfrac{1}{2}\times(6+11)\times 2$

$=88-24-12-17$

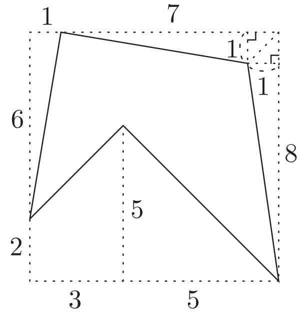
$=\mathbf{35(cm^2)}$



(2) $\quad 8\times 8-\dfrac{1}{2}\times 1\times 6-\dfrac{1}{2}\times 7\times 1-\dfrac{1}{2}\times 8\times 1-\dfrac{1}{2}\times(2+5)\times 3-\dfrac{1}{2}\times 5\times 5$

$=64-3-\dfrac{7}{2}-4-\dfrac{21}{2}-\dfrac{25}{2}$

$=\mathbf{\dfrac{61}{2}(cm^2)}$



【14】(1) $y=ax$ に，$x=2$，$y=8$ を代入して，

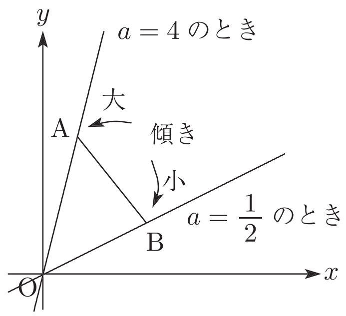
$8=2a$ 　よって，$\boldsymbol{a=4}$

(2) ① が点 B を通るとき，

$y=ax$ に $x=6$，$y=3$ を代入して，

$3=6a$ 　よって，$a=\dfrac{1}{2}$

したがって，$\mathbf{\dfrac{1}{2}} \leqq \boldsymbol{a} \leqq \mathbf{4}$



(3) ① が点 C を通るとき，

$y=ax$ に $x=-2$，$y=6$ を代入して，

$6=-2a$ 　よって，$a=-3$

$a>0$ のとき，

a が大きくなるほどグラフは y 軸に近づき，

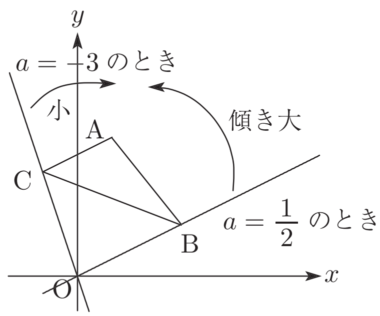
$a<0$ のとき，

a が小さくなるほどグラフは y 軸に近づく

から，

$\boldsymbol{a} \leqq \mathbf{-3}$，$\mathbf{\dfrac{1}{2}} \leqq \boldsymbol{a}$

$\left(-3 \leqq a \leqq \dfrac{1}{2}\right.$ としないように注意すること．$\left.\right)$



【15】(1) ① のグラフを表す式を $y=\dfrac{a}{x}$ とおくと，点 A$(-8,\ -2)$ を通るので，

$-2=\dfrac{a}{-8}$ より，$a=16$．よって ① を表す式は $\boldsymbol{y=\dfrac{16}{x}}$

② のグラフを表す式を $y=ax$ とおくと，同様に点 A$(-8,\ -2)$ を通るので，

$-2=a\times(-8)$．よって，$a=\dfrac{1}{4}$．ゆえに ② を表す式は $\boldsymbol{y=\dfrac{1}{4}x}$

(2) 点 D は線分 BC の中点なので，その y 座標は，$y=\dfrac{10+0}{2}=5$ となる．

さらに D は ① 上にあるので，(1) の結果に $y=5$ を代入して，

$$5=\frac{16}{x}$$

両辺に x をかけて，$5x=16$

$$\therefore x=\frac{16}{5}$$

よって，点 D の座標は $\boldsymbol{\left(\dfrac{16}{5},\ 5\right)}$

(3) 直線 ③ を $y=ax$ とおくと，点 D$\left(\dfrac{16}{5},\ 5\right)$ を通るので，

$$5=a\times\frac{16}{5}$$

$$\therefore a=\frac{25}{16}$$

よって ③ の式は，$y=\dfrac{25}{16}x$

点 E の y 座標は 10．これを代入すると，$10=\dfrac{25}{16}x$

$\therefore x=\dfrac{32}{5}$．したがって，$\mathbf{E}\boldsymbol{\left(\dfrac{32}{5},\ 10\right)}$

(4) 点 B の座標を求める．$y=\dfrac{16}{x}$ に $y=10$ を代入して，$10=\dfrac{16}{x}$．$\therefore x=\dfrac{8}{5}$

よって，B$\left(\dfrac{8}{5},\ 10\right)$

つぎに点 C の座標を求める．BC の中点が D なので，x 座標についての式を立てると，

$$\left(\frac{8}{5}+x\right)\div 2=\frac{16}{5}$$

$x=\dfrac{24}{5}$．よって，C$\left(\dfrac{24}{5},0\right)$

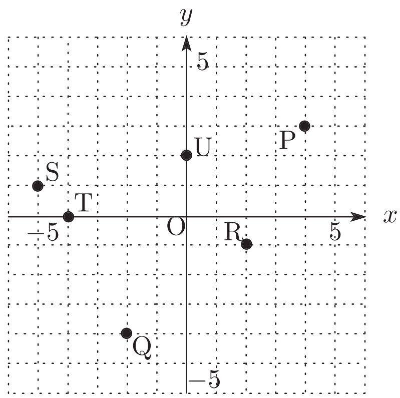
△ ABC を囲む長方形から，外側の 3 つの三角形の面積を取り除くと，

$$\left\{\frac{24}{5}-(-8)\right\}\times\{10-(-2)\}-\frac{1}{2}\times 10\times\left(\frac{24}{5}-\frac{8}{5}\right)$$
$$-\frac{1}{2}\times 12\times\left(8+\frac{8}{5}\right)-\frac{1}{2}\times 2\times\left(8+\frac{24}{5}\right)$$
$$=\boldsymbol{\frac{336}{5}}\ \mathbf{(cm^2)}$$

添削課題

【1】(1) **A(2, 3)**，**B(4, −1)**
C(−3, 0)，**D(−5, 5)**
E(−4, −3)，**F(0, −4)**

(2)



【2】(1) **(2, −3)**　(2) **(−2, 3)**　(3) **(−2, −3)**　(4) **(6, −2)**

【3】(1) $x = \dfrac{3+7}{2} = 5$，$y = \dfrac{0+0}{2} = 0$ より，**(5, 0)**

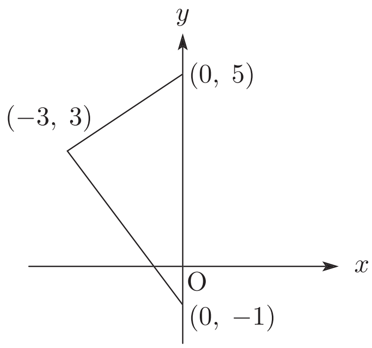
(2) $x = \dfrac{0+0}{2} = 0$，$y = \dfrac{2+5}{2} = \dfrac{7}{2}$ より，$\left(\mathbf{0},\ \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}\right)$

(3) $x = \dfrac{1+7}{2} = 4$，$y = \dfrac{4+6}{2} = 5$ より，**(4, 5)**

(4) $x = \dfrac{(-4)+(-8)}{2} = -6$，$y = \dfrac{3+(-5)}{2} = -1$ より，**(−6, −1)**

(5) $\dfrac{-8+a}{2} = -3$ より
$-8+a = -6$
$\boldsymbol{a = 2}$
$\dfrac{-5+b}{2} = 1$ より
$-5+b = 2$
$\boldsymbol{b = 7}$

【4】 (1) $6 \times 3 \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{9(cm^2)}$

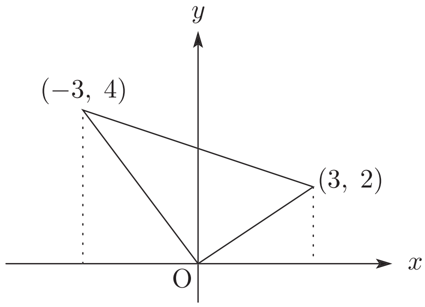


(2)

$$\frac{2+4}{2} \times 6 - \frac{1}{2} \times 3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

$=18 - 3 - 6$

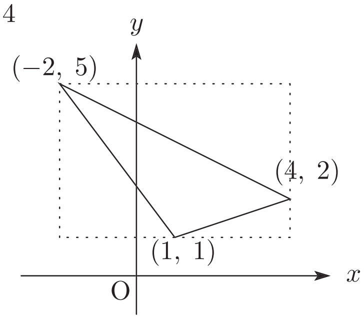
$=\mathbf{9(cm^2)}$



(3) $6 \times 4 - \dfrac{1}{2} \times 3 \times 1 - \dfrac{1}{2} \times 6 \times 3 - \dfrac{1}{2} \times 3 \times 4$

$=24 - \dfrac{3}{2} - 9 - 6$

$=\mathbf{\dfrac{15}{2}(cm^2)}$



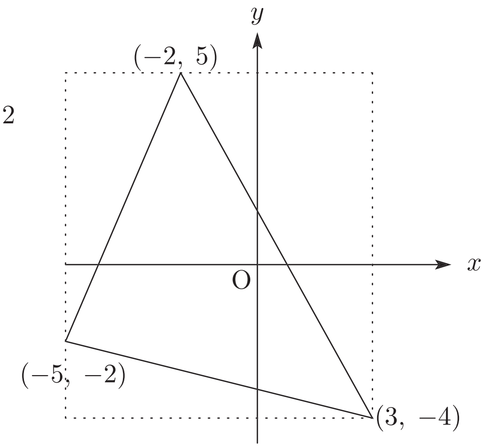
(4) $8 \times 9 - \dfrac{1}{2} \times 5 \times 9 - \dfrac{1}{2} \times 3 \times 7$

$- \dfrac{1}{2} \times 8 \times 2$

$=72 - \dfrac{45}{2} - \dfrac{21}{2} - 8$

$=72 - 41$

$=\mathbf{31(cm^2)}$



【5】(1) ② のグラフは原点について対称だから，点 Q は点 P と原点について対称である．
よって，Q$\mathbf{(6,\ -2)}$

(2) ① の式を $y=ax$ とおくと，点 $(-6,\ 2)$ を通るから，
$2=-6a$ よって，$a=-\dfrac{1}{3}$
したがって，① の式は，$\boldsymbol{y=-\dfrac{1}{3}x}$
② の式を $y=\dfrac{b}{x}$ とおくと，点 $(-6,\ 2)$ を通るから，
$2=\dfrac{b}{-6}$ よって，$b=-12$
したがって，② の式は，$\boldsymbol{y=-\dfrac{12}{x}}$

(3) △ PQR=△ POR+ △ QOR とみると，
△ POR $=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6=12$ (RO を底辺とみた)
△ QOR $=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6=12$ (やはり RO を底辺とみた)
$\therefore$ △ PQR $=12+12=\mathbf{24}$

(4) $x=2$ のとき，$y=q$ なので，$q=-\dfrac{12}{2}=-6$
$x=p$ のとき，$y=-3$ なので，$-3=\dfrac{-12}{p}$ より
$-3p=-12$
$\therefore p=\dfrac{-12}{-3}=4$
したがって，$\boldsymbol{p=4}$，$\boldsymbol{q=-6}$

(5) $x<0$ の部分で，
$(-1,\ 12)$, $(-2,\ 6)$, $(-3,\ 4)$, $(-4,\ 3)$, $(-6,\ 2)$, $(-12,\ 1)$
の 6 個あるから，$x>0$ の部分にも 6 個ある．
したがって，全部で **12 個**

小テスト

【1】(1) $\boldsymbol{y = -\dfrac{10}{x}}$

$x = -8$ のとき，$\boldsymbol{y = \dfrac{5}{4}}$

(2) $\boldsymbol{y = \dfrac{12}{x}}$

$y = -24$ のとき，$\boldsymbol{x = -\dfrac{1}{2}}$

(3) $\boldsymbol{y = -\dfrac{15}{x}}$

$y = -2$ のとき，$\boldsymbol{x = \dfrac{15}{2}}$

(4) $x = 2$ のとき，$\boldsymbol{y = \dfrac{5}{3}}$

$y = 25$ のとき，$\boldsymbol{x = \dfrac{2}{15}}$

(5) $\boldsymbol{y = \dfrac{24}{x+4}}$

２０章　比例と反比例（４）

問題

【1】(1) x と y の関係は，$y = 6x + 200$ と表すことができ，x が定まれば，y はただ 1 つに定まる．
よって関数であるといえる．

(2) 乗った距離 y が決まれば，運賃 x は決まるが，ある範囲の距離に対して運賃が決まるので，運賃 x がただ 1 つに決まっても，距離はただ 1 つに決まらない．
よって関数であるとはいえない．

(3) $y = 4x$ と表すことができ，x が定まれば，y はただ 1 つに定まる．
よって関数であるといえる．

(4) $y = 20 - 5x$ と表すことができ，x が定まれば，y はただ 1 つに定まる．
よって関数であるといえる．

(5) 絶対値が x となる数は $+x$ と $-x$ の 2 つがあり，ただ 1 つに定まらない．
よって関数であるとはいえない．

(6) y は x の式で表すことはできないが，x が決まれば，素数 y はただ 1 つに決まる．
よって関数であるといえる．

以上より，関数であるものは **(1)，(3)，(4)，(6)**

【2】(1) ①　$\boldsymbol{y = 10 - x}$　（または $\boldsymbol{y = -x + 10}$）
②　$\boldsymbol{0 \leqq x \leqq 10}$，$\boldsymbol{0 \leqq y \leqq 10}$

(2) ①　$\boldsymbol{y = 10 - x}$　（または $\boldsymbol{y = -x + 10}$）
②　$\boldsymbol{x \ldots \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}}$，$\boldsymbol{y \ldots \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}}$

(3) ①　$\boldsymbol{y = \dfrac{180 - x}{2}}$　$\left(\text{または}\boldsymbol{y = 90 - \dfrac{x}{2}}\right)$
②　$\boldsymbol{0 < x < 180}$，$\boldsymbol{0 < y < 90}$

(4) ①　$\boldsymbol{y = \dfrac{60}{x}}$　　②　$\boldsymbol{x > 0}$，$\boldsymbol{y > 0}$

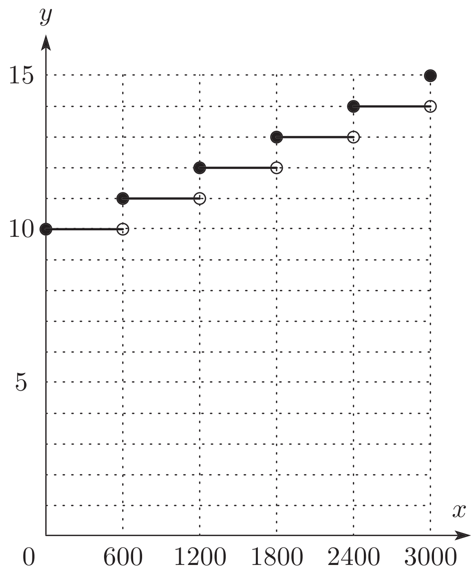
(5) ①　$\boldsymbol{y = 2x - 1}$
②　$\boldsymbol{x \ldots \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}}$, $\boldsymbol{y \ldots \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}}$

【3】(1) **−2 倍する**

(2) **1 を引いてから 3 倍する**　または，**3 倍してから 3 を引く**

(3) **−1 倍してから 2 を加える**　または，**2 を引いてから −1 倍する**

【4】(1) 右図



(2) ポイントが $10+n$ になったとき，金額 x は

$$600n \leqq x$$

をみたす最大の整数 n となる．

$$600n \leqq 5000$$

$$n \leqq \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$$

よって最大の n は 8 であるから，

18 ポイント．

(3) ポイントが $10+n$ のときの x の範囲は

$$600n \leqq x < 600(n+1)$$

$n = 10$ より

$$\boldsymbol{6000 \leqq x < 6600}$$

(4) a 個買ったとすると，$x = 280 + 360a$

13 ポイントのときは，$1800 \leqq x < 2400$ より

$$1800 \leqq 280+360a < 2400$$

$$1520 \leqq 360a < 2120$$

$$4\frac{2}{9} = \frac{38}{9} \leqq a < \frac{53}{9} = 5\frac{8}{9}$$

これをみたす整数は $a = 5$ より，**5 つ買った**．

【5】(1) $4x - 5y = 0$ を変形する

移項して，$4x = 5y$

左辺と右辺を入れ替えて，$5y = 4x$

両辺を 5 で割って，$y = \frac{4}{5}x$

これは y が x に比例定数 $\frac{4}{5}$ で比例していることを表している．

(2) $2xy = 3$

両辺を $2x$ で割って，

$y = \frac{3}{2x}$

これは y が x に比例定数 $\frac{3}{2}$ で反比例していることを表している．

(3) $x = 4y - 3$

左辺と右辺を入れ替えて，$4y - 3 = x$

移項して，$4y = x + 3$

両辺を 4 で割って，$y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$

これは y が x に比例も反比例もしていないことを表している．

(4) $x = -\frac{6}{y}$

両辺に y をかけて，$xy = -6$

両辺を x で割って，$y = -\frac{6}{x}$

これは y が x に比例定数 -6 で反比例していることを表している．

(5) $x(y+1)=2$

両辺を x で割って，$y+1=\dfrac{2}{x}$

移項して，$y=\dfrac{2}{x}-1$

これは y が x に比例も反比例もしていないことを表している．

(6) $3x+4(y+3)=2(x+6)$

展開整理して，$3x+4y+\cancel{12}=2x+\cancel{12}$

$\therefore y=-\dfrac{1}{4}x$

これは y が x に比例定数 $-\dfrac{1}{4}$ で比例していることを表している．

(7) $-\dfrac{3}{y}=\dfrac{2}{x}$

両辺に x をかけて，$-\dfrac{3x}{y}=2$

両辺に y をかけて，$-3x=2y$

左辺と右辺を入れ替えて，$2y=-3x$

両辺を 2 で割って，$y=-\dfrac{3}{2}x$

これは y が x に比例定数 $-\dfrac{3}{2}$ で比例していることを表している．

(8) $3=\dfrac{y}{x}$

両辺に x をかけて，$3x=y$

左辺と右辺を入れ替えて，$y=3x$

これは y が x に比例定数 3 で比例していることを表している．

以上より，

① **(1) 比例定数 $\boldsymbol{\dfrac{4}{5}}$，(6) 比例定数 $\boldsymbol{-\dfrac{1}{4}}$，(7) 比例定数 $\boldsymbol{-\dfrac{3}{2}}$，(8) 比例定数 3**

② **(2) 比例定数 $\boldsymbol{\dfrac{3}{2}}$，(4) 比例定数 $\boldsymbol{-6}$**

【6】(1) BP$=x$ とすると，PC$=6-x$ だから，

$\triangle$ DPC の面積は，$\dfrac{1}{2}\times 6\times(6-x)=3(6-x)(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle$ DPC と $\triangle$ DPC$'$ は面積が等しいから，

$$\begin{aligned} y&=6^2-2\times\triangle\mathrm{DPC}\\ &=36-2\times3(6-x)\\ &=6x \end{aligned}$$

つまり，$\boldsymbol{y=6x}$

また，x の変域は，$\boldsymbol{0\leqq x\leqq 6}$

y の変域は，$\boldsymbol{0\leqq y\leqq 36}$

(2) y の値が正方形の $\dfrac{1}{3}$ になればよい．

つまり，$y=\dfrac{1}{3}\times6^2=12$ のときの x の値を求めればよいから，

$12=6x$　よって，$\boldsymbol{x=2}$

【7】(1) 直線 ℓ を $y=ax$ とおくと，(2, 6) を通るので，

$6=2a$　よって，$a=3$

したがって，ℓ は $\boldsymbol{y=3x}$

直線 m を $y=bx$ とおくと，(3, 1) を通るので，

$1=3b$　よって，$b=\dfrac{1}{3}$

したがって，m は $\boldsymbol{y=\dfrac{1}{3}x}$

(2) ① (1) で求めた式にそれぞれ $x=6$ を代入して，

直線 ℓ について，$y=3\times 6=18$

よって，**P(6, 18)**

直線 m について，$y=\dfrac{1}{3}\times 6=2$

よって，**Q(6, 2)**

② PQ の長さは $18-2=16$

OR の長さは 6 より，

$\triangle$ OPQ$=\dfrac{1}{2}\times 16\times 6=\mathbf{48}$

(3) ① (2) と同様にして，$x=t$ をそれぞれ ℓ，m の式に代入して，

直線 ℓ について，$y=3t$

よって，$\mathbf{P}(\boldsymbol{t},\ \mathbf{3}\boldsymbol{t})$

直線 m について，$y=\dfrac{1}{3}t$

よって，$\mathbf{Q}\left(\boldsymbol{t},\ \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{t}\right)$

② (2) と同様にして，

PQ の長さは $3t-\dfrac{1}{3}t=\dfrac{8}{3}t$

OR の長さは t より，

$\triangle$ OPQ$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{8}{3}t\times t=\boldsymbol{\dfrac{4}{3}t^2}$

【8】(1) 点Aの x 座標は，点Bの x 座標と等しいから，

$y=2x$ に $x=6$ を代入して，$y=12$ より，A(6, 12)

点Cの y 座標は，点Bの y 座標と等しいから，

$y=\dfrac{1}{2}x$ に $y=6$ を代入して $x=12$ より，C(12, 6)

よって，点Dの x 座標は点Cの x 座標と等しいから，12

y 座標は点Aの y 座標と等しいから，12

したがって，**D(12, 12)**

(2) 正方形の1辺の長さは10である．

点Aの x 座標を a とすると，点Aは①上にあるから，

$y=2x$ に $x=a$ を代入して，$y=2a$ よって，A(a, $2a$)

AB=10より，点Bの y 座標は，$2a-10$

また，AD=10より，点Dの x 座標は $a+10$

したがって，点Cの座標は，$(a+10,\ 2a-10)$

これが②上にあればよいから，

$$2a-10=\frac{1}{2}(a+10)$$

これを a についての方程式として解くと，$a=10$

つまり，C(20, 10)

ここで，正方形の対角線はそれぞれ中点で交わるから，ACの中点を求めればよい．

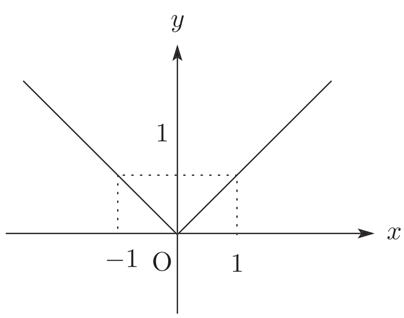
A(10, 20)より，

$$\left(\frac{10+20}{2},\ \frac{20+10}{2}\right)=\mathbf{(15,\ 15)}$$

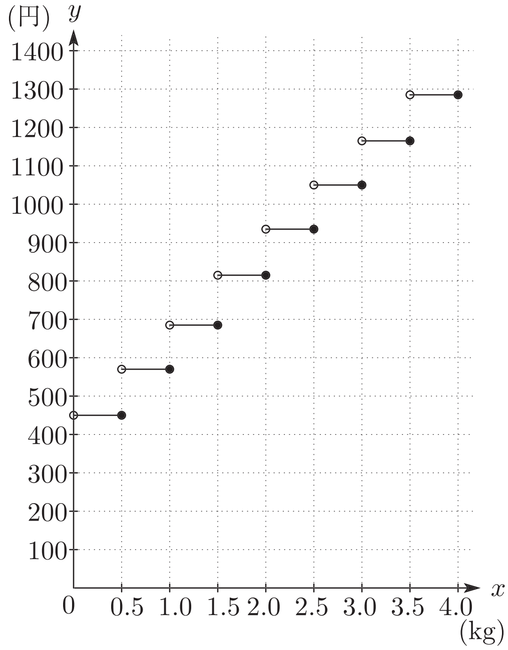
【9】 $x \geqq 0$ のとき，$|x|=x$

$x<0$ のとき，$|x|=-x$

であるので，求めるグラフは右図のようになる．



【10】(1) 表より 0.5kg 増えるごとに，料金が 120 円増えることが読み取れる．よって，下図の通りとなる．



(2) 300g の箱の中に，1 冊あたり 150g のパンフレットを x 冊入れたときの重さは $(150x+300)$g となり，この重さが決まれば (1) でかいたグラフを参照して，料金 y 円がわかる．つまり x が決まれば，y はただ 1 つに決まる．よって**関数であるといえる．**

(3) 料金が 1530 円になるときをまず調べる．グラフより重さが 3.5kg より重く, 4.0kg 以下のときの料金が 1290 円であることがわかる．1530 円となるときは, $1530-1290=240$ より，これより 240 円高い．(1) で 0.5kg ごとに 120 円増えることがわかっているので，240 円はちょうど 1kg に相当する．よって，条件を満たす重さの範囲は 4.5kg より重く，5.0kg 以下．

300g の箱の中に，1 冊あたり 150g のパンフレットを x 冊入れたときの重さは $(150x+300)$g であるから，次の不等式が成り立つ．

$$4500 < 150x + 300 \leqq 5000$$

$$4200 < 150x \leqq 4700$$

$$28 < x \leqq \frac{94}{3} = 31\frac{1}{3}$$

この不等式を満たす整数 x は $\boldsymbol{x = 29, 30, 31}$

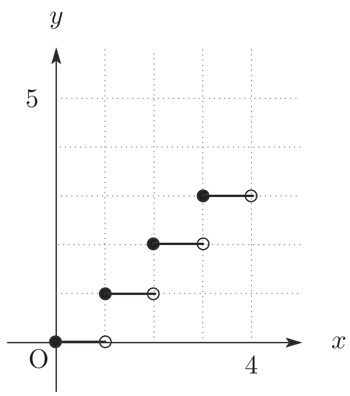
【11】(1) $\mathbf{[3]=3}$，$\mathbf{[3.1]=3}$，$\mathbf{[3.99]=3}$，$\mathbf{[4]=4}$

(2) 0 以上の数 x に対して定義しているので，下図のようにする．

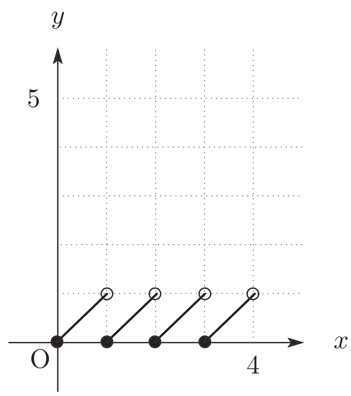
(3) ① x の小数部分

② 下図参照

(2)



(3)②



【12】それぞれ値を代入してみる．

① $2\times1+C=D$ より，$2+C=D$　つまり，$D=C+2$

② $-2\times B+3=D$ より，$-2B+3=D$　つまり，$D=-2B+3$

③ $3\times B+C=0$ より，$3B+C=0$　よって，$C=-3B$

④ $A\times3-4=D$ より，$3A-4=D$　つまり，$D=3A-4$

⑤ $A\times1+C=5$ より，$A+C=5$　よって，$C=-A+5$

⑥ $A\times B+4=-1$ より，$AB=-5$　よって，$B=-\dfrac{5}{A}$

したがって，比例の関係にあるのは，③

また，反比例の関係にあるのは，⑥

【13】(1) 点 A と点 C の x 座標の差が，点 B と点 P の x 座標の差だから，

$11-8=k-0$ より，$\boldsymbol{k=3}$

点 A と点 C の y 座標の差が，点 B と点 P の y 座標の差だから，

$6-a=2-0$ より，$\boldsymbol{a=4}$

＜別解＞

BC の中点と，AP の中点が一致することを利用して，

x 座標について，$\dfrac{0+11}{2}=\dfrac{8+k}{2}$ より，$k=3$

y 座標について，$\dfrac{2+a}{2}=\dfrac{6+0}{2}$ より，$a=4$

(2) x 軸について，点 B と対称な点を B′ とすると，B′(0,−2)

点 P が x 軸上のどこにあっても，

PB=PB′ だから，

AP+PB=AP+PB′

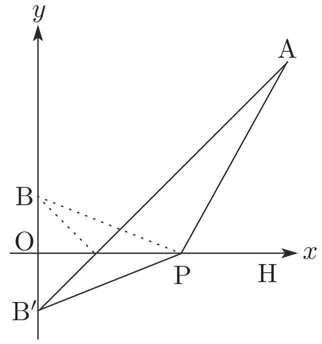
よって，AP+PB が最小になるのは，AP+PB′ が最小になるときだから，x 軸と線分 AB′ との交点を点 P とすればよい．

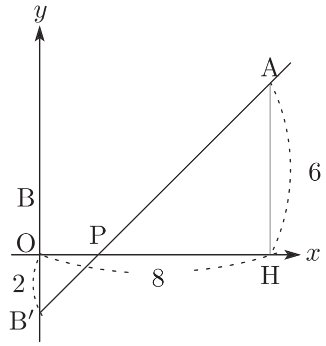
H(8, 0) とすると，

$$\begin{aligned} \mathrm{OP}:\mathrm{HP} &= \mathrm{OB'}:\mathrm{HA} \\ &= 2:6 \\ &= 1:3 \end{aligned}$$

したがって，$\mathrm{OP} = 8 \times \dfrac{1}{1+3} = 2$

つまり，P(2,0) より，$\boldsymbol{k = 2}$





【14】(1) PQ$=4$ より，PS$=4$ であるから，**S(6, 4)**

(2) 点 P の y 座標は $2t$ となるので，PQ$=2t$

よって，PS$=2t$ より，点 S の x 座標は $t+2t=3t$

したがって，**S($\boldsymbol{3t}$, $\boldsymbol{2t}$)**

(3) (2) より，点 S の y 座標は t の値に関係なく，常に x 座標の $\dfrac{2}{3}$ 倍であることがわかる．

よって，$\boldsymbol{y = \dfrac{2}{3}x}$

添削課題

【1】(1) ○

鉛筆の代金が $100x$ 円であるから，合計の代金は，$\boldsymbol{y=100x+50}$

(2) ○

円の直径が $2x$cm であるから，$\boldsymbol{y=2\pi x}$

(3) ×

数学の点数が決まると，英語の点数がただ 1 つに決まるわけではない．

(4) ○

歩いた道のりは $60x$m であるから，$\boldsymbol{y=1200-60x}$

(5) ×

ある郵便料金の郵便物の重さはただ 1 つには決まらない．

（x は y の関数であることはいえる）

(6) ○

$$x=\frac{400\times\frac{15}{100}}{400+y}\times 100$$

両辺に $(400+y)$ をかけて

$$(400+y)x=400\times\frac{15}{100}\times 100$$

$$400+y=\frac{6000}{x}$$

$$\therefore \boldsymbol{y=\frac{6000}{x}-400}$$

【2】(1) B(4, 6) のとき，A の x 座標は 4.

A は $y=2x$ 上にあるので，y 座標は $y=2\times 4=8$.

これは D の y 座標と一致する．一方，（B の y 座標）=（C の y 座標）であるから，

C の y 座標は 6.

C は $y=x$ 上にあるので，$y=6$ を代入すると $6=x$　　$\therefore x=6$.

よって C の x 座標は 6. これは D の x 座標と一致.

以上より，D**(6, 8)**

(2) (1) と同様に考えると，A の x 座標は a より，y 座標は $y=2x$ の x に a を代入して $y=2a$. よって，D の y 座標は $2a$.

C の y 座標は b より，$y=x$ の y に b を代入して $b=x$　　$\therefore x=b$.

よって C の x 座標，すなわち D の x 座標は b.

以上より，D$\boldsymbol{(b,\ 2a)}$

(3) $y=\dfrac{3}{2}x$ の x に a を代入して $y=\dfrac{3}{2}a$

$\therefore \mathrm{B}\left(\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{\dfrac{3}{2}a}\right)$

このときの D の座標は，(2) の b を $\dfrac{3}{2}a$ で置き換えればよいので

$\mathrm{D}\left(\boldsymbol{\dfrac{3}{2}a},\ \boldsymbol{2a}\right)$

辺 AB の長さは，A，B の y 座標の差なので，$2a-\dfrac{3}{2}a=\dfrac{1}{2}a$

辺 BC の長さは，B，C の x 座標の差なので，$\dfrac{3}{2}a-a=\dfrac{1}{2}a$

$\therefore \mathrm{AB}=\mathrm{BC}$

よって，四角形 ABCD は長方形でもあるから，正方形となる．

（説明終わり）

【3】(1) $\boldsymbol{x\cdots\cdots\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}}$

$\boldsymbol{y\cdots\cdots\{160,\ 370,\ 580,\ 790\}}$

(2) $\boldsymbol{0\leqq x\leqq 100}$，$\boldsymbol{10\leqq y\leqq 30}$

(3) $\boldsymbol{x\cdots\cdots\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10,\ 11,\ 12\}}$

$\boldsymbol{y\cdots\cdots\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6\}}$

＜参考＞　x と y の関係は表のようになる．

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	1	2	2	3	2	4	2	4	3	4	2	6

小テスト

【1】(1) $\mathbf{(2,\ 5)}$

(2) $\mathbf{(-2,\ -5)}$

(3) $\mathbf{(-2,\ 5)}$

(4) $\mathbf{(5,\ -5)}$

(5) $\mathbf{(2,\ -7)}$

(6) $\mathbf{(-2,\ -8)}$

【2】(1) $\mathbf{(1,\ -1)}$

(2) $\mathbf{22}$

1MJSS/1MJS/1MJ

中１選抜東大・医学部数学

中１数学

中１東大数学

Z-KAI

会員番号	

氏　名	