

## 17章 2次方程式 (1)

### 問題

**【1】** (1)  $x = \pm 11$

(3)  $x = \pm \frac{2}{9}$

(5)  $x^2 = 24$

$$x = \pm\sqrt{24}$$

$$x = \pm 2\sqrt{6}$$

(7)  $\frac{1}{5}x^2 = 20$

$$x^2 = 100$$

$$x = \pm 10$$

(9)  $\frac{2}{3}x^2 - 4 = 0$

$$2x^2 - 12 = 0$$

$$x^2 - 6 = 0$$

$$x^2 = 6$$

$$x = \pm\sqrt{6}$$

**【2】** (1)  $(x+1)^2 = 1$

$$x+1 = \pm 1$$

$$x = -1 \pm 1$$

$$x = 0, -2$$

(3)  $(2x-8)^2 = 25$

$$2x-8 = \pm 5$$

$$2x = 8 \pm 5$$

$$2x = 13, 3$$

$$x = \frac{13}{2}, \frac{3}{2}$$

(2)  $x = \pm 0.02$

(4)  $x = \pm\sqrt{11}$

(6)  $9x^2 = 8$

$$x^2 = \frac{8}{9}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{8}{9}}$$

$$x = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(8)  $3x^2 - 21 = 0$

$$3x^2 = 21$$

$$x^2 = 7$$

$$x = \pm\sqrt{7}$$

(10)  $8 - 12x^2 = 0$

$$12x^2 = 8$$

$$x^2 = \frac{2}{3}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{6}}{3}$$

(2)  $(x-3)^2 = 12$

$$x-3 = \pm\sqrt{12}$$

$$x-3 = \pm 2\sqrt{3}$$

$$x = 3 \pm 2\sqrt{3}$$

(4)  $6(x-2)^2 = 36$

$$(x-2)^2 = 6$$

$$x-2 = \pm\sqrt{6}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{6}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \\
 & x + \frac{1}{3} = \pm \frac{1}{3} \\
 & x = -\frac{1}{3} \pm \frac{1}{3} \\
 & \mathbf{x = 0, -\frac{2}{3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad & \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = 16 \\
 & x - \frac{2}{3} = \pm 4 \\
 & x = \frac{2}{3} \pm 4 \\
 & \mathbf{x = \frac{14}{3}, -\frac{10}{3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (7) \quad & (x - 3)^2 - 144 = 0 \\
 & (x - 3)^2 = 144 \\
 & x - 3 = \pm 12 \\
 & x = 3 \pm 12 \\
 & \mathbf{x = 15, -9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (8) \quad & 2 - (3x - 3)^2 = 0 \\
 & (3x - 3)^2 = 2 \\
 & 3x - 3 = \pm \sqrt{2} \\
 & 3x = 3 \pm \sqrt{2} \\
 & \mathbf{x = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{3}}
 \end{aligned}$$

**[3]** (1)  $x^2 - 4 = 0$   
 $(x + 2)(x - 2) = 0$   
 $\mathbf{x = \pm 2}$

(2)  $9 - x^2 = 0$   
 $(x + 3)(x - 3) = 0$   
 $\mathbf{x = \pm 3}$

(3)  $x^2 + 2x - 8 = 0$   
 $(x + 4)(x - 2) = 0$   
 $\mathbf{x = -4, 2}$

(4)  $x^2 - 4x + 4 = 0$   
 $(x - 2)^2 = 0$   
 $\mathbf{x = 2}$

(5)  $x^2 - 5x + 6 = 0$   
 $(x - 2)(x - 3) = 0$   
 $\mathbf{x = 2, 3}$

(6)  $x^2 + 3x - 10 = 0$   
 $(x + 5)(x - 2) = 0$   
 $\mathbf{x = -5, 2}$

(7)  $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 1 = 0$   
 $x^2 - 2x - 3 = 0$   
 $(x - 3)(x + 1) = 0$   
 $\mathbf{x = 3, -1}$

(8)  $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0$   
 $x^2 - 4x - 12 = 0$   
 $(x - 6)(x + 2) = 0$   
 $\mathbf{x = 6, -2}$

(9)  $x^2 + 7x = 0$   
 $x(x + 7) = 0$   
 $\mathbf{x = 0, -7}$

(10)  $3x^2 - 2x = 0$   
 $x(3x - 2) = 0$   
 $\mathbf{x = 0, \frac{2}{3}}$

$$\begin{aligned}
 (11) \quad & x^2 - 5x = 24 \\
 & x^2 - 5x - 24 = 0 \\
 & (x+3)(x-8) = 0 \\
 & \mathbf{x = -3, 8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (12) \quad & x^2 - 36 = 16x \\
 & x^2 - 16x - 36 = 0 \\
 & (x+2)(x-18) = 0 \\
 & \mathbf{x = -2, 18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (13) \quad & x^2 - 15 + 2x = 0 \\
 & x^2 + 2x - 15 = 0 \\
 & (x+5)(x-3) = 0 \\
 & \mathbf{x = -5, 3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (14) \quad & 42 + 13x + x^2 = 0 \\
 & x^2 + 13x + 42 = 0 \\
 & (x+6)(x+7) = 0 \\
 & \mathbf{x = -6, -7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (15) \quad & 7x^2 + 21x + 14 = 0 \\
 & x^2 + 3x + 2 = 0 \\
 & (x+2)(x+1) = 0 \\
 & \mathbf{x = -2, -1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (16) \quad & 6x^2 - 12x - 48 = 0 \\
 & x^2 - 2x - 8 = 0 \\
 & (x-4)(x+2) = 0 \\
 & \mathbf{x = 4, -2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{【4】 (1)} \quad & 2x^2 - 13x + 20 = 0 \\
 & (x-4)(2x-5) = 0 \\
 & \mathbf{x = 4, \frac{5}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 4x^2 - 4x - 3 = 0 \\
 & (2x+1)(2x-3) = 0 \\
 & \mathbf{x = -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & 2x^2 + 7x + 3 = 0 \\
 & (x+3)(2x+1) = 0 \\
 & \mathbf{x = -3, -\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & 3x^2 + 2x - 1 = 0 \\
 & (x+1)(3x-1) = 0 \\
 & \mathbf{x = -1, \frac{1}{3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & 9x^2 - 15x + 6 = 0 \\
 & 3x^2 - 5x + 2 = 0 \\
 & (x-1)(3x-2) = 0 \\
 & \mathbf{x = 1, \frac{2}{3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad & 20x^2 - 72x - 32 = 0 \\
 & 5x^2 - 18x - 8 = 0 \\
 & (x-4)(5x+2) = 0 \\
 & \mathbf{x = 4, -\frac{2}{5}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (7) \quad & x - 2 = X \text{ とおくと,} \\
 & 2X^2 + 3X + 1 = 0 \\
 & (2X+1)(X+1) = 0 \\
 & \text{よって, } 2x - 4 + 1 = 0 \\
 & \text{または, } x - 2 + 1 = 0 \\
 & \mathbf{x = \frac{3}{2}, 1}
 \end{aligned}$$

【5】(1)  $x - 4 = X$  とおくと与式は,

$$X^2 - 16X - 36 = 0$$

$$(X - 18)(X + 2) = 0$$

よって,  $x - 4 - 18 = 0$

または,  $x - 4 + 2 = 0$

$$x = 22, 2$$

(2)  $(x - 3)^2 - (3x)^2 = 0$

$$x - 3 = X, \quad 3x = Y \text{ とおくと,}$$
$$X^2 - Y^2 = 0$$

$$(X + Y)(X - Y) = 0$$

よって,  $x - 3 + 3x = 0$

または,  $x - 3 - 3x = 0$

$$x = \frac{3}{4}, -\frac{3}{2}$$

(3)  $3(x + 3)^2 + (x + 3) = 0$

$x + 3 = X$  とおくと,

$$3X^2 + X = 0$$

$$X(3X + 1) = 0$$

よって,  $x + 3 = 0$

または,  $3(x + 3) + 1 = 0$

$$x = -3, -\frac{10}{3}$$

(4)  $\frac{1}{2}x - 2 = X$  とおくと,

$$X^2 - 13X - 30 = 0$$

$$(X - 15)(X + 2) = 0$$

よって,  $\frac{1}{2}x - 2 - 15 = 0$

または,  $\frac{1}{2}x - 2 + 2 = 0$

$$x = 34, 0$$

【6】(1)  $x^2 - 5x - 14 = 0$

$$(x + 2)(x - 7) = 0$$

$$x = -2, 7$$

(2)  $2x^2 - 5x + 3 = 0$

$$(x - 1)(2x - 3) = 0$$

$$x = 1, \frac{3}{2}$$

(3)  $\frac{x^2}{3} = 4$

$$x = \pm 2\sqrt{3}$$

(4)  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2 = 0$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x + 2)(x - 4) = 0$$

$$x = -2, 4$$

(5)  $4x^2 + 13x + 7.5 = 0$

$$8x^2 + 26x + 15 = 0$$

$$(2x + 5)(4x + 3) = 0$$

$$x = -\frac{5}{2}, -\frac{3}{4}$$

(6)  $(x + 1)^2 - 5 = 0$

$$(x + 1)^2 = 5$$

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

(7)  $0.2x^2 + 0.5x - 0.3 = 0$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(2x - 1) = 0$$

$$x = -3, \frac{1}{2}$$

(8)  $7(x - 5)^2 = 14$

$$(x - 5)^2 = 2$$

$$x = 5 \pm \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{【7】 (1)} \quad & \frac{(x-4)^2}{2} = 9 \\ & (x-4)^2 = 2 \times 9 \end{aligned}$$

$$x = 4 \pm 3\sqrt{2}$$

$$(2) \quad 4x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x = \pm \frac{3}{2}$$

[(2x+3)(2x-3) = 0 としてもよい.]

$$(3) \quad 2x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x-1)(x+3) = 0$$

$$x = 1, -3$$

$$(4) \quad \frac{1}{6}x^2 + 3 = \frac{3}{2}x$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$(x-3)(x-6) = 0$$

$$x = 3, 6$$

$$(5) \quad x^2 = 7x$$

$$x^2 - 7x = 0$$

$$x(x-7) = 0$$

$$x = 0, 7$$

[両辺を  $x$  で割ってはいけない ( $x=0$  の可能性があることを無視している).]

$$(6) \quad 7x = 10 - 12x^2$$

$$12x^2 + 7x - 10 = 0$$

$$(3x-2)(4x+5) = 0$$

$$x = \frac{2}{3}, -\frac{5}{4}$$

$$(7) \quad -16x^2 + 40x - 25 = 0$$

$$16x^2 - 40x + 25 = 0$$

$$(4x-5)^2 = 0$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$(8) \quad 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = 0$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$(9) \quad 2x^2 + x = \frac{20}{9}$$

$$18x^2 + 9x - 20 = 0$$

$$(3x+4)(6x-5) = 0$$

$$x = -\frac{4}{3}, \frac{5}{6}$$

$$(10) \quad \frac{3(x+1)^2 + 4x^2}{2} = 2x^2 + \frac{2}{3}$$

$$3(x+1)^2 + 4x^2 = 4x^2 + \frac{4}{3}$$

$$(x+1)^2 = \frac{4}{9}$$

$$x = -1 \pm \frac{2}{3}$$

$$x = -\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}$$

【8】 (1)  $3x^2 + ax + 4 = 0$  に  $x = -2$  を代入すると,

$$3 \times (-2)^2 - 2a + 4 = 0$$

$$12 - 2a + 4 = 0$$

$$\mathbf{a = 8}$$

(2)  $x = -1$  のとき,  $2 - a + b = 0$

$$x = \frac{3}{2} \text{ のとき, } \frac{9}{2} + \frac{3}{2}a + b = 0$$

以上より連立して,  $\mathbf{a = -1, b = -3}$

(3)  $a^2x^2 + ax - 12 = 0$  に  $x = 1$  を代入すると,

$$a^2 + a - 12 = 0$$

$$(a + 4)(a - 3) = 0$$

$$\mathbf{a = -4, 3}$$

(4)  $x^2 + 2ax - 3a^2 = 0$  に  $x = -3$  を代入すると,

$$(-3)^2 - 6a - 3a^2 = 0$$

$$3a^2 + 6a - 9 = 0$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$(a - 1)(a + 3) = 0$$

$$\mathbf{a = 1, -3}$$

【9】 (1)  $x^2 = 448$

$$x = \pm 8\sqrt{7}$$

(2)  $x^2 = 0.0169$

$$x = \pm 0.13$$

(3)  $\frac{1}{8}x^2 = 32$

$$x^2 = 256$$

$$x = \pm 16$$

(4)  $12x^2 = 8$

$$x^2 = \frac{2}{3}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$$

(5)  $\frac{15}{8}x^2 - \frac{25}{12} = 0$

$$x^2 = \frac{10}{9}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$$

(6)  $\frac{1}{36}x^2 - \frac{121}{24} = 0$

$$x^2 = \frac{363}{2}$$

$$x = \pm \frac{11\sqrt{6}}{2}$$

$$\begin{aligned}
(7) \quad \left(\frac{4}{5}x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{25}{12} \\
\frac{4}{5}x - \frac{3}{2} &= \pm\sqrt{\frac{25}{12}} \\
\frac{4}{5}x - \frac{3}{2} &= \pm\frac{5\sqrt{3}}{6} \\
\frac{4}{5}x &= \frac{3}{2} \pm \frac{5\sqrt{3}}{6} \\
x &= \frac{15}{8} \pm \frac{25\sqrt{3}}{24}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(8) \quad 2\left(\frac{1}{6}x + \frac{2}{3}\right)^2 &= \frac{1}{18} \\
\left(\frac{1}{6}x + \frac{2}{3}\right)^2 &= \frac{1}{36} \\
\frac{1}{6}x + \frac{2}{3} &= \pm\frac{1}{6} \\
\frac{1}{6}x &= -\frac{2}{3} \pm \frac{1}{6} \\
\frac{1}{6}x &= -\frac{1}{2}, -\frac{5}{6} \\
x &= -3, -5
\end{aligned}$$

$$(9) \quad 5\left(\frac{4}{3} + \frac{5}{6}x\right)^2 - \frac{196}{25} = 0$$

$$5\left(\frac{4}{3} + \frac{5}{6}x\right)^2 = \frac{196}{25}$$

$$\left(\frac{4}{3} + \frac{5}{6}x\right)^2 = \frac{196}{125}$$

$$\frac{4}{3} + \frac{5}{6}x = \pm\sqrt{\frac{196}{125}}$$

$$\frac{4}{3} + \frac{5}{6}x = \pm\frac{14\sqrt{5}}{25}$$

$$\frac{5}{6}x = -\frac{4}{3} \pm \frac{14\sqrt{5}}{25}$$

$$x = -\frac{8}{5} \pm \frac{84\sqrt{5}}{125}$$

$$(10) \quad 5(3 - 2x)^2 - 18 = 0$$

$$(3 - 2x)^2 = \frac{18}{5}$$

$$3 - 2x = \pm\sqrt{\frac{18}{5}}$$

$$3 - 2x = \pm\frac{3\sqrt{10}}{5}$$

$$-2x = -3 \pm \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

$$x = \frac{3}{2} \pm \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\text{【10】 (1) } x - \sqrt{3} = \pm\sqrt{27} = \pm 3\sqrt{3}$$

$$x = 4\sqrt{3}, -2\sqrt{3}$$

$$(2) \quad \sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 8\sqrt{2} = 0$$

$\sqrt{2}$ で両辺を割って,

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x = 2, -4$$

$$(3) \quad \sqrt{2}x - \frac{\sqrt{6}}{2} = \pm 1$$

$$\sqrt{2}x = \frac{\sqrt{6}}{2} \pm 1$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(4) \quad x^2 + (2 - \sqrt{3})x - 2\sqrt{3} = 0$$

$$(x + 2)(x - \sqrt{3}) = 0$$

$$x = -2, \sqrt{3}$$

【11】 (1)  $x + 1 = 0$  または  $x - 1 = 0$  または  $x - 2 = 0$  より,

$$x = -1, 1, 2$$

(2)  $x^3 + x^2 - 6x = 0$

$$x(x^2 + x - 6) = 0$$

$$x(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = 0, -3, 2$$

(3)  $x^2 = X$  とすると,

$$X^2 - 7X + 12 = 0$$

$$(X - 4)(X - 3) = 0$$

$$x^2 - 4 = 0, \text{ または } x^2 - 3 = 0$$

よって,  $x^2 = 4$ , または  $x^2 = 3$  より,

$$x = \pm 2, \pm\sqrt{3}$$

(4)  $x^2 = X$  とすると,

$$2X^2 - 5X + 2 = 0$$

$$(X - 2)(2X - 1) = 0$$

$$x^2 - 2 = 0, \text{ または } 2x^2 - 1 = 0$$

よって,  $x^2 = 2$ , または  $x^2 = \frac{1}{2}$  より,

$$x = \pm\sqrt{2}, \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(5)  $x^2 + 4x = X$  とすると,

$$2X^2 + 14X + 24 = 0$$

$$X^2 + 7X + 12 = 0$$

$$(X + 3)(X + 4) = 0$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0, \text{ または } x^2 + 4x + 4 = 0 \text{ より,}$$

$$x = -1, -2, -3$$

【12】 (1)  $x^2 - 10x - 24 = 0$  より  $(x + 2)(x - 12) = 0$ ,  $\therefore x = -2, 12$

これよりも 2 小さい数が求める方程式の解. よって  $x = -4, 10$

$$x = -4 \text{ より, } 16 - 4a + b = 0,$$

$$x = 10 \text{ より } 100 + 10a + b = 0$$

これを解いて,  $a = -6, b = -40$

注)  $x = -4, 10$  が解となる 2 次方程式は  $(x + 4)(x - 10) = 0$  とかけるはずだとし  
て,  $a, b$  を求めてもよい.

(2) ただ 1 つの解しか持たないときは, 左辺が  $(x + p)^2$  の形に因数分解されるときであ  
ると考えられる. このとき展開した形を考えると  $(x + p)^2 = x^2 + 2px + p^2$  なので,  
与えられた方程式の左辺  $x^2 + ax + 8$  と見比べると,  $p^2 = 8$  であればよいことがわ  
かる. よって,  $p = \pm 2\sqrt{2}$ . このとき,  $x$  の係数を比較すると,  $a = 2p$  であるから,  
 $a = \pm 4\sqrt{2}$



- (3)  $x^2 + 7x - 60 = 0$  のとき  $(x-5)(x+12) = 0$  より,  $x = 5, -12$ . よって正の解は  $x = 5$ . これを  $2x^2 - (3a-2)x - 2a^2 + 3 = 0$  に代入すると,  $50 - 5(3a-2) - 2a^2 + 3 = 0$ . 整理すると  $2a^2 + 15a - 63 = 0$ .  $\therefore (a-3)(2a+21) = 0$ . ゆえに  $a = 3, -\frac{21}{2}$

**添削課題**

**【1】** (1)  $x^2 = 64$   
 $x = \pm 8$

(2)  $2x^2 - \frac{1}{2} = 0$   
 $2x^2 = \frac{1}{2}$   
 $x^2 = \frac{1}{4}$   
 $x = \pm \frac{1}{2}$

(3)  $\frac{3}{4}x^2 = \frac{1}{2}$   
 $x^2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}$   
 $x^2 = \frac{2}{3}$   
 $x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$   
 $x = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$

(4)  $8 - \frac{2}{5}x^2 = 0$   
 $\frac{2}{5}x^2 = 8$   
 $x^2 = 20$   
 $x = \pm\sqrt{20}$   
 $x = \pm 2\sqrt{5}$

**【2】** (1)  $(x+2)^2 = 9$   
 $x+2 = \pm 3$   
 $x = -2 \pm 3$   
 $x = 1, -5$

(2)  $2(x-1)^2 - 12 = 0$   
 $(x-1)^2 = 6$   
 $x-1 = \pm\sqrt{6}$   
 $x = 1 \pm \sqrt{6}$

(3)  $\left(3x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = 0$   
 $\left(3x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$   
 $3x - \frac{1}{2} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$   
 $3x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$   
 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{6}$

(4)  $18 - (2x-3)^2 = 0$   
 $(2x-3)^2 = 18$   
 $2x-3 = \pm 3\sqrt{2}$   
 $2x = 3 \pm 3\sqrt{2}$   
 $x = \frac{3 \pm 3\sqrt{2}}{2}$

**[3]** (1)  $x^2 - 3x + 2 = 0$   
 $(x - 1)(x - 2) = 0$   
 $x = 1, 2$

(2)  $x^2 + 7x + 12 = 0$   
 $(x + 3)(x + 4) = 0$   
 $x = -3, -4$

(3)  $x^2 + 12x + 36 = 0$   
 $(x + 6)^2 = 0$   
 $x = -6$

(4)  $x(x - 5) = 24$   
 $x^2 - 5x - 24 = 0$   
 $(x + 3)(x - 8) = 0$   
 $x = -3, 8$

(5)  $x^2 - 7x = 0$   
 $x(x - 7) = 0$   
 $x = 0, 7$

(6)  $2x^2 + 18x - 44 = 0$   
 $x^2 + 9x - 22 = 0$   
 $(x + 11)(x - 2) = 0$   
 $x = -11, 2$

(7)  $-x^2 + 4x + 45 = 0$   
 $x^2 - 4x - 45 = 0$   
 $(x - 9)(x + 5) = 0$   
 $x = 9, -5$

(8)  $-3x^2 + 15x = -198$   
 $-3x^2 + 15x + 198 = 0$   
 $x^2 - 5x - 66 = 0$   
 $(x + 6)(x - 11) = 0$   
 $x = -6, 11$

**[4]** (1)  $x + 1 = X$  とおくと,  
 $X^2 + X - 12 = 0$   
 $(X + 4)(X - 3) = 0$   
 $X = -4, 3$   
 $\therefore x + 1 = -4, 3$   
 $x = -5, 2$

(2)  $7x - 3 = X, 4x = Y$  とおくと,  
 $X^2 - Y^2 = 0$   
 $\therefore (X + Y)(X - Y) = 0$   
 $(7x - 3 + 4x)(7x - 3 - 4x) = 0$   
 $(11x - 3)(3x - 3) = 0$   
 $x = \frac{3}{11}, 1$

(3)  $25(x - 2)^2 + 5(x - 2) = 0$   
 $5(x - 2)^2 + (x - 2) = 0$   
 $(x - 2)\{5(x - 2) + 1\} = 0$   
 $(x - 2)(5x - 9) = 0$   
 $x = 2, \frac{9}{5}$

(4)  $2x^2 - 5x - 3 = 0$   
 $(x - 3)(2x + 1) = 0$   
 $x = 3, -\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & 6x^2 + 7x - 3 = 0 \\
 & (3x - 1)(2x + 3) = 0 \\
 & x = \frac{1}{3}, -\frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad & 12x^2 - 11x - 36 = 0 \\
 & (3x + 4)(4x - 9) = 0 \\
 & x = -\frac{4}{3}, \frac{9}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (7) \quad & -4x^2 - 8x + 5 = 0 \\
 & 4x^2 + 8x - 5 = 0 \\
 & (2x + 5)(2x - 1) = 0 \\
 & x = -\frac{5}{2}, \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (8) \quad & 9x^2 = 60x - 36 \\
 & 9x^2 - 60x + 36 = 0 \\
 & 3x^2 - 20x + 12 = 0 \\
 & (x - 6)(3x - 2) = 0 \\
 & x = 6, \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

**【5】** (1)  $x = -3$  を代入すると,

$$\begin{aligned}
 & 9a + 9 - a^2 + 13 = 0 \\
 & -a^2 + 9a + 22 = 0 \\
 & a^2 - 9a - 22 = 0 \\
 & (a + 2)(a - 11) = 0 \\
 & a = -2, 11
 \end{aligned}$$

(2)  $x = -2$  を代入すると,

$$\begin{aligned}
 & a^2 - 3a \times (-2) - 2a + (-2) - 3 \times (-2)^2 - 7 = 0 \\
 & a^2 + 6a - 2a - 2 - 12 - 7 = 0 \\
 & a^2 + 4a - 21 = 0 \\
 & (a + 7)(a - 3) = 0 \\
 & a = -7, 3
 \end{aligned}$$

## 小テスト

- 【1】 (1)  $8\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$   
(2)  $-3\sqrt{2} - \sqrt{7}$   
(3)  $2 - \sqrt{3}$   
(4)  $19\sqrt{2} - 8\sqrt{6}$   
(5)  $9 + \sqrt{6}$

## 18章 2次方程式 (2)

### 問題

【1】(1)  $x^2 + 4x - 5 = 0$

$$x^2 + 4x = 5$$

$$x^2 + 4x + 4 = 5 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 9$$

$$x + 2 = \pm 3$$

$$x = -2 \pm 3$$

$$x = 1, -5$$

(2)  $x^2 - 4x - 4 = 0$

$$x^2 - 4x = 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 8$$

$$x - 2 = \pm\sqrt{8}$$

$$x - 2 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

(3)  $x^2 + 6x - 3 = 0$

$$x^2 + 6x = 3$$

$$x^2 + 6x + 9 = 3 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 12$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{12}$$

$$x + 3 = \pm 2\sqrt{3}$$

$$x = -3 \pm 2\sqrt{3}$$

(4)  $x^2 + 4x - 4896 = 0$

$$x^2 + 4x = 4896$$

$$x^2 + 4x + 4 = 4896 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 4900$$

$$x + 2 = \pm 70$$

$$x = -2 \pm 70$$

$$x = 68, -72$$

(5)  $4x^2 + 16x - 9 = 0$

$$x^2 + 4x - \frac{9}{4} = 0$$

$$x^2 + 4x = \frac{9}{4}$$

$$x^2 + 4x + 4 = \frac{9}{4} + 4$$

$$(x + 2)^2 = \frac{25}{4}$$

$$x + 2 = \pm \frac{5}{2}$$

$$x = -2 \pm \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}, -\frac{9}{2}$$

(6)  $2x^2 - 4x - 3 = 0$

$$x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$$

$$x^2 - 2x = \frac{3}{2}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1$$

$$(x - 1)^2 = \frac{5}{2}$$

$$x - 1 = \pm \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$x - 1 = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$x = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

【2】(1)  $x^2 + 7x + 2 = 0$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$(2) \quad x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$(3) \quad 3x^2 + 7x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times (-4)}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{97}}{6}$$

$$(4) \quad 2x^2 - 7x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 2 \times 4}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$(5) \quad 3x^2 - 9x + 5 = 0$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 3 \times 5}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{6}$$

$$(6) \quad 3x^2 - 11x + 9 = 0$$

$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \times 3 \times 9}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$(7) \quad 2x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$(8) \quad \text{両辺に } -1 \text{ をかけて, } x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-9)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{45}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

**[3]** (1)  $-5x^2 + x + 4 = 0$

$$5x^2 - x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 5 \times (-4)}}{2 \times 5}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{10}$$

$$x = \frac{1 \pm 9}{10}$$

$$\mathbf{x = 1, -\frac{4}{5}}$$

(2)  $-2x^2 + 5x + 5 = 0$

$$2x^2 - 5x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times (-5)}}{2 \times 2}$$

$$\mathbf{x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{4}}$$

(3)  $2x^2 - 14x + 6 = 0$

$$x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$\mathbf{x = \frac{7 \pm \sqrt{37}}{2}}$$

(4)  $3x^2 - 6x - 12 = 0$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$\mathbf{x = 1 \pm \sqrt{5}}$$



$$\begin{aligned}
 (5) \quad & -6x^2 + 78x - 180 = 0 \\
 & x^2 - 13x + 30 = 0 \\
 & x = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \times 1 \times 30}}{2 \times 1} \\
 & x = \frac{13 \pm 7}{2} \\
 & \mathbf{x = 10, 3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad & -24x^2 + 40x - 8 = 0 \\
 & 3x^2 - 5x + 1 = 0 \\
 & x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3} \\
 & \mathbf{x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{[4]} \quad (1) \quad & 0.1x^2 + 0.12x + 0.03 = 0 \\
 & 10x^2 + 12x + 3 = 0 \\
 & x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times 10 \times 3}}{2 \times 10} \\
 & x = \frac{-12 \pm \sqrt{24}}{20} \\
 & \mathbf{x = \frac{-6 \pm \sqrt{6}}{10}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 1.3x^2 = 0.7x + 0.2 \\
 & 13x^2 = 7x + 2 \\
 & 13x^2 - 7x - 2 = 0 \\
 & x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 13 \times (-2)}}{2 \times 13} \\
 & x = \frac{7 \pm \sqrt{153}}{26} \\
 & \mathbf{x = \frac{7 \pm 3\sqrt{17}}{26}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{4} = 0 \\
 & 6x^2 + 4x - 3 = 0 \\
 & x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 6 \times (-3)}}{2 \times 6} \\
 & x = \frac{-4 \pm \sqrt{88}}{12} \\
 & \mathbf{x = \frac{-2 \pm \sqrt{22}}{6}}
 \end{aligned}$$

$$(4) \quad \frac{7}{4}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{7} = 0$$

$$147x^2 - 56x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-(-56) \pm \sqrt{(-56)^2 - 4 \times 147 \times (-24)}}{2 \times 147}$$

$$x = \frac{56 \pm \sqrt{(8 \times 7)^2 + 4 \times 7^2 \times 3 \times 3 \times 8}}{2 \times 147}$$

$$x = \frac{7 \times 8 \pm 7\sqrt{8 \times 8 + 4 \times 3^2 \times 8}}{2 \times 7 \times 21}$$

$$x = \frac{8 \pm 4\sqrt{4 + 18}}{2 \times 21}$$

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{22}}{21}$$

$$(5) \quad -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{6}{5} = 0$$

$$5x^2 - 15x + 12 = 0$$

$$x = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \times 5 \times 12}}{2 \times 5}$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{-15}}{10}$$

よって、解なし

$$(6) \quad -\frac{4}{3}x^2 + x + \frac{3}{4} = 0$$

$$16x^2 - 12x - 9 = 0$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times 16 \times (-9)}}{2 \times 16}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 + 4 \times 4^2 \times 3^2}}{2 \times 16}$$

$$x = \frac{12 \pm 12\sqrt{1 + 4}}{2 \times 16}$$

$$x = \frac{3 \pm 3\sqrt{5}}{8}$$

$$(7) \quad 40x^2 - 60x - 20 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 8}}{4}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\begin{aligned}
 (8) \quad & 125x^2 - 350x + 175 = 0 \\
 & 5x^2 - 14x + 7 = 0 \\
 & x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 4 \times 5 \times 7}}{10} \\
 & x = \frac{14 \pm \sqrt{56}}{10} \\
 & x = \frac{14 \pm 2\sqrt{14}}{10} \\
 & x = \frac{7 \pm \sqrt{14}}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (9) \quad & x + 3 = X \text{ とおくと,} \\
 & X^2 + 4X - 3 = 0 \\
 & X = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times (-3)}}{2} \\
 & X = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2} \\
 & X = \frac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{2} \\
 & X = -2 \pm \sqrt{7} \\
 & x + 3 = -2 \pm \sqrt{7} \\
 & x = -5 \pm \sqrt{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (10) \quad & x - 1 = X \text{ とおくと,} \\
 & 2X^2 + 5X + 1 = 0 \\
 & X = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} \\
 & X = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4} \\
 & x - 1 = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4} \\
 & x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (11) \quad & 2x + 1 = X \text{ とおくと,} \\
 & X^2 - 3X + 1 = 0 \\
 & X = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} \\
 & X = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \\
 & 2x + 1 = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}
 \end{aligned}$$

$$2x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

(12)  $x + 1 = X$  とおくと,

$$X^2 + 2X - 3 = 0$$

$$(X - 1)(X + 3) = 0$$

$$X = 1, -3$$

$$x + 1 = 1, -3$$

$$x = 0, -4$$

**【5】** (1)  $2x^2 + 10x - 28 = 0$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x + 7)(x - 2) = 0$$

$$x = -7, 2$$

(2)  $2x^2 - 5x + 1 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 8}}{4}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(3)  $7 - \frac{(5x - 1)^2}{3} = 4$

$$-\frac{(5x - 1)^2}{3} = -3$$

$$(5x - 1)^2 = 9$$

$$5x - 1 = \pm 3$$

$$5x = \pm 3 + 1$$

$$x = \frac{\pm 3 + 1}{5}$$

$$x = \frac{4}{5}, -\frac{2}{5}$$

(4)  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x = 2$

$$x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 32}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{17}}{2}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{17}$$

(5)  $-15x^2 - x + 2 = 0$

$$15x^2 + x - 2 = 0$$

$$(3x - 1)(5x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{3}, -\frac{2}{5}$$

(6)  $(x - 6)^2 + x - 6 = 1$

$$(x - 6)^2 + (x - 6) - 1 = 0$$

$$x - 6 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} + 6$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{aligned}
 (7) \quad & 16 = 2(3x-1)^2 \\
 & (3x-1)^2 = 8 \\
 & 3x-1 = \pm 2\sqrt{2} \\
 & 3x = 1 \pm 2\sqrt{2} \\
 & x = \frac{1 \pm 2\sqrt{2}}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (8) \quad & -7(x-5)^2 = 14(x-5) \\
 & (x-5)^2 = -2(x-5) \\
 & (x-5)^2 + 2(x-5) = 0 \\
 & (x-5)(x-5+2) = 0 \\
 & (x-5)(x-3) = 0 \\
 & x = 5, 3
 \end{aligned}$$

- 【6】** (1) 判別式  $D = 7^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 69$   $D > 0$  より, **2** 個  
 (2) 判別式  $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 9 = -20$   $D < 0$  より, **0** 個  
 (3) 判別式  $D = (-4)^2 - 4 \times 3 \times 12 = -128$   $D < 0$  より, **0** 個  
 (4) 判別式  $D = (-12)^2 - 4 \times 9 \times 4 = 0$   $D = 0$  より, **1** 個  
 (5) 判別式  $D = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 33$   $D > 0$  より, **2** 個  
 (6) 判別式  $D = (-12)^2 - 4 \times 2 \times 18 = 0$   $D = 0$  より, **1** 個  
 (7) 判別式  $D = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \times \frac{1}{9} \times 1 = 0$   $D = 0$  より, **1** 個  
 (8) 判別式  $D = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = -\frac{1}{12}$   $D < 0$  より, **0** 個  
 (9) 判別式  $D = 18^2 - 4 \times 2 \times 41 = -4$   $D < 0$  より, **0** 個  
 (10) 判別式  $D = (-22)^2 - 4 \times 5 \times 21 = 64$   $D > 0$  より, **2** 個

**【7】** それぞれの判別式を  $D$  とおく.

(1)  $D = 2^2 - 4 \times 3 \times k = 0$  のときである (2)  $D = k^2 - 4 \times 1 \times 16 = 0$  のときである  
 から, から,  
 $4 - 12k = 0$   $k^2 - 64 = 0$   
 $k = \frac{1}{3}$   $(k+8)(k-8) = 0$   
 $k = \pm 8$

(3)  $D = (2k)^2 - 4 \times 1 \times (k+2) = 0$  のとき (4)  $D = (2k)^2 - 4 \times 3 \times k = 0$  のときであ  
 るから, るから,  
 $4k^2 - 4k - 8 = 0$   $4k^2 - 12k = 0$   
 $k^2 - k - 2 = 0$   $4k(k-3) = 0$   
 $(k+1)(k-2) = 0$   $k = 0, 3$   
 $k = -1, 2$

【8】それぞれの判別式を  $D$  とおく.

$$(1) D = 1 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \text{ より,}$$

$$1 + 4k > 0$$

$$k > -\frac{1}{4}$$

$$(2) D = (-6)^2 - 4 \times 4 \times k \geq 0 \text{ より,}$$

$$36 - 16k \geq 0$$

$$k \leq \frac{9}{4}$$

$$(3) D = 2^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times 2k < 0 \text{ より,}$$

$$4 - 4k < 0$$

$$k > 1$$

$$(4) D = 3^2 - 4 \times \frac{1}{4} \times (-3k) > 0 \text{ より,}$$

$$9 + 3k > 0$$

$$k > -3$$

$$(5) D = 6^2 - 4 \times 3 \times (k + 4) \geq 0 \text{ より,}$$

$$36 - 12(k + 4) \geq 0$$

$$-12k - 12 \geq 0$$

$$k \leq -1$$

$$(6) D = (2k)^2 - 4(k^2 + k + 1) < 0 \text{ より,}$$

$$-4k - 4 < 0$$

$$k > -1$$

【9】(1) 判別式  $D = 6^2 - 4 \times 3 \times (-k)$

$$= 36 + 12k$$

$36 + 12k > 0$  すなわち,  $k > -3$  のとき, 2 個

$36 + 12k = 0$  すなわち,  $k = -3$  のとき, 1 個

$36 + 12k < 0$  すなわち,  $k < -3$  のとき, 0 個

$$\left\{ \begin{array}{l} k > -3 \text{ のとき, 2 個} \\ k = -3 \text{ のとき, 1 個} \\ k < -3 \text{ のとき, 0 個} \end{array} \right.$$

(2) まず, 2 次方程式であるから,  $k \neq 0$  のもとで,

$$\text{判別式 } D = 7^2 - 4 \times k \times 5 = 49 - 20k$$

$49 - 20k > 0$  すなわち,  $k < \frac{49}{20}$  のとき, 2 個

$49 - 20k = 0$  すなわち,  $k = \frac{49}{20}$  のとき, 1 個

$49 - 20k < 0$  すなわち,  $k > \frac{49}{20}$  のとき, 0 個

$$\left\{ \begin{array}{l} k < \frac{49}{20} \text{ のとき, 2 個} \\ k = \frac{49}{20} \text{ のとき, 1 個} \\ k > \frac{49}{20} \text{ のとき, 0 個} \end{array} \right.$$

<注>  $k = 0$  のとき, 与式は 2 次方程式ではない.

ちなみに  $k=0$  のとき、1 次方程式  $7x+5=0$  となり、これを満たす解は、

$$x = -\frac{5}{7} \text{ の 1 個である.}$$

(3) まず、2 次方程式であるから、 $k \neq 0$  のもとで、

$$\text{判別式 } D = (2k)^2 - 4 \times k \times (k-3) = 12k$$

$$12k > 0 \quad \text{すなわち、} k > 0 \text{ のとき、2 個}$$

$$12k < 0 \quad \text{すなわち、} k < 0 \text{ のとき、0 個}$$

$$\begin{cases} k > 0 \text{ のとき、2 個} \\ k < 0 \text{ のとき、0 個} \end{cases}$$

<注>  $k=0$  のとき、与式は 2 次方程式ではない。

ちなみに  $k=0$  のとき、この方程式を満たす解は存在せず、 $k=0$  とはならない。

<参考>

$x$  の係数が偶数のとき、すなわち、

$$ax^2 + 2b'x + c = 0$$

のときは、判別式を  $D'$  として、

$$D' = b'^2 - ac$$

の符号により、解の個数を調べることができる。

例えば、(1) の場合、 $D' = 3^2 - 3 \times (-k) = 9 + 3k$

$$9 + 3k > 0 \quad \text{すなわち、} k > -3 \text{ のとき、2 個}$$

$$9 + 3k = 0 \quad \text{すなわち、} k = -3 \text{ のとき、1 個}$$

$$9 + 3k < 0 \quad \text{すなわち、} k < -3 \text{ のとき、0 個}$$

【10】 解の公式  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  において,  $b = 2b'$  とおくと,

$$x = \frac{-2b' \pm \sqrt{(2b')^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2b' \pm \sqrt{4(b'^2 - ac)}}{2a}$$

$$x = \frac{-2b' \pm 2\sqrt{b'^2 - ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

【11】 (1) 与式を整理して,

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

(2) 【10】 の公式を利用する.

与式を整理して,

$$9x^2 + 10x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 9 \times 1}}{9}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{16}}{9}$$

$$x = \frac{-5 \pm 4}{9}$$

$$x = -\frac{1}{9}, -1$$

(3) 【10】 の公式を利用する.

与式を整理して,

$$-48x^2 + 144x - 72 = 0$$

$$2x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 2 \times 3}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

(4) 【10】 の公式を利用する.

両辺を 12 倍して整理すると,

$$-48x^2 + 96x - 60 = 0$$

$$4x^2 - 8x + 5 = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 5}}{4}$$

よって,  $x = \frac{4 \pm \sqrt{-4}}{2}$  より, 解なし



$$\begin{aligned} \text{【12】 (1) 判別式 } D &= \left(-\frac{k}{3}\right)^2 - 4 \times 3 \times 4 \\ &= \frac{k^2}{9} - 48 \end{aligned}$$

$$D = 0 \text{ より, } \frac{k^2}{9} - 48 = 0$$

$$\frac{k^2}{9} = 48$$

$$\frac{k}{3} = \pm 4\sqrt{3}$$

$$\mathbf{k = \pm 12\sqrt{3}}$$

(2) まず, 2次方程式であるから,  $k \neq 0$  のもとで,

$$\text{判別式 } D = 6^2 - 4 \times k \times (2k + 4)$$

$$= -8k^2 - 16k + 36$$

$$D = 0 \text{ より, } -8k^2 - 16k + 36 = 0$$

$$2k^2 + 4k - 9 = 0$$

$$k = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 2 \times (-9)}}{2 \times 2}$$

$$k = \frac{-4 \pm 2\sqrt{22}}{4}$$

$$\mathbf{k = \frac{-2 \pm \sqrt{22}}{2}}$$

【13】 (1) まず, 2次方程式であるから,  $k \neq 0$  のもとで,

$$\text{判別式 } D = k^2 - 4 \times \frac{k}{2} \times \frac{k+2}{2} = -2k$$

$$D > 0 \text{ より, } -2k > 0$$

$$k < 0$$

よって,  $\mathbf{k < 0}$

(2) 判別式  $D = (\sqrt{k})^2 - 4 \times 1 \times (k - 5)$

$$= -3k + 20$$

$$D > 0 \text{ より, } -3k + 20 > 0$$

$$k < \frac{20}{3}$$

よって,  $\mathbf{0 < k < \frac{20}{3}}$

**【14】** (1)  $kx^2 - 2(k+1)x + (k+3) = 0$

$k \neq 0$  のとき,

$$D = \{2(k+1)\}^2 - 4k(k+3) = 4k^2 + 8k + 4 - 4k^2 - 12k = -4k + 4 > 0$$

$$\therefore k < 1 \text{ (ただし, } k \neq 0)$$

$k = 0$  のとき, 与えられた方程式は  $-2x + 3 = 0$  となり, 2つの解を持たない.

以上より,  $k < 0, 0 < k < 1$

(2)  $(k+2)x^2 + 2kx + k - 1 = 0$

$k+2 \neq 0$  すなわち,  $k \neq -2$  のとき

$$D = 4k^2 - 4(k+2)(k-1) > 0$$

$$k^2 - (k^2 + k - 2) > 0$$

$$-k + 2 > 0$$

$$k < 2 \text{ (ただし, } k \neq -2)$$

$k = -2$  のとき, 与えられた方程式は  $-4x - 3 = 0$  となり, 2つの解を持たない.

以上より,  $k < -2, -2 < k < 2$

**【15】** ① の判別式  $D_1 = 4^2 - 4 \times 1 \times k = 16 - 4k$

$$D_1 \geq 0 \text{ より, } 16 - 4k \geq 0$$

$$k \leq 4 \dots\dots \text{①}'$$

② の判別式  $D_2 = 3^2 - 4 \times 2 \times (-k)$

$$D_2 \geq 0 \text{ より, } 9 + 8k \geq 0$$

$$k \geq -\frac{9}{8} \dots\dots \text{②}'$$

①', ②' より,  $-\frac{9}{8} \leq k \leq 4$

### 添削課題

**【1】** (1)  $x^2 + 6x - 36 = 0$

$$x^2 + 6x = 36$$

$$x^2 + 6x + 9 = 36 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 45$$

$$x + 3 = \pm 3\sqrt{5}$$

$$x = -3 \pm 3\sqrt{5}$$

(2)  $x^2 - 5x + 1 = 0$

$$x^2 - 5x = -1$$

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = -1 + \frac{25}{4}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{21}{4}$$

$$x - \frac{5}{2} = \pm \frac{\sqrt{21}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

(3)  $2x^2 + 4x - 5 = 0$

$$x^2 + 2x - \frac{5}{2} = 0$$

$$x^2 + 2x = \frac{5}{2}$$

$$x^2 + 2x + 1 = \frac{5}{2} + 1$$

$$(x + 1)^2 = \frac{7}{2}$$

$$x + 1 = \pm \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$x = -1 \pm \frac{\sqrt{14}}{2}$$

(4)  $\frac{5}{12}x^2 + \frac{1}{4}x = \frac{2}{3}$

$$5x^2 + 3x = 8$$

$$x^2 + \frac{3}{5}x = \frac{8}{5}$$

$$x^2 + \frac{3}{5}x + \frac{9}{100} = \frac{8}{5} + \frac{9}{100}$$

$$\left(x + \frac{3}{10}\right)^2 = \frac{169}{100}$$

$$x + \frac{3}{10} = \pm \frac{13}{10}$$

$$x = -\frac{3}{10} \pm \frac{13}{10}$$

$$x = 1, -\frac{8}{5}$$

**【2】** (1)  $x^2 + 6x - 36 = 0$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1 \times (-36)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{180}}{2}$$

$$= \frac{-6 \pm 6\sqrt{5}}{2}$$

$$= -3 \pm 3\sqrt{5}$$

(2)  $x^2 - 5x + 1 = 0$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

(3)  $x^2 + 5x - 3 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2}$$

(4)  $3x^2 - 9x + 4 = 0$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 3 \times 4}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{33}}{6}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad 4x^2 + 2x - 3 &= 0 \\
 x &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 4 \times (-3)}}{2 \times 4} \\
 &= \frac{-2 \pm \sqrt{52}}{8} \\
 &= \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{8} \\
 &= \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad 5x^2 - 4x - 3 &= 0 \\
 x &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 5 \times (-3)}}{2 \times 5} \\
 &= \frac{4 \pm \sqrt{76}}{10} \\
 &= \frac{4 \pm 2\sqrt{19}}{10} \\
 &= \frac{2 \pm \sqrt{19}}{5}
 \end{aligned}$$

**【3】** (1)  $-x^2 + 6x + 5 = 0$   
 両辺に  $-1$  をかけて

$$\begin{aligned}
 x^2 - 6x - 5 &= 0 \\
 x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} \\
 &= \frac{6 \pm \sqrt{56}}{2} \\
 &= \frac{6 \pm 2\sqrt{14}}{2} \\
 &= 3 \pm \sqrt{14}
 \end{aligned}$$

(2)  $\frac{3}{5}x^2 - x + \frac{1}{3} = 0$   
 両辺に  $15$  をかけて

$$\begin{aligned}
 9x^2 - 15x + 5 &= 0 \\
 x &= \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \times 9 \times 5}}{2 \times 9} \\
 &= \frac{15 \pm \sqrt{3^2 \times 5 \times (5 - 4)}}{2 \times 9} \\
 &= \frac{15 \pm 3\sqrt{5}}{18} \\
 &= \frac{5 \pm \sqrt{5}}{6}
 \end{aligned}$$

$[(-15)^2 = 3^2 \times 5^2$ . ルートの中を  
 $9 \times 5$  でくくった]

$$(3) \quad 0.25x = 2.75 - 0.5x^2$$

$$\frac{1}{4}x = \left(2 + \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{2}x^2$$

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{11}{4} = 0$$

$$2x^2 + x - 11 = 0$$

よって,

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 2 \times (-11)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{89}}{4}$$

$$(4) \quad \frac{3}{8}x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{2}{3} = 0$$

両辺に 24 をかけて

$$9x^2 + 4x - 16 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 9 \times (-16)}}{2 \times 9}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 36 \times 16}}{18}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16(1 + 36)}}{18} \quad [\text{ルートの中を } 16 \text{ でくくった}]$$

$$= \frac{-4 \pm 4\sqrt{37}}{18}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{37}}{9}$$

$$\mathbf{【4】} (1) (x-1)^2 - 3(x-1) + 1 = 0$$

$x-1 = X$  とすると,

$$X^2 - 3X + 1 = 0$$

$$X = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

したがって,

$$x-1 = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} + 1$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$(2) 2(3x+2)^2 + 6(3x+2) - 3 = 0$$

$$3x+2 = X \text{ とおくと,}$$

$$2X^2 + 6X - 3 = 0$$

$$X = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{60}}{4}$$

$$= \frac{-6 \pm 2\sqrt{15}}{4}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2}$$

$$\therefore 3x+2 = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2}$$

$$3x = \frac{-7 \pm \sqrt{15}}{2}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{15}}{6}$$

$$(3) (x-2)(x+3) - 2(x+3) - 5 = 0$$

$$x^2 + x - 6 - 2x - 6 - 5 = 0$$

$$x^2 - x - 17 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-17)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{69}}{2}$$

$$(4) \frac{(x+2)(x-1)}{3} = \frac{(x+1)^2 - 3}{2}$$

両辺を 6 倍して

$$2(x^2 + x - 2) = 3(x^2 + 2x + 1) - 9$$

$$2x^2 + 2x - 4 = 3x^2 + 6x - 6$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$= \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$= -2 \pm \sqrt{6}$$

【5】(1) 判別式を  $D$  とする.

$$\begin{aligned}\textcircled{1} \quad D &= (-3)^2 - 4 \times 2 \times 5 \\ &= 9 - 40 \\ &= -31\end{aligned}$$

よって,  $D < 0$  より, **0** 個

$$\begin{aligned}\textcircled{2} \quad D &= 2^2 - 4 \times (-1) \times 7 \\ &= 4 + 28 \\ &= 32\end{aligned}$$

よって,  $D > 0$  より, **2** 個

$$\begin{aligned}\textcircled{3} \quad D &= \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - 4 \times \frac{1}{6} \times \frac{8}{3} \\ &= \frac{16}{9} - \frac{16}{9} \\ &= 0\end{aligned}$$

よって,  $D = 0$  より, **1** 個

(2) 2 次方程式であるから,  $k \neq 0$  のもとで,

$$\begin{aligned}\text{判別式 } D &= 2^2 - 4 \times k \times \{-(1-k)\} \\ &= 4 + 4k(1-k) \\ &= -4k^2 + 4k + 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D = 0 \text{ より,} \\ -4k^2 + 4k + 4 &= 0 \\ k^2 - k - 1 &= 0\end{aligned}$$

$$k = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

これは  $k \neq 0$  をみताす.

$$\begin{aligned}\text{(3) 判別式 } D &= (-5)^2 - 4 \times \frac{3}{2} \times (k+4) \\ &= 25 - 6(k+4) \\ &= -6k + 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D \geq 0 \text{ より,} \\ -6k + 1 \geq 0\end{aligned}$$

$$k \leq \frac{1}{6}$$

## 小テスト

- 【1】 (1)  $x = 0, -6$   
(2)  $x = 0, \frac{5}{3}$   
(3)  $x = 0, \frac{7}{2}$   
(4)  $x = -2, 3$   
(5)  $x = -15, 8$   
(6)  $x = -1$   
(7)  $x = \frac{1}{2}$   
(8)  $x = -1$   
(9)  $x = -4, 7$   
(10)  $x = -5, 2$



## 19章 2次方程式 (3)

### 問題

- 【1】(1) 「ある数」を  $x$  とすると、

$$x^2 = 5x + 14$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$(x - 7)(x + 2) = 0$$

$$x = 7, -2$$

よって、**7, -2**

- (2) 与えられた条件より、

$$x^2 + (x + 1)^2 = 365$$

$$x^2 + (x^2 + 2x + 1) = 365$$

$$2x^2 + 2x - 364 = 0$$

$$x^2 + x - 182 = 0$$

$$(x - 13)(x + 14) = 0$$

$$\therefore x = 13, -14$$

$x > 0$  より、 $x = 13$ 。これは問題に適する。

よって求める2つの整数は **13, 14**

- (3) 連続する3つの偶数を  $x - 2$ ,  $x$ ,  $x + 2$  とすると、

$$(x - 2)^2 + x^2 = 22(x + 2) - 12$$

$$(x^2 - 4x + 4) + x^2 = 22x + 44 - 12$$

$$2x^2 - 26x - 28 = 0$$

$$x^2 - 13x - 14 = 0$$

$$(x - 14)(x + 1) = 0$$

$x$  は偶数だから、 $x = 14$

よって、**12, 14, 16**

- (4) 「ある数」を  $x$  とすると、

$$48x = (4x)^2 + 24$$

$$16x^2 - 48x + 24 = 0$$

$$2x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 2 \times 3}}{4}$$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

よって、 **$\frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$**

**【2】** 連続する7つの正の整数を,

$$x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3$$

とする.

$$(x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 = (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2$$

$$x^2 - 24x = 0$$

$$x(x-24) = 0$$

$$x > 3 \text{ より, } x = 24$$

よって, **21, 22, 23, 24, 25, 26, 27**

**【3】** (1) もとの長方形の横の長さを  $xm$  とおくと,

$$\text{もとの長方形の面積は } 2x \times x = 2x^2$$

$$\text{長さを変えた後の長方形の面積は } (2x+6)(x-5)$$

よって, 題意より,

$$(2x+6)(x-5) = 2x^2 \times \frac{1}{2} + 47$$

$$x^2 - 4x - 77 = 0$$

$$(x+7)(x-11) = 0$$

$$x > 5 \text{ より, } x = 11$$

$$\text{よって, } 2 \times 11 \times 11 = \mathbf{242(m^2)}$$

(2) 右の図のように,  $x$  をとると,

$$2 : x = x : 1$$

$$x^2 = 2$$

$$x > 0 \text{ より, } x = \sqrt{2}$$

したがって,

$$\text{たて : 横} = 2 : \sqrt{2} = \mathbf{\sqrt{2} : 1}$$

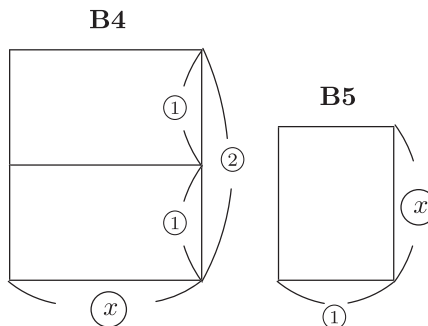
(3)  $x$  秒後とすると,

$$\frac{1}{2}(20-2x)(12-x) = 48$$

$$x^2 - 22x + 72 = 0$$

$$(x-18)(x-4) = 0$$

$$0 < x < 10 \text{ より, } x = 4 \quad \mathbf{4 \text{ 秒後}}$$



- (4) たての長さを  $x$ cm とおくと、与えられた条件より、

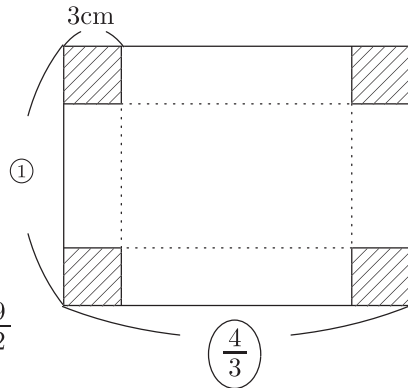
$$\begin{aligned}(x-2 \times 3) \left( \frac{4}{3}x - 2 \times 3 \right) \times 3 &= 378 \\ (x-6)(4x-18) &= 378 \\ (x-6)(2x-9) &= 189 \\ 2x^2 - 21x - 135 &= 0 \\ (x-15)(2x+9) &= 0\end{aligned}$$

$$x = 15, -\frac{9}{2}$$

$x > 6$  より、 $x = 15$  が問題に適する。

このとき横は  $15 \times \frac{4}{3} = 20$

よって、たて **15cm**、横 **20cm**



- 【4】** (1) 食塩の量に着目する。

$$\begin{aligned}200 \times \frac{10}{100} \times \frac{200-x}{200} \times \frac{200-2x}{200} &= (200-2x+3x) \times \frac{4}{100} \\ \frac{1}{10} \times (200-x) \times \frac{200-2x}{200} &= (200+x) \times \frac{4}{100} \\ (200-x)(200-2x) &= 80(200+x) \\ 40000 - 600x + 2x^2 &= 16000 + 80x \\ 2x^2 - 680x + 24000 &= 0 \\ x^2 - 340x + 12000 &= 0 \\ (x-40)(x-300) &= 0\end{aligned}$$

$0 < 2x < 200$  より、 $0 < x < 100$ .  $\therefore x = 40$

- (2) 定価は、 $3200 \times \left(1 + \frac{x}{10}\right)$

$$\text{売価は、} 3200 \times \left(1 + \frac{x}{10}\right) \left(1 - \frac{\frac{4}{3}x}{10}\right)$$

よって、

$$\begin{aligned}3200 \left(1 + \frac{x}{10}\right) \left(1 - \frac{2}{15}x\right) - 3200 &= -64 \\ 3200 \left\{ \left(1 + \frac{x}{10}\right) \left(1 - \frac{2}{15}x\right) - 1 \right\} &= -64 \\ 3200 \left\{ \left(1 - \frac{1}{30}x - \frac{x^2}{75}\right) - 1 \right\} &= -64 \\ 3200 \left( -\frac{x^2}{75} - \frac{1}{30}x \right) &= -64 \\ -\frac{128}{3}x^2 - \frac{320}{3}x + 64 &= 0 \\ 2x^2 + 5x - 3 &= 0 \\ (2x-1)(x+3) &= 0\end{aligned}$$

$x > 0$  より、 $x = \frac{1}{2}$

【5】食塩の量に着目する.

$$300 \times \frac{15}{100} \times \frac{300-x}{300} \times \frac{300-2x}{300} + 2x \times \frac{5}{100} = 300 \times \frac{11.8}{100}$$

$$\frac{(300-x)(300-2x)}{100 \times 20} + \frac{x}{10} = 300 \times \frac{11.8}{100}$$

$$(300-x)(300-2x) + 200x = 6000 \times 11.8$$

$$90000 - 900x + 2x^2 + 200x = 70800$$

$$2x^2 - 700x + 19200 = 0$$

$$x^2 - 350x + 9600 = 0$$

$$(x-30)(x-320) = 0$$

$0 < 2x < 300$  より,  $0 < x < 150$ .  $\therefore x = 30$

【6】求める地上からの高さを  $x$ m, 鉄球が  $x$ m 落ちるのにかかる時間を  $t$  とすると,

$$x = 5t^2 \dots\dots ①$$

音に着目すると, 地上から  $x$ m の距離を  $20-t$  秒で進むことより,

$$x = 320 \times (20-t) \dots\dots ②$$

①, ② より,

$$5t^2 = 320 \times (20-t)$$

$$t^2 + 64t - 1280 = 0$$

$$(t-16)(t+80) = 0$$

$0 < t < 20$  より,  $t = 16$

よって,  $x = 5 \times 16^2 = 1280$       **1280m**

【7】(1) ある正の数を  $x$  とおくと,

$$\langle \text{正} \rangle x(x+4) \dots\dots ①$$

$$\langle \text{誤} \rangle x(x-4) = 320 \dots ②$$

② より,

$$x(x-4) = 320$$

$$x^2 - 4x - 320 = 0$$

$$(x-20)(x+16) = 0$$

$x > 0$  より,  $x = 20$

① より,

$$\begin{aligned} x(x+4) &= 20 \times (20+4) \\ &= 480 \end{aligned}$$

- (2) 一方の数を  $x$  とおけば、他方は  $10 - x$  とおくことができる。よって、与えられた条件より、

$$\begin{aligned}x(10 - x) &= 20 \\ -x^2 + 10x - 20 &= 0 \\ x^2 - 10x + 20 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{-(-10) \pm \sqrt{10^2 - 4 \times 20}}{2} \\ &= \frac{10 \pm \sqrt{20}}{2} \\ &= \frac{10 \pm 2\sqrt{5}}{2} \\ &= 5 \pm \sqrt{5}\end{aligned}$$

それぞれの場合について、もう一方の数は  $10 - (5 \pm \sqrt{5}) = 5 \mp \sqrt{5}$

これらは条件を満たす。

よって求める 2 つの数は  $5 + \sqrt{5}$ ,  $5 - \sqrt{5}$

- 【8】** (1) 運賃を 20 % 値上げすると乗客数は、 $\frac{6}{5} \times 20 = 24(\%)$  減る。

バスの料金を  $a$  円、そのときの乗客数を  $b$  人とする、

(運賃値上げ前のバス会社の収入) - (運賃値上げ後のバス会社の収入)

$$\begin{aligned}&= ab - \left\{ a \times \left( 1 + \frac{20}{100} \right) \right\} \times \left\{ b \times \left( 1 - \frac{24}{100} \right) \right\} \\ &= ab - \frac{114}{125} ab \\ &= \frac{11}{125} ab\end{aligned}$$

よって、運賃を値上げすると、 $\frac{11}{125} ab$  円収入は減る。

$$\frac{11}{125} ab \div ab = \frac{11}{125} = 0.088$$

よって、**8.8 %** 減る。

- (2) (1) と同様にして、

$$\begin{aligned}& ab - \left\{ a \times \left( 1 + \frac{45}{100} \right) \right\} \times \left\{ b \times \left( 1 - \frac{45}{100} \times \frac{6}{5} \right) \right\} \\ &= ab - \frac{667}{1000} ab \\ &= \frac{333}{1000} ab \\ & \frac{333}{1000} ab \div ab = 0.333\end{aligned}$$

よって、**33.3 %** 減る。

- (3) バス会社の収入の増減がないときの、値上げの割合を  $x$  % として、(1) と同様にすると、

< 運賃値上げ前のバス会社の収入 >

$$ab(\text{円})$$

< 運賃値上げ後のバス会社の収入 >

$$\left\{ a \times \left( 1 + \frac{x}{100} \right) \right\} \times \left\{ b \times \left( 1 - \frac{6}{5}x \times \frac{1}{100} \right) \right\} = \left( 1 + \frac{x}{100} \right) \left( 1 - \frac{3}{250}x \right) ab$$

よって、

$$ab = \left( 1 + \frac{x}{100} \right) \left( 1 - \frac{3}{250}x \right) ab$$

$$1 = \left( 1 + \frac{x}{100} \right) \left( 1 - \frac{3}{250}x \right)$$

$$1 = 1 - \frac{x}{500} - \frac{3x^2}{25000}$$

$$3x^2 + 50x = 0$$

$$x(3x + 50) = 0$$

$$x = 0, -\frac{50}{3}$$

$x = 0$  のとき、値上げしないことを表し、 $x = -\frac{50}{3}$  のとき、 $x < 0$  より値下げを意味する。

つまり、値上げをすると、このバス会社の収入は必ず減る。

以上より、解なし。

運賃を  $x$  % 高くしても、乗客数が  $\frac{2}{3}x$  % しか減らないバス会社の場合も同様にして、

$$ab = \left\{ a \times \left( 1 + \frac{x}{100} \right) \right\} \times \left\{ b \times \left( 1 - \frac{2}{3}x \times \frac{1}{100} \right) \right\}$$

$$ab = \left( 1 + \frac{x}{100} \right) \left( 1 - \frac{1}{150}x \right) ab$$

$$1 = \left( 1 + \frac{x}{100} \right) \left( 1 - \frac{1}{150}x \right)$$

$$1 = 1 + \frac{x}{300} - \frac{x^2}{15000}$$

$$x^2 - 50x = 0$$

$$x(x - 50) = 0$$

$$x = 0, 50$$

よって、**50** %

【9】 もとの四角すいの底面の長方形のたての長さを  $x$ cm, 横の長さを  $y$ cm とすると, もとの四角すいの

・底面長方形の周の長さは,

$$2x + 2y = 30$$

$$\therefore x + y = 15 \dots\dots\textcircled{1}$$

・体積は,

$$x \times y \times 30 \times \frac{1}{3} = 10xy \dots\dots\textcircled{2}$$

切り取った後できた四角すい台の体積を  $P$ , もとの立体の体積を  $Q$ , 切り取った立体の体積を  $R$  とする.

相似な 2 つの立体の相似比を  $a : b$  とすると, 体積比は  $a^3 : b^3$  となる.

よって,

$$\begin{aligned} Q : R &= 30^3 : (30 - 10)^3 \\ &= 27 : 8 \end{aligned}$$

よって,

$$\begin{aligned} P : Q &= (Q - R) : Q \\ &= (27 - 8) : 27 \\ &= 19 : 27 \end{aligned}$$

$$Q = \frac{27}{19}P$$

$$P = 380 \text{ より, } Q = \frac{27}{19} \times 380 = 540$$

② より,

$$10xy = 540$$

$$xy = 54 \dots\dots\textcircled{3}$$

① と ③ より,  $x, y$  は,  $x^2 - 15x + 54 = 0$  の 2 解.

$$(x - 6)(x - 9) = 0$$

よって,  $(x, y) = (6, 9), (9, 6)$

以上より

(たて, 横) = **(6cm, 9cm), (9cm, 6cm)**

【10】 ① 10m の場合

$$\begin{aligned} [\text{高さのエネルギー}] &= 9.8 \times [\text{重さ}] \times [\text{高さ (m)}] \\ &= 9.8 \times [\text{重さ}] \times 10 \\ &= 98 \times [\text{重さ}] \end{aligned}$$

$$[\text{動いているエネルギー}] = 0.5 \times [\text{重さ}] \times [\text{速さ (m/s)}]^2$$

この 2 つのエネルギーが等しいので,

$$0.5 \times [\text{重さ}] \times [\text{速さ (m/s)}]^2 = 98 \times [\text{重さ}]$$

$$\begin{aligned} [\text{速さ (m/s)}]^2 &= 98 \times [\text{重さ}] \div 0.5 \div [\text{重さ}] \\ &= 196 \end{aligned}$$

よって,

$$[\text{速さ (m/s)}] = 14(\text{m/s}) = \mathbf{50.4(\text{km/h})}$$

② 20m の場合

同様に,

$$0.5 \times [\text{重さ}] \times [\text{速度 (m/s)}]^2 = 9.8 \times [\text{重さ}] \times 20$$

$$[\text{速度 (m/s)}]^2 = 9.8 \times 20 \times 2$$

$$= 196 \times 2$$

$$\text{よって, } [\text{速度 (m/s)}] = 14\sqrt{2}$$

$$= 14 \times 1.4$$

$$= 19.6(\text{m/s})$$

$$= \mathbf{70.56(\text{km/h})}$$

③ 40m の場合

同様に,

$$0.5 \times [\text{重さ}] \times [\text{速度 (m/s)}]^2 = 9.8 \times [\text{重さ}] \times 40$$

$$[\text{速度 (m/s)}]^2 = 9.8 \times 40 \times 2$$

$$= 9.8 \times 20 \times 2 \times 2$$

$$= 196 \times 4$$

$$\text{よって, } [\text{速度 (m/s)}] = 14 \times 2$$

$$= 28(\text{m/s})$$

$$= \mathbf{100.8(\text{km/h})}$$

したがって、高さが 2 倍、4 倍になるからといって、速さも 2 倍、4 倍にはならない。



## 添削課題

【1】ある正の整数を  $x$  とすると、

$$2(x+3) = (x-3)^2 - 23$$

$$2x+6 = x^2 - 6x - 14$$

$$x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$(x-10)(x+2) = 0$$

$$x = 10, -2$$

$x > 0$  より、 $x = 10$

【2】(1) 長方形の土地の縦を  $x$  m とすると、横は、 $\frac{40-2x}{2} = 20-x$  (m) だから、花だんの面積に着目して、方程式をつくると、

$$(x-2)\{(20-x)-2\} = \frac{5}{8}x(20-x)$$

$$8(x-2)(18-x) = 5x(20-x)$$

$$-8x^2 + 160x - 288 = 100x - 5x^2$$

$$3x^2 - 60x + 288 = 0$$

$$x^2 - 20x + 96 = 0$$

$$(x-8)(x-12) = 0$$

$$x = 8, 12$$

$x = 8$  のとき  $20-x = 12$ 、 $x = 12$  のとき、 $20-x = 8$

よって、 $x$  の値が 8、12 のどちらの場合も、面積  $x(20-x)$  の値は等しくなるから、

$$x(20-x) = 8 \times 12 = \mathbf{96(m^2)}$$

(2) A から BC に垂線を下ろし、その足を H、また、垂線 AH と PQ の交点を K とする。

$x$  秒後には、 $DP=AK=x$  cm となるから、

$\triangle A Q K \sim \triangle A B H$  より、

$$AK : AH = QK : BH$$

よって、 $x : 6 = QK : (9-5)$  より、

$$QK = \frac{2}{3}x(\text{cm})$$

したがって、 $PQ = 5 + \frac{2}{3}x$  (cm) だから、台形 A Q P D の面積に着目して、

$$\frac{1}{2}x \left\{ 5 + \left( 5 + \frac{2}{3}x \right) \right\} = 18$$

整理して、

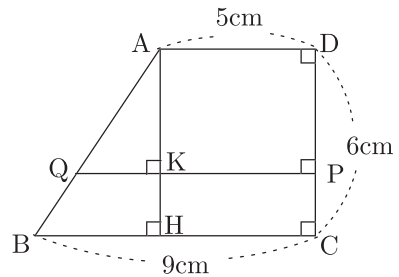
$$x^2 + 15x - 54 = 0$$

$$(x+18)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -18, 3$$

$0 < x < 6$  より、 $x = 3$

よって、**3** 秒後



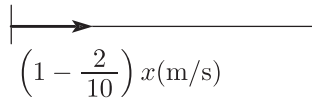
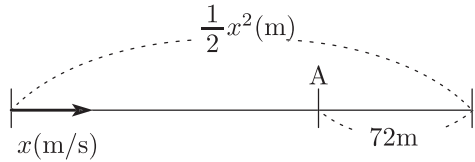
- 【3】(1) 毎秒  $x$ m の速さで走ったときにブレーキをかけてから止まるまでの距離は、与えられた関係式から

$$\frac{1}{2}x^2$$

これよりも A は 72m 手前があるので、

A までの距離は

$$\left(\frac{1}{2}x^2 - 72\right) \text{ m}$$



速さがこのときより 2 割減ということは、 $\left(1 - \frac{2}{10}\right)x(\text{m/s})$

このときちょうど A で止まるので、A までの距離は

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{2}{10}\right)x \right\}^2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{8}{10}x\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{5}x\right)^2 \\ &= \frac{16}{50}x^2 = \frac{8}{25}x^2(\text{m}) \end{aligned}$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}x^2 - 72 = \frac{8}{25}x^2$$

$$\frac{1}{2}x^2 - \frac{8}{25}x^2 = 72$$

$$\frac{25-16}{50}x^2 = 72$$

$$x^2 = 72 \times \frac{50}{9} = 400$$

$$x = \pm 20$$

$x > 0$  より、 $x = 20$       以上より、**20m/s**

- 【4】はじめに  $x$ g 取り出したとする。互いに他の方へ混ぜ合わせた後、それぞれの容器の食塩水に含まれる食塩の重さは、

$$\text{A} \dots\dots \left(200 \times \frac{2}{100}\right) \times \frac{200-x}{200} + \left(200 \times \frac{8}{100}\right) \times \frac{x}{200} = \frac{400+6x}{100}(\text{g})$$

$$\text{B} \dots\dots \left(200 \times \frac{8}{100}\right) \times \frac{200-x}{200} + \left(200 \times \frac{2}{100}\right) \times \frac{x}{200} = \frac{1600-6x}{100}(\text{g})$$

次に、 $2x$ g ずつ取り出して互いに他の方へ混ぜた後、容器 A の食塩水に含まれる食塩の重さは、

$$\frac{400+6x}{100} \times \frac{200-2x}{200} + \frac{1600-6x}{100} \times \frac{2x}{200} = 200 \times \frac{4.16}{100}$$

$$(400+6x)(200-2x) + 2x(1600-6x) = 200 \times 200 \times 4.16$$

$$-12x^2 + 400x + 80000 - 12x^2 + 3200x = 166400$$

$$-24x^2 + 3600x + 80000 = 166400$$

$$24x^2 - 3600x + 86400 = 0$$

$$x^2 - 150x + 3600 = 0$$

$$(x-30)(x-120) = 0$$

$$x = 30, 120$$

題意より、 $2x \leq 200$  だから、 $x \leq 100$

よって、 $x = 30$       (答) **30g**

## 小テスト

- 【1】 (1)  $x = -8, 7$   
(2)  $x = -2, \frac{1}{3}$   
(3)  $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$   
(4)  $x = \frac{5}{2}, 3$   
(5)  $x = 30, 70$

20章 2次方程式 (4)

問題

$$\begin{aligned} \text{【1】(1)} \quad & 2\sqrt{6} \times \sqrt{2} \div \sqrt{3} \\ & = 2\sqrt{\frac{6 \times 2}{3}} \\ & = 2\sqrt{4} \\ & = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & 8\sqrt{18} \div (-2\sqrt{32}) \times \sqrt{5} \\ & = -\frac{8}{2} \times \sqrt{\frac{18}{32}} \times 5 \\ & = -4 \times \sqrt{\frac{9}{16}} \times 5 \\ & = -4 \times \frac{3}{4}\sqrt{5} \\ & = -3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad & \sqrt{108} - \sqrt{75} - \sqrt{48} \\ & = 6\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ & = -3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(4)} \quad & \sqrt{15} \times \sqrt{5} - \sqrt{27} + \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \\ & = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ & = 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(5)} \quad & 3\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{3}{8}} + \sqrt{24} \\ & = 3 \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} + 2\sqrt{6} \\ & = \sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{4} + 2\sqrt{6} \\ & = \frac{11\sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(6)} \quad & (3\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ & = (3\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{2}\sqrt{3} - 2(\sqrt{3})^2 \\ & = 18 + 3\sqrt{6} - 6 \\ & = 12 + 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(7)} \quad & (\sqrt{8} + \sqrt{12} - \sqrt{18})^2 \\ & = (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 \\ & = (2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \\ & = 12 - 4\sqrt{6} + 2 \\ & = 14 - 4\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(8)} \quad & (1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ & = \{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})\}\{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})\} \\ & = 1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 \\ & = 1 - (5 - 2\sqrt{6}) \\ & = -4 + 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(9)} \quad & \frac{6}{1 + \sqrt{7}} + \frac{6}{1 - \sqrt{7}} \\ & = \frac{6\{(1 - \sqrt{7}) + (1 + \sqrt{7})\}}{(1 + \sqrt{7})(1 - \sqrt{7})} \\ & = \frac{6 \times 2}{-6} \\ & = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(10) \quad & \left(\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}\right)^2 \\
&= \left(\frac{4(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2}\right)^2 - \left(\frac{4(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2}\right)^2 \\
&= (\sqrt{6}-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6}+\sqrt{2})^2 \\
&= \{(\sqrt{6}-\sqrt{2}) + (\sqrt{6}+\sqrt{2})\}\{(\sqrt{6}-\sqrt{2}) - (\sqrt{6}+\sqrt{2})\} \\
&= 2\sqrt{6} \times (-2\sqrt{2}) \\
&= -4\sqrt{12} \\
&= -8\sqrt{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(11) \quad & \frac{5}{\sqrt{18}+\sqrt{3}} + \frac{6}{\sqrt{32}-\sqrt{98}} \\
&= \frac{5}{3\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{6}{4\sqrt{2}-7\sqrt{2}} \\
&= \frac{5(3\sqrt{2}-\sqrt{3})}{18-3} + \frac{6}{-3\sqrt{2}} \\
&= \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3} - \frac{2}{\sqrt{2}} \\
&= \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{2} \\
&= -\frac{\sqrt{3}}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{【2】 (1)} \quad x^2 + y^2 &= (2\sqrt{3} + 7\sqrt{2})^2 + (\sqrt{12} - \sqrt{98})^2 \\
&= (2\sqrt{3} + 7\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3} - 7\sqrt{2})^2 \\
&= (2\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{2} + (7\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{2} + (7\sqrt{2})^2 \\
&= 12 \times 2 + 98 \times 2 = \mathbf{220}
\end{aligned}$$

$$(2) \quad a = \sqrt{3} + \sqrt{7}, \quad b = \sqrt{5} \text{ とおくと, } x = a + b, \quad y = a - b$$

よって,

$$\begin{aligned}
x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\
&= (2a) \times (2b) \\
&= 4ab \\
&= 4(\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{5} \\
&= 4\sqrt{15} + 4\sqrt{35}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(3) \quad x &= \frac{1}{\sqrt{50} + 4\sqrt{3}} = \frac{1}{5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}} \\
&= \frac{5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{50 - 48} = \frac{5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{2} \\
y &= -\frac{1}{5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}} = -\frac{5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}}{2} \\
\therefore x + y &= -4\sqrt{3} \\
xy &= -\frac{50 - 48}{4} = -\frac{1}{2} \\
x^2 + xy + y^2 &= (x + y)^2 - xy \\
&= (-4\sqrt{3})^2 + \frac{1}{2} \\
&= \frac{97}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4) \quad x &= \frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{(1 + \sqrt{2})^2 - 3} \\
&= \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\
y &= \frac{1}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}{(1 + \sqrt{2})^2 - 3} \\
&= \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}
\end{aligned}$$

$a = 1 + \sqrt{2}$ ,  $b = \sqrt{3}$  とおくと,

$$\begin{aligned}
x^2 - y^2 &= \left(\frac{a-b}{2\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{a+b}{2\sqrt{2}}\right)^2 \\
&= \frac{1}{8}\{(a-b)^2 - (a+b)^2\} \\
&= \frac{\{(a-b) + (a+b)\}\{(a-b) - (a+b)\}}{8} \\
&= \frac{2a \times (-2b)}{8} \\
&= \frac{-ab}{2} \\
&= -\frac{(1 + \sqrt{2})\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{2}
\end{aligned}$$

**[3]** (1)  $1 = \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4} = 2$  より  $a = 1$

$$\therefore b = \sqrt{3} - 1$$

$$\begin{aligned}
a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) = \sqrt{3}\{1 - (\sqrt{3} - 1)\} \\
&= \sqrt{3}(2 - \sqrt{3}) = \mathbf{2\sqrt{3} - 3}
\end{aligned}$$

(2)  $2\sqrt{13} = \sqrt{52}$ ,  $7 = \sqrt{49} < \sqrt{52} < \sqrt{64} = 8$  より,  $a = 7$ ,  $b = 2\sqrt{13} - 7$

$$\begin{aligned}
\frac{a}{b^2 + 14b} &= \frac{a}{b(b+14)} = \frac{7}{(2\sqrt{13} - 7)(2\sqrt{13} - 7 + 14)} \\
&= \frac{7}{(2\sqrt{13} - 7)(2\sqrt{13} + 7)} = \frac{7}{(2\sqrt{13})^2 - 7^2} \\
&= \frac{7}{52 - 49} = \mathbf{\frac{7}{3}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad x &= \frac{8}{\sqrt{3}+1} = \frac{8(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1} = 4(\sqrt{3}-1) = 4\sqrt{3}-4 = \sqrt{48}-4 \\
 6 &= \sqrt{36} < \sqrt{48} < \sqrt{49} = 7 \text{ より}, \quad 6-4 = 2 < 4\sqrt{3}-4 < 7-4 = 3 \\
 \text{よって}, \quad a &= 2, \quad b = 4\sqrt{3}-4-2 = 4\sqrt{3}-6 \\
 \frac{2a}{2-b} &= \frac{2 \times 2}{2-(4\sqrt{3}-6)} = \frac{4}{8-4\sqrt{3}} \\
 &= \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} \\
 &= \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = \mathbf{2+\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{【4】} \quad (1) \quad x^2 &= -7x+18 & (2) \quad 3x^2+5x-2 &= 0 \\
 x^2+7x-18 &= 0 & (3x-1)(x+2) &= 0 \\
 (x-2)(x+9) &= 0 & x &= \frac{1}{3}, -2 \\
 x &= \mathbf{2, -9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad 4x^2-2x-3 &= 0 \\
 x &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2-4 \times (-3)}}{4} \\
 x &= \frac{\mathbf{1 \pm \sqrt{13}}}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad 4x^2+3x-7 &= 0 \\
 (4x+7)(x-1) &= 0 \\
 x &= \mathbf{-\frac{7}{4}, 1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad 4(x+2)^2 &= 1 & (6) \quad -25x^2+20x-4 &= 0 \\
 (x+2)^2 &= \frac{1}{4} & 25x^2-20x+4 &= 0 \\
 x+2 &= \pm \frac{1}{2} & (5x-2)^2 &= 0 \\
 x &= -2 \pm \frac{1}{2} & x &= \frac{2}{5} \\
 x &= \mathbf{-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (7) \quad & 6x^2 + 3x = 0 \\
 & 3x(2x + 1) = 0 \\
 & \mathbf{x = 0, -\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (8) \quad & 3(x^2 - 5) = 4x - x^2 \\
 & 4x^2 - 4x - 15 = 0 \\
 & (2x + 3)(2x - 5) = 0 \\
 & \mathbf{x = -\frac{3}{2}, \frac{5}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (9) \quad & 6x^2 + 5 = 2(x + 3) - x \\
 & 6x^2 - x - 1 = 0 \\
 & (2x - 1)(3x + 1) = 0 \\
 & \mathbf{x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (10) \quad & 9(2x - 1)^2 - 4 = 0 \\
 & 9(2x - 1)^2 = 4 \\
 & (2x - 1)^2 = \frac{4}{9} \\
 & 2x - 1 = \pm \frac{2}{3} \\
 & 2x = 1 \pm \frac{2}{3} \\
 & 2x = \frac{5}{3}, \frac{1}{3} \\
 & \mathbf{x = \frac{5}{6}, \frac{1}{6}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (11) \quad & x(x + 9) = x - 12 \\
 & x^2 + 9x = x - 12 \\
 & x^2 + 8x + 12 = 0 \\
 & (x + 2)(x + 6) = 0 \\
 & \mathbf{x = -2, -6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (12) \quad & 3x^2 + 10x + 4 = 0 \\
 & \mathbf{x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 3 \times 4}}{3}} \\
 & \mathbf{x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{3}}
 \end{aligned}$$

**[5]** (1)  $x^2 + 10x + 6 = 0$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 1 \times 6}}{1}} \\
 & \mathbf{x = -5 \pm \sqrt{19}}
 \end{aligned}$$

(2)  $x^2 - 2x - 9 = 0$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \times (-9)}}{1}} \\
 & \mathbf{x = 1 \pm \sqrt{10}}
 \end{aligned}$$



$$(3) \quad 2x^2 + 6x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 2 \times (-3)}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2}$$

$$(4) \quad 3x^2 + 8x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 3 \times 1}}{3}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{13}}{3}$$

$$(5) \quad 5x^2 - 12x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 5 \times 3}}{5}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{21}}{5}$$

$$(6) \quad -2x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 2 \times (-3)}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

【6】(1)  $\triangle CDF$  は二等辺三角形なので、

$$CF = CD = 1 \dots\dots ①$$

また、 $\triangle FAC$  も  $\angle FAC = \angle FCA = 36^\circ$  より  
二等辺三角形なので、 $AF = CF \dots\dots ②$

$$①, ② \text{ より } AF = 1$$

以上より、 $CF = 1, AF = 1$

(2)  $AC = x$  より、 $DF = AD - AF = x - 1$

$$AC : CD = CD : DF \text{ より、}$$

$$x : 1 = 1 : (x - 1)$$

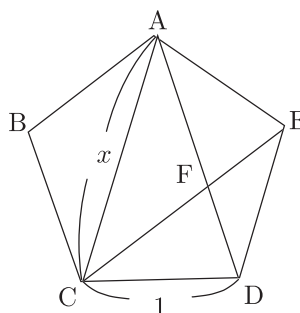
$$x(x - 1) = 1$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x > 0 \text{ より、 } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

これは条件に適する。よって、求める対角線の長さは  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$



【7】半径を  $x$  cm とおくと、円柱の表面積は  $2 \times \pi x^2 + 2\pi x \times 10 = (2\pi x^2 + 20\pi x)$  cm<sup>2</sup> と表せる。これが  $100\pi$  cm<sup>2</sup> であることから、

$$2\pi x^2 + 20\pi x = 100\pi$$

整理して、

$$x^2 + 10x - 50 = 0$$

$$x = -5 \pm \sqrt{25 + 50}$$

$$= -5 \pm \sqrt{75}$$

$$= -5 \pm 5\sqrt{3}$$

$x > 0$  より、 $x = -5 + 5\sqrt{3}$

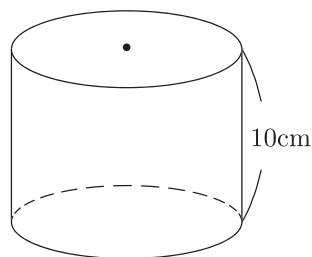
体積は  $\pi x^2 \times 10 = 10\pi x^2$  で表されるので、

$$10\pi x^2 = 10\pi(-5 + 5\sqrt{3})^2$$

$$= 10\pi \times 25(-1 + \sqrt{3})^2$$

$$= 250(4 - 2\sqrt{3})\pi$$

$$= (1000 - 500\sqrt{3})\pi(\text{cm}^3)$$



【8】 解の判別式を  $D$  とすると,

$$(1) D = 3^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 13$$

よって,  $D > 0$  より, **2** 個

$$(2) D = (-1)^2 - 4 \times 2 \times 5 = -39$$

よって,  $D < 0$  より, **0** 個

$$(3) D = (-20)^2 - 4 \times 4 \times 25 = 0$$

よって,  $D = 0$  より, **1** 個

$$(4) D = 4^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 28$$

よって,  $D > 0$  より, **2** 個

$$(5) D = 3^2 - 4 \times \frac{9}{5} \times \frac{5}{4} = 0$$

よって,  $D = 0$  より, **1** 個

$$(6) D = \left(-\frac{6}{5}\right)^2 - 4 \times \frac{2}{5} \times 2 = -\frac{44}{25}$$

よって,  $D < 0$  より, **0** 個

【9】 (1) 解の判別式を  $D$  とすると, 重解をもつためには,  $D = 0$

$$\textcircled{1} D = 4^2 - 4 \times 2 \times k = 0$$

$$D = 0 \text{ より, } 16 - 8k = 0$$

よって,  $k = 2$

$$\textcircled{2} D = 6^2 - 4 \times 3(k+2) = 0$$

$$D = 0 \text{ より, } 12 - 12k = 0$$

よって,  $k = 1$

$$\textcircled{3} D = \left(\frac{k}{2}\right)^2 - 4 \times 3 \times 1 = \frac{k^2}{4} - 12$$

$$D = 0 \text{ より, } \frac{k^2}{4} - 12 = 0$$

よって,  $k^2 = 48$  より,  $k = \pm 4\sqrt{3}$

$$\textcircled{4} D = k^2 - 4 \times 2 \times (-k+6) = 0$$

$$D = 0 \text{ より, } k^2 + 8k - 48 = 0$$

よって,  $(k+12)(k-4) = 0$  より,  $k = -12, 4$

$$\textcircled{5} D = (-3)^2 - 4k(k+1) = -4k^2 - 4k + 9$$

$$D = 0 \text{ より, } -4k^2 - 4k + 9 = 0$$

$$k = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-9)}}{4}$$

$$k = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{4}$$

$$k = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{2}$$

(2) 解の判別式を  $D$  とすると、解を 2 個もつためには、 $D > 0$

$$\textcircled{1} D = (-4)^2 - 4 \times 2 \times k = 16 - 8k$$

$$D > 0 \text{ より, } 16 - 8k > 0$$

$$\text{よって, } k < 2$$

$$\textcircled{2} D = 3^2 - 4(k+4) = -4k - 7$$

$$D > 0 \text{ より, } -4k - 7 > 0$$

$$\text{よって, } k < -\frac{7}{4}$$

$$\textcircled{3} D = (-2k)^2 - 4k(k+1) = -4k$$

$$D > 0 \text{ より, } -4k > 0$$

$$\text{よって, } k < 0$$

【10】(1)  $20 + 40t - 5t^2 = 80$  より,

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$(t-2)(t-6) = 0$$

$$\therefore t = 2, 6$$

これらは問題に適する。よって、**2 秒後と 6 秒後**

(2)  $20 + 40t - 5t^2 = 0$  より,

$$t^2 - 8t - 4 = 0$$

解の公式より,

$$t = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 1 \times (-4)}}{1}$$

$$= 4 \pm \sqrt{20}$$

$$= 4 \pm 2\sqrt{5}$$

$t > 0$  より,  $t = 4 + 2\sqrt{5}$ . これは問題に適する.

よって、 **$4 + 2\sqrt{5}$  秒後**

(3)  $20 + 40t - 5t^2 = h$  とおくと、これを  $t$  についての 2 次方程式と見たときの解がただ 1 つしかないということが求める条件となる。  $t$  について整理すると、

$$5t^2 - 40t + h - 20 = 0$$

この方程式の判別式  $D$  を求めてみると、

$$D = (-40)^2 - 4 \times 5 \times (h - 20) = 1600 - 20(h - 20) = 2000 - 20h$$

この値が 0 となるのが条件であるから、

$$2000 - 20h = 0$$

$$h = 100$$

よって、最大の高さは **100m**

【11】(1) 底面の正方形の1辺の長さを  $x$ cm とおくと、与えられた条件は次の式で表せる.

$$2x^2 + 4 \times x(20 - x) = 702$$

整理して,

$$-2x^2 + 80x = 702$$

$$x^2 - 40x + 351 = 0$$

$$(x - 13)(x - 27) = 0$$

$$x = 13, 27$$

ここで、 $x$  のとりうる値の範囲は、 $x$  が底面の1辺の長さであり、かつ底面の1辺の長ささと高さとの和が20cmであることより、 $0 < x < 20$ . よって、 $x = 13$ .

このときの高さは  $20 - 13 = 7$

よって、求める体積は  $13^2 \times 7 = 1183(\text{cm}^3)$

(2) 側面積は  $x \times (20 - x) \times 4$  と表せる. 最大の側面積を  $4S$  とおくと、 $x$  についての方程式

$$-4x^2 + 80x = 4S$$

はただ1つの解しか持たない(側面積は増加の後に減少に転じるので、最大となる面積を与える  $x$  は2つは存在しないから). よって、判別式が0になる条件を用いれば良い.

$$x^2 - 20x + S = 0$$

$$D = (-20)^2 - 4 \cdot S$$

$$= 400 - 4S$$

$D = 0$  より、 $S = 100$ . これをもとの方程式に代入すると、

$$x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$(x - 10)^2 = 0$$

$$x = 10$$

したがって、側面積が最大となるのは底面の1辺の長さを **10cm** としたとき.

【12】(1)  $\alpha + \beta = -\frac{-4}{2} = 2$

(2)  $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

(3)  $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$   
 $= 2^2 - 2 \times \frac{1}{2}$   
 $= 3$

(4)  $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$   
 $= 2^2 - 4 \times \frac{1}{2}$   
 $= 2$

よって、 $\alpha - \beta = \pm\sqrt{2}$

(5)  $\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$   
 $= 2 \times (\pm\sqrt{2})$   
 $= \pm 2\sqrt{2}$

(6)  $\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha\beta}$   
 $= \frac{\pm 2\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$   
 $= \pm 4\sqrt{2}$

【13】(1)  $3x^2 + ax - \frac{b}{2} = 0$  が  $x = -2$  を重解にもつとき、

$$3x^2 + ax - \frac{b}{2} = 3(x+2)^2 = 3x^2 + 12x + 12$$

となるから、

$$\begin{cases} a = 12 \\ -\frac{b}{2} = 12 \end{cases} \text{ よって、 } b = -24$$

したがって、  $a = 12$ ,  $b = -24$

(2)  $x^2 - 6x + m = 0$  の2つの解を  $\alpha$ ,  $2\alpha$  とおくと、解と係数の関係より、

$$\alpha + 2\alpha = -\frac{-6}{1} = 6 \dots\dots\textcircled{1}$$

$$\alpha \times 2\alpha = \frac{m}{1} \dots\dots\textcircled{2}$$

① より、  $3\alpha = 6$  よって、  $\alpha = 2$

② に代入して、  $2 \times 4 = m$  よって、  $m = 8$

(3)  $x^2 - 7x + 3n = 0$  の2つの解を  $\alpha$ ,  $\beta$  (ただし、 $\alpha$ ,  $\beta$  は整数、 $\alpha > \beta > 0$  とする)

とおくと、解と係数の関係より、

$$\alpha + \beta = -\frac{-7}{1} = 7 \dots\dots\textcircled{1}$$

$$\alpha\beta = 3n \dots\dots\textcircled{2}$$

$n$  は正の整数だから、② より、 $\alpha$ ,  $\beta$  の少なくとも一方は3の倍数である。

また、 $\alpha > \beta > 0$  であるから、① より、 $(\alpha, \beta) = (6, 1), (4, 3)$

$(\alpha, \beta) = (6, 1)$  のとき、 $3n = \alpha\beta = 6$  より、 $n = 2$

$(\alpha, \beta) = (4, 3)$  のとき、 $3n = \alpha\beta = 12$  より、 $n = 4$

よって、  $n = 2, 4$

(4)  $x^2 + x - 3 = 0$  の2つの解をそれぞれ  $\alpha$ ,  $\beta$  とすると、解と係数の関係より、

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -1 \\ \alpha\beta = -3 \end{cases}$$

$x^2 + ax + b = 0$  の2つの解はそれぞれ  $\alpha + 1$ ,  $\beta + 1$  だから、

$$\begin{cases} (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -a \\ (\alpha + 1)(\beta + 1) = b \end{cases}$$

以上より、

$$a = -(\alpha + \beta + 2) = -(-1 + 2) = -1$$

$$b = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -3 + (-1) + 1 = -3$$

以上より、  $a = -1$ ,  $b = -3$

【14】①の判別式を  $D_1$ , ②の判別式を  $D_2$  とする.

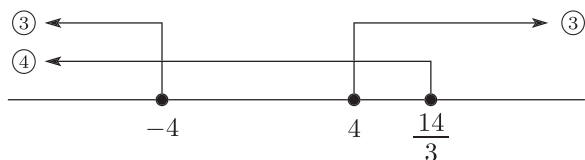
$$D_1 = k^2 - 16 \geq 0$$

$$k^2 \geq 16$$

よって,  $k \leq -4$  または  $4 \leq k \dots$  ③

$$\frac{D_2}{4} = 9 - (3k - 5) \geq 0$$

$$k \leq \frac{14}{3} \dots$$
 ④



③かつ④より,  $-4 \leq k$  または  $4 \leq k \leq \frac{14}{3}$

【15】(1)  $x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$

$$x = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2}$$

(2)  $x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 = 0$

$$x = \frac{-(-\sqrt{2}) \pm \sqrt{(-\sqrt{2})^2 - 1 \times (-3)}}{1}$$

$$x = \sqrt{2} \pm \sqrt{5}$$

(3)  $x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 2\sqrt{3} = 0$

$$(x - 2)(x - \sqrt{3}) = 0$$

$$x = 2, \sqrt{3}$$

(4)  $(x - 3\sqrt{2})^2 - 2x + 6\sqrt{2} = 0$

$$(x - 3\sqrt{2})^2 - 2(x - 3\sqrt{2}) = 0$$

$$(x - 3\sqrt{2})(x - 3\sqrt{2} - 2) = 0$$

$$x = 3\sqrt{2}, 3\sqrt{2} + 2$$

(5)  $(x + 3)^2 - 2(x + 3) - 3 = 0$

$$x + 3 = X \text{ とすると,}$$

$$X^2 - 2X - 3 = 0$$

$$(X - 3)(X + 1) = 0$$

$$X = 3, -1$$

$$x + 3 = 3, -1$$

$$x = 0, -4$$

$$(6) \quad (2x+1)^2 - 5(2x+1) + 5 = 0$$

$$2x+1 = X \text{ とすると,}$$

$$X^2 - 5X + 5 = 0$$

$$X = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1}$$

$$X = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$2x+1 = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{4}$$

$$(7) \quad (3x-1)^2 - (x-3)^2 = 0$$

$$3x-1 = X, \quad x-3 = Y \text{ とすると,}$$

$$X^2 - Y^2 = 0$$

$$(X+Y)(X-Y) = 0$$

$$X+Y = 0 \text{ または } X-Y = 0$$

$$(3x-1) + (x-3) = 0 \text{ または } (3x-1) - (x-3) = 0$$

$$4x-4 = 0 \text{ または } 2x+2 = 0$$

$$x = 1 \text{ または } x = -1$$

つまり,  $x = \pm 1$

$$(8) \quad 2(x+2) + 1 = 3(x+2)^2$$

$$3(x+2)^2 - 2(x+2) - 1 = 0$$

$$x+2 = X \text{ とすると,}$$

$$3X^2 - 2X - 1 = 0$$

$$(3X+1)(X-1) = 0$$

$$X = -\frac{1}{3}, 1$$

$$x+2 = -\frac{1}{3}, 1$$

$$x = -\frac{7}{3}, -1$$

$$(9) \quad (x+2)(3x+2) = 2x(x+6)$$

$$3x^2 + 8x + 4 = 2x^2 + 12x$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2$$



$$\begin{aligned}
(10) \quad & (x-1)(3x+1) = (1-2x)^2 - 6 \\
& 3x^2 - 2x - 1 = 1 - 4x + 4x^2 - 6 \\
& x^2 - 2x - 4 = 0 \\
& x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \times (-4)}}{1} \\
& x = 1 \pm \sqrt{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(11) \quad & \frac{x^2 - 4x}{3} = \frac{x+1}{2} - 3 \\
& 2(x^2 - 4x) = 3(x+1) - 18 \\
& 2x^2 - 8x = 3x + 3 - 18 \\
& 2x^2 - 11x + 15 = 0 \\
& (2x-5)(x-3) = 0 \\
& x = \frac{5}{2}, 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(12) \quad & \frac{1}{6} - \frac{5}{2}x = \frac{x^2 - x}{3} - 1 \\
& 1 - 15x = 2(x^2 - x) - 6 \\
& 1 - 15x = 2x^2 - 2x - 6 \\
& 2x^2 + 13x - 7 = 0 \\
& (2x-1)(x+7) = 0 \\
& x = \frac{1}{2}, -7
\end{aligned}$$

【16】 まず、2次方程式であるから、 $k \neq 0$  のもとで、解の判別式を  $D$  とすると、  
 $D = (-1)^2 - 4k \times 3 = -12k + 1$

$D > 0$  のとき

$$-12k + 1 > 0 \text{ より, } k < \frac{1}{12}$$

$D = 0$  のとき

$$-12k + 1 = 0 \text{ より, } k = \frac{1}{12}$$

$D < 0$  のとき

$$-12k + 1 < 0 \text{ より, } k > \frac{1}{12}$$

以上より、

$$\left\{ \begin{array}{l} k < \frac{1}{12} \text{ (ただし, } k \neq 0 \text{) のとき, 2 個} \\ k = \frac{1}{12} \text{ のとき, 1 個} \\ k > \frac{1}{12} \text{ のとき, 0 個} \end{array} \right. \quad \left( k < 0, 0 < k < \frac{1}{12} \text{ でもよい.} \right)$$

添削課題

$$\begin{aligned} \text{【1】 (1)} \quad & 2x^2 - 5x = 0 \\ & x(2x - 5) = 0 \\ & x = 0, \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & x^2 - 81 = 0 \\ & (x + 9)(x - 9) = 0 \\ & x = -9, 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad & x^2 - 10x + 25 = 0 \\ & (x - 5)^2 = 0 \\ & x = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(4)} \quad & x^2 + 3x - 28 = 0 \\ & (x - 4)(x + 7) = 0 \\ & x = 4, -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(5)} \quad & 2x^2 - 7x + 6 = 0 \\ & (2x - 3)(x - 2) = 0 \\ & x = \frac{3}{2}, 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(6)} \quad & (x + 2)^2 - 6(x + 2) + 8 = 0 \\ & x + 2 = X \text{ とおくと,} \\ & X^2 - 6X + 8 = 0 \\ & (X - 2)(X - 4) = 0 \\ & X = 2, 4 \end{aligned}$$

したがって  
 $x + 2 = 2, 4$   
 $x = 0, 2$

$$\begin{aligned} \text{【2】 (1)} \quad & x^2 + 3x - 9 = 0 \\ & x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-9)}}{2 \times 1} \\ & = \frac{-3 \pm \sqrt{45}}{2} \\ & = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & 3x^2 - 9x - 1 = 0 \\ & x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3} \\ & = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 12}}{6} \\ & = \frac{9 \pm \sqrt{93}}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad & x^2 + 4x + 1 = 0 \\ & x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times 1}}{1} \\ & = -2 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(4) x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 1 \times (-3)}}{1} \\&= 3 \pm \sqrt{12} \\&= \mathbf{3 \pm 2\sqrt{3}}\end{aligned}$$

$$(5) 2x^2 + 6x + 1 = 0$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 2 \times 1}}{2} \\&= \frac{\mathbf{-3 \pm \sqrt{7}}}{2}\end{aligned}$$

$$(6) 5x^2 - 10x - 2 = 0$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 5 \times (-2)}}{5} \\&= \frac{\mathbf{5 \pm \sqrt{35}}}{5}\end{aligned}$$

$$\mathbf{【3】} (1) 4x^2 = 49$$

$$\begin{aligned}x^2 &= \frac{49}{4} \\x &= \pm \frac{7}{2}\end{aligned}$$

$$(2) (x+2)^2 - 3 = 0$$

$$\begin{aligned}(x+2)^2 &= 3 \\x+2 &= \pm\sqrt{3} \\x &= \mathbf{-2 \pm \sqrt{3}}\end{aligned}$$

$$(3) -2x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$2x^2 + 6x - 1 = 0 \quad \text{[両辺に } -1 \text{ をかける]}$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 2 \times (-1)}}{2} \quad \text{[偶数係数の解の公式]} \\ \therefore x &= \frac{\mathbf{-3 \pm \sqrt{11}}}{2}\end{aligned}$$

$$(4) 3x^2 - 10x + 2 = 0$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 3 \times 2}}{3} \\ \therefore x &= \frac{\mathbf{5 \pm \sqrt{19}}}{3}\end{aligned}$$

$$(5) 10x^2 = 20x - 6$$

$$10x^2 - 20x + 6 = 0$$

$$5x^2 - 10x + 3 = 0 \quad \text{[両辺を } 2 \text{ で割った]}$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 5 \times 3}}{5} \\ \therefore x &= \frac{\mathbf{5 \pm \sqrt{10}}}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(6) \quad & (x+3)(x-1) = 4 \\
& x^2 + 2x - 3 - 4 = 0 \\
& x^2 + 2x - 7 = 0 \\
& x = -1 \pm \sqrt{1^2 - 1 \times (-7)} \quad [\text{偶数係数の解の公式}] \\
\therefore x &= -1 \pm 2\sqrt{2}
\end{aligned}$$

【4】(1) 判別式を  $D$  とすると,

$$\begin{aligned}
\frac{D}{4} &= (-2)^2 - 3(-2+k) \geq 0 \\
4 + 6 - 3k &\geq 0 \\
\therefore k &\leq \frac{10}{3}
\end{aligned}$$

(2) 判別式を  $D$  とすると,

$$\begin{aligned}
\frac{D}{4} &= (-k)^2 - 3(-4k+1) = 0 \\
k^2 + 12k - 3 &= 0 \\
k &= -6 \pm \sqrt{36+3} \\
\therefore k &= -6 \pm \sqrt{39}
\end{aligned}$$

【5】  $2x^2 + ax - 2 = 0$  の解を  $\alpha$ ,  $2\alpha - 3$  とすると, 解と係数の関係より,

$$\begin{cases} \alpha + (2\alpha - 3) = -\frac{a}{2} & \dots \textcircled{1} \\ \alpha(2\alpha - 3) = -\frac{2}{2} & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②より,

$$\begin{aligned}
2\alpha^2 - 3\alpha + 1 &= 0 \\
(2\alpha - 1)(\alpha - 1) &= 0 \\
\alpha &= \frac{1}{2}, 1
\end{aligned}$$

ここで,

$\alpha = \frac{1}{2}$  のとき, 2つの解は  $\frac{1}{2}$ ,  $-2$

①より,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} + (-2) &= -\frac{a}{2} \\
\therefore a &= 3
\end{aligned}$$

$\alpha = 1$  のとき, 2つの解は  $1$ ,  $-1$

①より,

$$\begin{aligned}
1 + (-1) &= -\frac{a}{2} \\
\therefore a &= 0
\end{aligned}$$

よって,  $\begin{cases} a = 3, \text{このとき2つの解は } \frac{1}{2}, -2 \\ a = 0, \text{このとき2つの解は } 1, -1 \end{cases}$

## 小テスト

【1】連続する3個の正の整数を、 $x-1$ ,  $x$ ,  $x+1$  とする.

$$(x+1)^2 + x^2 = 3(x-1)^2 + 5$$

$$x^2 + 2x + 1 + x^2 = 3x^2 - 6x + 3 + 5$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x-1)(x-7) = 0$$

$$x = 1, 7$$

ここで、 $x-1 > 0$  より、 $x > 1$  だから、 $x = 7$

よって、3つの正の整数は、**6, 7, 8**

