本科 2 期 12 月度

解答

Ｚ会東大進学教室

高 2 東大物理

２４章　熱力学（１）

問題

■演習

【１】

《解答》

(1) $t=\dfrac{273}{V_0}V-273$

(2) (1) を書き換えると，

$$t+273=\frac{273}{V_0}\times V \qquad \therefore \quad T=t+273$$

(3) まず法則 1 より pV=(一定) と表せるが，右辺の値は N と T によって定まるので次のようにおける．

$$pV=f_1(N,\ T) \qquad \therefore \quad V=\frac{1}{p}\times f_1(N,\ T) \quad \cdots ①$$

次に法則 2 より $\dfrac{V}{T}$=(一定) と表せるが，右辺の値は N と p によって定まるので次のようにおける．

$$\frac{V}{T}=f_2(N,\ p) \qquad \therefore \quad V=T\times f_2(N,\ p) \quad \cdots ②$$

①, ② より，

$$\frac{1}{p}\times f_1(N,\ T)=T\times f_2(N,\ p)$$

$$\therefore \quad \frac{1}{T}\times f_1(N,\ T)=p\times f_2(N,\ p) \quad \cdots ③$$

③ の左辺には p が入っておらず，右辺には T が入っていないので，次のようにおけることがわかる．

$$\begin{cases}\dfrac{1}{T}\times f_1(N,\ T)=f_3(N)\\ p\times f_2(N,\ p)=f_3(N)\end{cases} \qquad \therefore \quad \begin{cases}f_1(N,\ T)=T\times f_3(N)\\ f_2(N,\ p)=\dfrac{1}{p}\times f_3(N)\end{cases}$$

これらを ①，② に代入すると，法則 1 と法則 2 を 1 つに集約でき，

$$V=\frac{T}{p}\times f_3(N) \quad \cdots ④$$

これと別に法則 3 より $\dfrac{V}{N}$=(共通) と表せるが，右辺の値は T と p によって定まるので次のようにおける．

$$\frac{V}{N}=f_4(T,\ p) \qquad \therefore \quad V=N\times f_4(T,\ p) \quad \cdots ⑤$$

④，⑤ より，

$$\frac{T}{p}\times f_3(N)=N\times f_4(T,\ p)$$

$$\therefore \quad \frac{1}{N}\times f_3(N)=\frac{p}{T}\times f_4(T,\ p) \quad \cdots ⑥$$

⑥ の左辺には T と p が入っておらず，右辺には N が入っていないので，次のようにおけることがわかる．

$$\begin{cases} \dfrac{1}{N} \times f_3(N) = (\text{定数 } k) \\ \dfrac{p}{T} \times f_4(T,\ p) = (\text{定数 } k) \end{cases} \qquad \therefore \quad \begin{cases} f_3(N) = N \times k \\ f_4(T,\ p) = \dfrac{T}{p} \times k \end{cases}$$

これらを ④，⑤ に代入すると，3 つの法則を 1 つに集約した式が得られ，

$$V = \frac{NT}{p} \times k \qquad \therefore \quad pV = NkT$$

(4) (3) の状態方程式に $N = nN_{\mathrm{A}}$ を代入することにより，

$$pV = nN_{\mathrm{A}} \times kT \qquad \therefore \quad pV = nRT$$

《解説》

(3) の導出過程を追うのが難しいと思う人は，状態方程式を認めてしまって，法則 1〜3 を「逆に」確認することで，お茶を濁しておいてもよい．

$pV = NkT$ $\cdots$ N と T が一定であれば，右辺の値は一定となる．

$\dfrac{V}{T} = \dfrac{Nk}{p}$ $\cdots$ N と p が一定であれば，右辺の値は一定となる．

$\dfrac{N}{V} = \dfrac{p}{kT}$ $\cdots$ p と T が一定であれば，右辺の値は一定となる．

【2】

《解答》

(1) (ア) $(-mv_x) - mv_x = -2mv_x$

(イ) $2mv_x$

(ウ) $\dfrac{2L}{v_x}$

(エ) $\dfrac{t}{2L/v_x} = \dfrac{v_x t}{2L}$

(オ) (イ), (エ) より,

$$2mv_x \cdot \frac{v_x t}{2L} = \frac{m{v_x}^2 t}{L}$$

(カ) nN_A

(キ) (オ) より $\overline{f} = \dfrac{m{v_x}^2}{L}$ と表せる. これと (カ) より,

$$F = \frac{m\overline{{v_x}^2}}{L} \cdot nN_\mathrm{A}$$

(ク) 圧力は単位面積あたりに作用する力なので,

$$p = \frac{F}{L^2} = \frac{nN_\mathrm{A}m\overline{{v_x}^2}}{L^3}$$

(ケ) $\overline{{v_x}^2} = \overline{{v_y}^2} = \overline{{v_z}^2}$ をふまえると,

$$\overline{v^2} = \overline{{v_x}^2} \times 3 \qquad \therefore \quad \overline{{v_x}^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

(コ) (ク), (ケ) より,

$$p = \frac{nN_\mathrm{A}m}{L^3} \cdot \frac{\overline{v^2}}{3} \qquad \therefore \quad pV = \frac{nN_\mathrm{A}m\overline{v^2}}{3}$$

(サ) (コ) を状態方程式に代入すると,

$$\frac{nN_\mathrm{A}m\overline{v^2}}{3} = nRT \qquad \therefore \quad RT = \frac{N_\mathrm{A}m\overline{v^2}}{3}$$

(シ) (サ) を書き換えると,

$$m\overline{v^2} = \frac{3RT}{N_\mathrm{A}} \qquad \therefore \quad \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3RT}{2N_\mathrm{A}}$$

(ス) 気体 1 モルの質量が M のとき,

$$mN_\mathrm{A} = M \qquad \therefore \quad m = \frac{M}{N_\mathrm{A}}$$

これと (シ) より,

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{M}{N_\mathrm{A}} \cdot \overline{v^2} = \frac{3RT}{2N_\mathrm{A}} \qquad \therefore \quad \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

(2) (ク) より，x 軸に垂直な壁 S_x に加わる圧力 p は $\overline{{v_x}^2}$ に比例している．気体の圧力はどの方向でも等しく，y 軸や z 軸に垂直な壁にも等しい大きさで加わるはずなので，$\overline{{v_x}^2} = \overline{{v_y}^2} = \overline{{v_z}^2}$ でなければならない．

(3) (ス) をふまえると，

$$\begin{aligned}\left(\mathrm{H_2}\text{の}\sqrt{\overline{v^2}}\right) : \left(\mathrm{O_2}\text{の}\sqrt{\overline{v^2}}\right) &= \sqrt{\frac{3R \times 300}{2.0 \times 10^{-3}}} : \sqrt{\frac{3R \times 300}{32 \times 10^{-3}}} \\ &= 4 : 1\end{aligned}$$

【3】

《解答》

(1) 半径方向の運動量のみが変化するので，運動量変化の大きさは,

$$\left|(-mv\cos\theta) - mv\cos\theta\right| = 2mv\cos\theta$$

(2) $\Delta t = \dfrac{2 \times r\cos\theta}{v}$

(3) (2) より，この分子が十分に長い時間 t の間に衝突する回数は $\dfrac{t}{\Delta t} = \dfrac{vt}{2r\cos\theta}$ と表せる．これと (1) より，この間に分子が外向きに及ぼす力積の大きさは,

$$2mv\cos\theta \times \frac{vt}{2r\cos\theta} = \frac{mv^2}{r}t$$

(4) (3) より，分子 1 個が壁に及ぼす平均の力は $f = \dfrac{mv^2}{r}$ と表せる．また，n モルの気体の分子数は $N = nN_\mathrm{A}$ なので，気体全体が壁に及ぼす力の大きさは,

$$F = f \cdot N = \frac{nN_\mathrm{A}mv^2}{r}$$

この力が面積 $S = 4\pi r^2$ に加わるので,

$$P = \frac{F}{S} = \frac{nN_\mathrm{A}mv^2}{4\pi r^3} = \frac{nN_\mathrm{A}mv^2}{3V}$$

(5) (4) の P を状態方程式に代入すると,

$$\frac{nN_\mathrm{A}mv^2}{3V} \cdot V = nRT \qquad \therefore \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3RT}{2N_\mathrm{A}}$$

【4】

《解答》

(1) 状態 B，C での気体の体積をそれぞれ V_B，V_C とすると，ボイル・シャルルの法則より，

$$\begin{cases} \dfrac{P_1V_1}{T_1} = \dfrac{P_1V_\mathrm{B}}{3T_1} \\ \dfrac{P_1V_1}{T_1} = \dfrac{3P_1 \cdot V_\mathrm{C}}{3T_1} \end{cases} \qquad \therefore \quad \begin{cases} V_\mathrm{B} = 3V_1 \\ V_\mathrm{C} = V_1 \end{cases}$$

(2) A→B の途中の状態と A について，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_1V}{T} \qquad \therefore \quad V = \frac{V_1}{T_1}T$$

C→A の途中では $P = \dfrac{P_1}{T_1}T$ と表せることをふまえて，同様に立式すると，

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{\dfrac{P_1}{T_1}T \cdot V}{T} \qquad \therefore \quad V = V_1$$

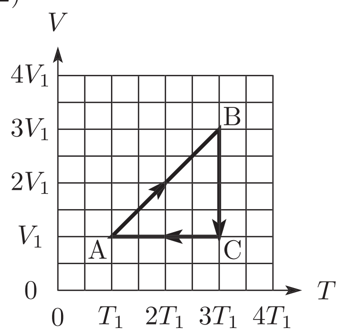
また，B→C では $T = 3T_1$ なので，$V-T$ グラフは下図のようになる．

(3) B→C の途中の状態と A について，ボイル・シャルルの法則より，

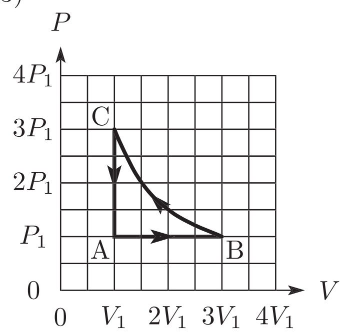
$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{PV}{3T_1} \qquad \therefore \quad P = \frac{3P_1V_1}{V}$$

また，A→B では $P = P_1$，C→A では $V = V_1$ なので，$P-V$ グラフは下図のようになる．

(2)



(3)



２５章　熱力学（2）

問題

■演習

【1】

《解答》

I (1) $\Delta U_1 = +Q_1 - W_1$

(2) $\Delta U_2 = +Q_2 + W_2$

(3) $\Delta U_3 = -Q_3 + W_3$

(4) $\Delta U_4 = -Q_4 - W_4$

II (a) 断熱変化では，気体が仕事をしたりされたりすることにより，内部エネルギーが変化する．内部エネルギーは絶対温度に比例しているので，断熱変化では温度が変化することもしないこともある．

(b) 内部エネルギーが絶対温度に比例しているので，等温変化では内部エネルギーが変化しない．このとき，気体に出入りする仕事をちょうどキャンセルするだけの熱が気体に出入りする．

(c) 内部エネルギーが絶対温度に比例しているので，温度変化の大きさは内部エネルギーの変化の大きさに比例して定まる．ここで，内部エネルギーの変化は気体に出入りする熱と仕事を組み合わせてはじめて定まる．このため，気体に出入りする熱の大きさを定めただけでは温度変化の大きさが定まらない．

(d) 内部エネルギーが絶対温度に比例しているので，温度変化の大きさを定めると内部エネルギーの大きさが定まる．しかし，気体に出入りする熱の大きさと仕事の大きさが別々に定まることはない．

【2】

《解答》

(ア) 気体の圧力を P_1，糸の張力を F として，力のつりあいより，

$$\begin{cases}0 = F - Mg \\ 0 = F + P_1S - 2Mg - P_0S\end{cases} \qquad \therefore \quad \begin{cases}F = Mg \\ P_1 = P_0 + \dfrac{Mg}{S}\end{cases}$$

(イ) 気体の温度を T_1 とすると，状態方程式は，

$$\left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right) \cdot Sh = RT_1 \qquad \therefore \quad T_1 = \frac{(P_0S + Mg)h}{R}$$

(ウ) 気体の圧力は P_1 で一定とみなせる．気体の温度を T_2 とすると，状態方程式は，

$$\left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right) \times S \cdot \frac{3}{2}h = RT_2 \qquad \therefore \quad T_2 = \frac{3h(P_0S + Mg)}{2R}$$

(エ) 気体がした仕事を W_{12} とすると，

$$W_{12} = P_1 \times S \cdot \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}h(P_0S + Mg)$$

(オ) 内部エネルギーの変化を $\mathit{\Delta} U_{12}$ とすると，

$$\mathit{\Delta} U_{12} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{3}{4}h(P_0S + Mg)$$

(カ) 気体が吸収した熱量を Q_{12} とすると，熱力学第 1 法則より，

$$\mathit{\Delta} U_{12} = +Q_{12} - W_{12} \qquad \therefore \quad Q_{12} = \frac{5}{4}h(P_0S + Mg)$$

(キ) 糸がたるみ始めるとき，糸の張力は 0 となる．気体の圧力を P_3 として，力のつりあいより，

$$0 = P_3S - 2Mg - P_0S \qquad \therefore \quad P_3 = P_0 + \frac{2Mg}{S}$$

(ク) 気体の温度を T_3 とすると，状態方程式は，

$$\left(P_0 + \frac{2Mg}{S}\right) \times S \cdot 2h = RT_3 \qquad \therefore \quad T_3 = \frac{2h(P_0S + 2Mg)}{R}$$

(ケ) ピストンの高さが $\dfrac{3}{2}h$ から $2h$ まで上昇する間は気体が仕事をするが，その後はピストンの高さが $2h$ で一定なので仕事はしない．気体がした仕事を W_{23} とすると，

$$W_{23} = P_1 \times S \cdot \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}h(P_0S + Mg)$$

(コ) ピストンの高さが $\dfrac{3}{2}h$ のときから糸がたるみ始める瞬間までの内部エネルギー変化量を $\varDelta U_{23}$ とすると，

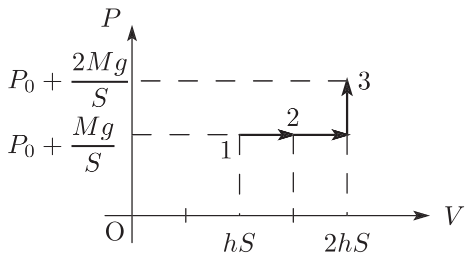
$$\varDelta U_{23}=\frac{3}{2}R(T_3-T_2)=\frac{1}{4}h(3P_0S+15Mg)$$

この間に気体が吸収した熱量を Q_{23} とすると，熱力学第 1 法則より，

$$\varDelta U_{23}=+Q_{23}-W_{23}\qquad\therefore\quad Q_{23}=\frac{1}{4}h(5P_0S+17Mg)$$

《解説》

本問で扱った状態変化を $P-V$ グラフに表すと右図のようになる．設問で要求されていなくても，変化のすすみ方を $P-V$ グラフに描くように心掛けておくとよい．



【3】

《解答》

(1) ばねの縮みを l として，力のつりあいより，

$$0 = P_0A - kl \qquad \therefore \quad l = \frac{P_0A}{k}$$

(2) ばねの縮みが x のときの気体の体積は，

$$V = V_0 + A(x - l) \qquad \therefore \quad V - V_0 = A(x - l)$$

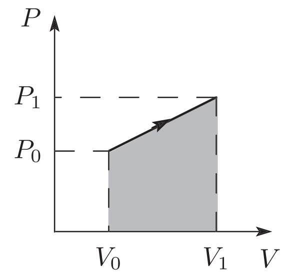
このときの力のつりあいより，

$$0 = PA - kx \qquad \therefore \quad x = \frac{PA}{k}$$

これらと (1) より，

$$V - V_0 = A\left(\frac{PA}{k} - \frac{P_0A}{k}\right) \qquad \therefore \quad P - P_0 = \frac{k}{A^2}(V - V_0)$$

(3) P は V の 1 次関数なので，グラフは右図のような直線となる．



(4) $P - V$ グラフと V 軸との間の面積より，

$$W = \frac{1}{2}(P_0 + P_1)(V_1 - V_0)$$

(5) 状態方程式を用いて書き換えると，内部エネルギーは $U = \dfrac{3}{2}PV$ と表せるので，

$$\varDelta U = \frac{3}{2}P_1V_1 - \frac{3}{2}P_0V_0 = \frac{3}{2}(P_1V_1 - P_0V_0)$$

(6) $W = \dfrac{1}{3}Q$ すなわち $Q = 3W$ のとき，熱力学第 1 法則より

$$\varDelta U = +3W - W \qquad \therefore \quad \varDelta U - 2W = 0$$

(4)，(5) を代入して，$P_1 = \dfrac{3}{2}P_0$ とおくと，

$$\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}P_0V_1 - P_0V_0\right) - 2 \cdot \frac{1}{2}\left(P_0 + \frac{3}{2}P_0\right)(V_1 - V_0) = 0 \qquad \therefore \quad V_1 = 4 \times V_0$$

【4】

《解答》

(1) M の左側では，圧力が P_1 で体積が V_1 から 0 になるので，気体がされた仕事は，$W_1 = P_1V_1$

(2) M の右側では，圧力が P_2 で体積が 0 から V_2 になるので，気体がした仕事は，$W_2 = P_2V_2$

(3) 熱の出入りはないことをふまえて，熱力学第 1 法則より，

$$\Delta U = +W_1 - W_2 \qquad \therefore \quad U_2 - U_1 = P_1V_1 - P_2V_2$$

(4) 理想気体の内部エネルギーは，絶対温度 T および物質量に比例するので，$U = ($定数 $C) \times Tn$ とおける．これと状態方程式をふまえて，(3) を書き換えると，

$$nCT_2 - nCT_1 = nRT_1 - nRT_2 \qquad \therefore \quad T_1 - T_2 = 0$$

(5) 与えられた状態方程式より，

$$PV - Pnv_0 = nRT \qquad \therefore \quad PV = n(RT + Pv_0)$$

これと内部エネルギーの表式をふまえて，(3) を書き換えると，

$$nAT_2 - nAT_1 = n(RT_1 + P_1v_0) - n(RT_2 + P_2v_0)$$

$$\therefore \quad T_1 - T_2 = -\frac{v_0}{A+R}(P_1 - P_2)$$

２６章　熱力学（３）

問題

■演習

【1】

《解答》

(1) ボイル・シャルルの法則より，

$$\begin{cases} \dfrac{P_\mathrm{A}V_\mathrm{A}}{T_\mathrm{A}} = \dfrac{2P_\mathrm{A}\cdot V_\mathrm{A}}{T_\mathrm{B}} \\ \dfrac{P_\mathrm{A}V_\mathrm{A}}{T_\mathrm{A}} = \dfrac{2P_\mathrm{A}\cdot 4V_\mathrm{A}}{T_\mathrm{C}} \\ \dfrac{P_\mathrm{A}V_\mathrm{A}}{T_\mathrm{A}} = \dfrac{P_\mathrm{A}\cdot 4V_\mathrm{A}}{T_\mathrm{D}} \end{cases} \qquad \therefore \quad \begin{cases} T_\mathrm{B} = 2T_\mathrm{A} \\ T_\mathrm{C} = 8T_\mathrm{A} \\ T_\mathrm{D} = 4T_\mathrm{A} \end{cases}$$

(2) A→B→C の間に気体がした仕事を W_1 とすると，

$$W_1 = 2P_\mathrm{A}\cdot 3V_\mathrm{A} = 6RT_\mathrm{A}$$

この間の内部エネルギーの変化を $\varDelta U_1$ とすると，

$$\varDelta U_1 = \frac{3}{2}R(T_\mathrm{C} - T_\mathrm{A}) = \frac{21}{2}RT_\mathrm{A}$$

この間に気体が吸収した熱量を Q_1 とすると，

$$\varDelta U_1 = +Q_1 - W_1 \qquad \therefore \quad Q_1 = \frac{33}{2}RT_\mathrm{A}$$

(3) C→D→A の間に気体がされた仕事を W_2 とすると，

$$W_2 = P_\mathrm{A}\cdot 3V_\mathrm{A} = 3RT_\mathrm{A}$$

この間の内部エネルギーの変化を $\varDelta U_2$ とすると，

$$\varDelta U_2 = \frac{3}{2}R(T_\mathrm{A} - T_\mathrm{C}) = -\frac{21}{2}RT_\mathrm{A}$$

この間に気体が放出した熱量を Q_2 とすると，

$$\varDelta U_2 = -Q_2 + W_2 \qquad \therefore \quad Q_2 = \frac{27}{2}RT_\mathrm{A}$$

(4) 1 サイクルの間に気体がした正味の仕事を W とすると，

$$W = W_1 - W_2 = 3RT_\mathrm{A}$$

(5) この熱サイクルの熱効率を e とすると，

$$e = \frac{W}{Q_1} = \frac{3RT_\mathrm{A}}{\dfrac{33}{2}RT_\mathrm{A}} = \frac{2}{11}$$

【2】

《解答》

(1) 状態 1，2 の温度を T_1，T_2 として，シャルルの法則より，

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \qquad \therefore \quad T_2 = \frac{V_2}{V_1}T_1$$

$V_1 < V_2$ なので，$T_1 < T_2$ すなわち状態 1 の温度よりも状態 2 の温度の方が高い．

(2) 圧力は p_1 で一定なので，

$$\begin{cases} W = p_1(V_2 - V_1) \\ \Delta U = \dfrac{3}{2}p_1V_2 - \dfrac{3}{2}p_1V_1 = \dfrac{3}{2}p_1(V_2 - V_1) \end{cases}$$

熱力学第 1 法則より，

$$\Delta U = +Q - W \qquad \therefore \quad Q = \frac{5}{2}p_1(V_2 - V_1)$$

(3) 断熱変化で $Q = 0$ なので $\Delta U = 0 - W$ となり，気体がする仕事は内部エネルギーの減少と一致する．

$$\begin{cases} \Delta U = \dfrac{3}{2}p_3V_3 - \dfrac{3}{2}p_1V_2 = -\dfrac{3}{2}(p_1V_2 - p_3V_3) \\ W = \dfrac{3}{2}(p_1V_2 - p_3V_3) \end{cases}$$

(4) 体積が減少しているので W は負であり，温度は一定なので $\Delta U = 0$ となる．

(5) 体積が増加する過程 1→2→3 で「気体がする仕事」から体積が減少する過程 3→1 で「気体がされる仕事」をさし引いたものなので，1 サイクルの間に「気体がする正味の仕事」を表している．

(6) 1 サイクルを終えると $\Delta U = 0$ なので，$0 = +Q - W$ すなわち $Q = W$ となる．よって，1 サイクルで気体が吸収する正味の熱量は，1 サイクルで気体がする正味の仕事と一致していることが分かる．

【3】

《解答》

(1) 状態 A での圧力を p_{A} とすると，状態 B での圧力は $p_{\mathrm{B}} = 3p_{\mathrm{A}}$ と表せる．状態 A と B について，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{A}}} = \frac{3p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}} \qquad \therefore \quad T_{\mathrm{B}} = 3T_{\mathrm{A}}$$

(2) 過程 1 では体積が一定なので $W_1 = 0$．また，(1) をふまえると，

$$\varDelta U_1 = \frac{3}{2}nR(T_{\mathrm{B}} - T_{\mathrm{A}}) = 3nRT_{\mathrm{A}}$$

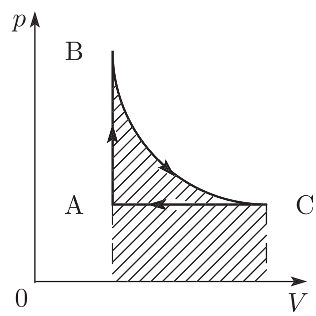
熱力学第 1 法則より，

$$\varDelta U_1 = +Q_1 - W_1 \qquad \therefore \quad Q_1 = 3nRT_{\mathrm{A}}$$

(3) ボイルの法則より，

$$p_{\mathrm{A}} \cdot V_{\mathrm{C}} = 3p_{\mathrm{A}} \cdot V_{\mathrm{A}} \qquad \therefore \quad V_{\mathrm{C}} = 3V_{\mathrm{A}}$$

(4) B と C を結ぶ等温曲線と V 軸の間の面積なので，右図の斜線部分.



(5) 過程 2 では温度が一定なので，内部エネルギーの変化は 0．このとき，気体は外部にした仕事 W_2 と等しい熱量を吸収した.

(6) 状態 C での温度は状態 B での温度と等しいので，$T_{\mathrm{C}} = 3T_{\mathrm{A}}$ と表せる．これをふまえると，

$$\varDelta U_3 = \frac{3}{2}nR(T_{\mathrm{A}} - T_{\mathrm{C}}) = -3nRT_{\mathrm{A}}$$

また，状態 A と C での状態方程式は，

$$\begin{cases} p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}} = nRT_{\mathrm{A}} \cdots ① \\ p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{C}} = nR \cdot 3T_{\mathrm{A}} \cdots ② \end{cases}$$

② − ① より，

$$p_{\mathrm{A}}(V_{\mathrm{C}} - V_{\mathrm{A}}) = 2nRT_{\mathrm{A}} \qquad \therefore \quad W_3 = 2nRT_{\mathrm{A}}$$

熱力学第 1 法則より，

$$\varDelta U_3 = -Q_3 + W_3 \qquad \therefore \quad Q_3 = 5nRT_{\mathrm{A}}$$

(7) (2)，(6) をふまえると，

$$W = (W_1 + W_2) - W_3 = W_2 - 2nRT_{\mathrm{A}}$$

また，(5) より過程 2 で気体が吸収した熱量は $Q_2 = W_2$．これらと (2) より，

$$e = \frac{W}{Q_1 + Q_2} = \frac{W_2 - 2nRT_{\mathrm{A}}}{W_2 + 3nRT_{\mathrm{A}}}$$

【4】

《解答》

(ア) $\varDelta U_1 = nA\varDelta T$

(イ) $W_1 = 0$

(ウ) 熱力学第 1 法則より，

$$nA\varDelta T = +Q_1 - 0 \qquad \therefore \quad Q_1 = nA\varDelta T$$

(エ) $C_V = \dfrac{Q_1}{n\varDelta T} = A$

(オ) 変化前後の状態方程式は，

$$\begin{cases} P_0 V = nRT \quad \cdots ① \\ P_0(V + \varDelta V) = nR(T + \varDelta T) \quad \cdots ② \end{cases}$$

② − ① より，

$$P_0 \varDelta V = nR\varDelta T \qquad \therefore \quad \varDelta V = \frac{nR}{P_0}\varDelta T$$

(カ) $\varDelta U_2 = nA\varDelta T$

(キ) $W_2 = P_0\varDelta V = nR\varDelta T$

(ク) 熱力学第 1 法則より，

$$nA\varDelta T = +Q_2 - nR\varDelta T \qquad \therefore \quad Q_2 = (A + R)n\varDelta T$$

(ケ) $C_P = \dfrac{Q_2}{n\varDelta T} = A + R$

補充問題

■演習

【1】

《解答》

(1) (a) 外部と熱の出入りがないようにするため.

(b) コップ，水，および 1 円硬貨すべての温度が等しくなるようにするため.

(2) (c) 熱平衡状態

(d) 熱量の保存

(3) 1 円硬貨の失った熱量に注目すると，

$$
\begin{aligned}
100 \times 0.88 \times (100 - 27.3) &= 6397.6 \\
&\fallingdotseq 6.4 \times 10^3[\mathrm{J}]
\end{aligned}
$$

(4) 金属の比熱を c_1 とすると，コップの得た熱量は，

$$100 \times c_1 \times (27.3 - 20.0) = 730c_1[\mathrm{J}]$$

また，水の得た熱量は，

$$200 \times 4.2 \times (27.3 - 20.0) = 6132[\mathrm{J}]$$

これらの和が (3) の熱量と一致するので，

$$730c_1 + 6132 = 6397.6 \qquad \therefore \quad c_1 \fallingdotseq 0.36[\mathrm{J/g \cdot K}]$$

(5) コップの失った熱量と水の失った熱量の和は，

$$m_1c_1(t_1 - t_3) + m_2c_2(t_1 - t_3) = (m_1c_1 + m_2c_2)(t_1 - t_3)$$

また，$t_2 = 0[^\circ\mathrm{C}]$ の氷が $t_3[^\circ\mathrm{C}]$ の水になる過程で吸収した熱量は，

$$mQ + mc_2(t_3 - t_2) = m\{Q + c_2(t_3 - t_2)\}$$

これらが一致するので，

$$(m_1c_1 + m_2c_2)(t_1 - t_3) = m\{Q + c_2(t_3 - t_2)\}$$

(6) (5) を書き換えて，数値を代入すると，

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{(m_1c_1 + m_2c_2)(t_1 - t_3)}{Q + c_2(t_3 - t_2)} \\
&= \frac{(100 \times 0.36 + 200 \times 4.2) \times 15}{330 + 4.2 \times 5} \fallingdotseq 37[\mathrm{g}]
\end{aligned}
$$

【2】

《解答》

(1) 1°C あたりの吸収熱量が C なので,

$$Q = Ct \qquad \therefore \quad C = \frac{Q}{t}$$

1g あたりの熱容量が c なので,

$$C = mc \qquad \therefore \quad c = \frac{Q}{mt}$$

(2) 1s あたりの発生熱量は 12V×1.3A= 15.6W なので, 300s で発生したジュール熱は,

$$\begin{aligned} Q &= 15.6 \times 300 = 4680 \\ &\fallingdotseq 4.7 \times 10^3 [\mathrm{J}] \end{aligned}$$

(3) (2) の熱量により, 温度が 5.5°C 上昇したので,

$$(200 \times 4.2 \times 5.5) + C \times 5.5 = 4680 \qquad \therefore \quad C \fallingdotseq 11[\mathrm{J/K}]$$

(4) 金属の温度が 71.0°C 下がるときに放出した熱量と水熱量計の温度が 2.0°C 上がるときに吸収した熱量が一致するので,

$$62.5 \times c \times 71.0 = 200 \times 4.2 \times 2.0 + 11 \times 2.0 \qquad \therefore \quad c \fallingdotseq 0.38[\mathrm{J/(g \cdot K)}]$$

(5) 銅

【3】

《解答》

(1) $-10°\mathrm{C}$ の氷を $0°\mathrm{C}$ の氷にするのに必要な熱量を Q_1 とすると，

$$Q_1 = 10[\mathrm{g}] \times 2.1[\mathrm{J/g \cdot K}] \times 10[\mathrm{K}] = 210[\mathrm{J}]$$

(2) $0°\mathrm{C}$ の氷を $0°\mathrm{C}$ の水にするのに必要な熱量を Q_2 とすると，

$$Q_2 = 334.0[\mathrm{J/g}] \times 10[\mathrm{g}] = 3340[\mathrm{J}]$$

(3) $100°\mathrm{C}$ の水蒸気が $100°\mathrm{C}$ の水になるときに放出する熱量を Q_3 とすると，

$$Q_3 = 2259[\mathrm{J/g}] \times m[\mathrm{g}] = 2259m[\mathrm{J}]$$

(4) $100°\mathrm{C}$ の水が $0°\mathrm{C}$ の水になるときに放出する熱量を Q_4 とすると，

$$Q_4 = m[\mathrm{g}] \times 4.2[\mathrm{J/g \cdot K}] \times 100[\mathrm{K}] = 420m[\mathrm{J}]$$

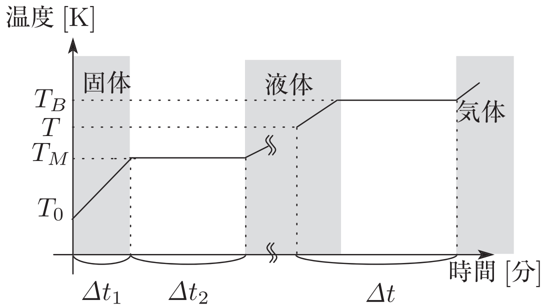
(5) $Q_3 + Q_4 = Q_1 + Q_2$ が成立するので，

$$2259m + 420m = 210 + 3340 \qquad \therefore \quad m = 1.3[\mathrm{g}]$$

【4】

《解答》

この物質の温度は，おおよそ下図のように変化していったと考えられる．



(1) mc_s[J/K]

(2) 加熱前の温度を T_0[K] とすると，

$$mc_s(T_M - T_0) = Q\Delta t_1 \qquad \therefore \quad T_0 = T_M - \frac{Q\Delta t_1}{mc_s}$$

(3) $Q\Delta t_2$[J] の熱を吸収して m[g] がとけたので，

$$mH_M = Q\Delta t_2 \qquad \therefore \quad H_M = \frac{Q\Delta t_2}{m}$$

(4) 熱平衡に達するまでに金属の失った熱量が液体の得た熱量と等しいので，

$$Mc(T' - T) = mc_L(T - T_M) \qquad \therefore \quad T = \frac{mc_LT_M + McT'}{mc_L + Mc}$$

(5) 液体と金属の温度を T[K] から T_B[K] まで上昇させる過程で必要な熱量は，

$$mc_L(T_B - T) + Mc(T_B - T) = (mc_L + Mc)(T_B - T)$$

また，温度 T_B[K] の液体を気体にする過程で必要な熱量は mH_B[J] と表せる．これらの熱量を与えるのにかかる時間を Δt[分] とすると，

$$(mc_L + Mc)(T_B - T) + mH_B = Q\Delta t$$

$$\therefore \quad \Delta t = \frac{(mc_L + Mc)(T_B - T) + mH_B}{Q}$$

P2J
高２東大物理

Z-KAI

会員番号		氏　名	