M3MB

本科 2 期 12 月度

解答

Ｚ会東大進学教室

難関大数学ⅠＡⅡＢ

難関大文系数学Ｍ

２４章　総合演習（２）

問題

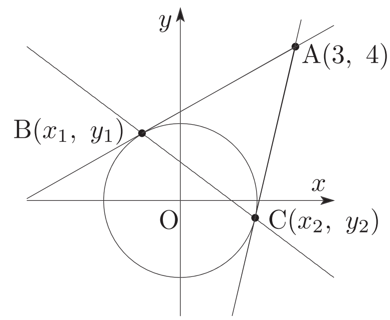
【1】(1) 点 $B(x_1,\ y_1)$ における接線の方程式は

$$x_1x + y_1y = a^2$$

であり，この接線が点 $A(3, 4)$ を通るので

$$3x_1 + 4y_1 = a^2 \cdots\cdots ①$$

が成り立つ．　　　　　　　　　（証終）



(2) $C(x_2,\ y_2)$ とすると，(1) と同様に

$$3x_2 + 4y_2 = a^2 \cdots\cdots ②$$

が成り立つ．

①, ② より 2 点 B，C が直線

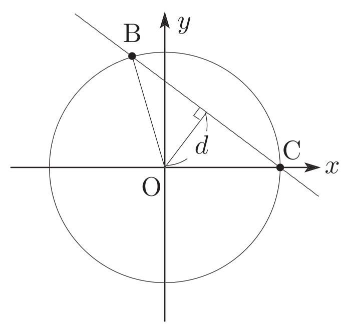
$$3x + 4y = a^2$$

上にあることがわかるので，直線 BC の方程式は

$$\boldsymbol{3x + 4y = a^2}$$　(答)

原点 O と直線 BC の距離を d とすると

$$d = \frac{|a^2|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{a^2}{5}$$



よって

$$BC = 2\sqrt{a^2 - d^2} = 2\sqrt{a^2 - \frac{a^4}{25}}$$

であるから BC > 3 より

$$2\sqrt{a^2 - \frac{a^4}{25}} > 3 \iff 4\left(a^2 - \frac{a^4}{25}\right) > 9$$
$$\iff 4(25a^2 - a^4) > 225$$
$$\iff 4a^4 - 100a^2 + 225 < 0$$
$$\iff (2a^2 - 45)(2a^2 - 5) < 0$$

すなわち

$$\frac{5}{2} < a^2 < \frac{45}{2}$$

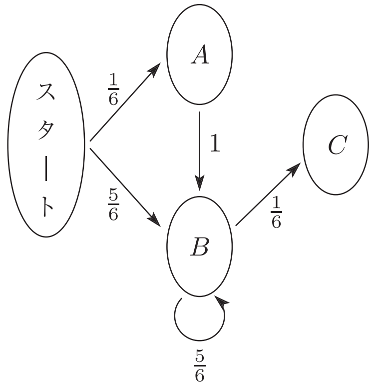
$0 < a < 5$ より

$$\boldsymbol{\frac{\sqrt{10}}{2} < a < \frac{3\sqrt{10}}{2}}$$　(答)

【2】事象 A, B, C を

$A:1$ の位置にある　　$B:2\sim7$ の位置にある　　$C:8$ の位置（ゴール）にある

とし，点の移動の仕方とその確率は



スタート→ A : 確率 $\dfrac{1}{6}$

スタート→ B : 確率 $\dfrac{5}{6}$

$A \to B$: 確率 1

$B \to B$: 確率 $\dfrac{5}{6}$

$B \to C$: 確率 $\dfrac{1}{6}$

のようになる．

(1) 2 回の移動でゴールするのは

スタート→ $B \to C$

の場合なので，その確率 p_2 は

$$p_2 = \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \boldsymbol{\frac{5}{36}} \qquad \text{(答)}$$

3 回の移動でゴールするのは

スタート→ $A \to B \to C$　　スタート→ $B \to B \to C$

の場合なので，この確率 p_3 は

$$p_3 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \boldsymbol{\frac{31}{216}} \qquad \text{(答)}$$

同様に，4 回の移動でゴールするのは

スタート→ $A \to B \to B \to C$　　スタート→ $B \to B \to B \to C$

の場合なので，この確率 p_4 は

$$p_4 = \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \boldsymbol{\frac{155}{1296}} \qquad \text{(答)}$$

(2) $n \geqq 3$ のとき，n 回の移動でゴールするのは

スタート→ $A \to B \to \cdots \to B \to C$　（B が途中で $n-2$ 回起こる）

スタート→ $B \to B \to \cdots \to B \to C$　（B が途中で $n-1$ 回起こる）

の場合なので，この確率 p_n は

$$\begin{aligned} p_n &= \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \cdots \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \cdots \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{36}\left(\frac{5}{6}\right)^{n-3} + \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} = \boldsymbol{\frac{31}{216}\left(\frac{5}{6}\right)^{n-3}} \end{aligned}$$

ただし，$\boldsymbol{p_1 = 0,\ p_2 = \frac{5}{36}}$ である．　　(答)

【3】 $2^x = X,\ 2^y = Y$ とおくと

$$X + Y = X^2 + Y^2,\ X > 0,\ Y > 0 \ \cdots\cdots \ ①$$

(1) $a = 2^x + 2^y = X + Y$ とおくと，$2^{x+y} = XY$ であり

$$a^2 = X^2 + Y^2 + 2XY$$

$$\therefore \quad XY = \frac{a^2 - (X^2 + Y^2)}{2} = \frac{a^2 - (X + Y)}{2} \quad (\because \ ①より)$$

$$= \frac{a^2 - a}{2}$$

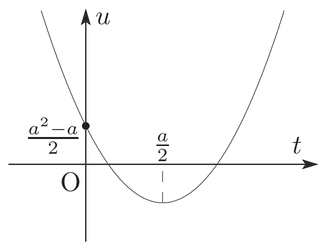
よって

$$\boldsymbol{2^{x+y} = \frac{a^2 - a}{2}} \qquad (答)$$

(2) (1) より，$X,\ Y$ は t の 2 次方程式

$$t^2 - at + \frac{a^2 - a}{2} = 0 \ \cdots\cdots \ ②$$

の実数解として得られる．よって，② が $t > 0$ の範囲に 2 つの実数解（重解の場合を含む）をもてばよく，tu 平面上の $u = t^2 - at + \frac{a^2 - a}{2}$ のグラフより，② の判別式を D，また，$f(t) = t^2 - at + \frac{a^2 - a}{2}$ とおけば



$$\begin{cases} D = a^2 - 2(a^2 - a) \geqq 0 \\ 軸：t = \dfrac{a}{2} > 0 \\ 端点：f(0) = \dfrac{a^2 - a}{2} > 0 \end{cases}$$

よって

$$1 < a \leqq 2 \qquad \therefore \quad \boldsymbol{1 < 2^x + 2^y \leqq 2} \qquad (答)$$

(3) (1) より

$$8^x + 8^y = X^3 + Y^3 = (X + Y)^3 - 3XY(X + Y)$$

$$= a^3 - \frac{3(a^2 - a)}{2}a = \frac{1}{2}(-a^3 + 3a^2)$$

ここで，$g(a) = -a^3 + 3a^2$ とおくと

$$g'(a) = -3a^2 + 6a = -3a(a - 2)$$

$1 < a \leqq 2$ において

$$g'(a) \geqq 0$$

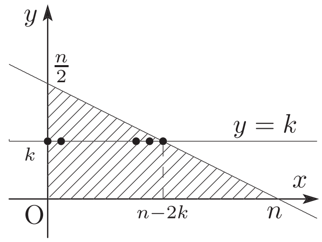
であるから

$$g(1) < g(a) \leqq g(2) \qquad \therefore \quad 2 < g(a) \leqq 4$$

したがって，$8^x + 8^y$ のとり得る値の範囲は

$$\boldsymbol{1 < 8^x + 8^y \leqq 2} \qquad (答)$$

【4】(1) $x+2y \leqq n,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0$ で表される領域 D は右図の斜線部分 (境界含む) のようになり，D に含まれる格子点（x 座標，y 座標がともに整数である点）の個数 $f(n)$ を求める．



領域 D の直線 $y=k$（k は整数）上にある格子点は

$n-2k+1$（個）

よって，n が偶数のとき，$n=2m$（m は正の整数）とおくと

$$
\begin{aligned}
f(n) &= \sum_{k=0}^{m}(2m-2k+1) \\
&= (2m+1)(m+1) - 2\cdot\frac{m(m+1)}{2} \\
&= (m+1)^2 = \left(\frac{n}{2}+1\right)^2 \\
&= \frac{1}{4}(n+2)^2
\end{aligned}
$$

また，n が奇数のとき，$n=2m-1$（m は正の整数）とおくと

$$
\begin{aligned}
f(n) &= \sum_{k=0}^{m-1}(2m-1-2k+1) \\
&= 2m(m-1+1) - 2\cdot\frac{(m-1)m}{2} \\
&= m^2+m = \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 + \frac{n+1}{2} \\
&= \frac{n^2}{4} + n + \frac{3}{4}
\end{aligned}
$$

以上より

$$
f(n) = \begin{cases} \boldsymbol{\frac{1}{4}(n+2)^2} & (\boldsymbol{n}\ \textbf{が偶数のとき}) \\ \boldsymbol{\frac{n^2}{4}+n+\frac{3}{4}} & (\boldsymbol{n}\ \textbf{が奇数のとき}) \end{cases}
$$

である．　　(答)

(2) z のとり得る値の範囲は

$z=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n$

であり，z をこの範囲で固定すると，$x+2y \leqq n-z,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0$ をみたす整数の値は

$f(n-z)$ (個)

である．よって，求める $(x,\ y,\ z)$ の組の個数は

$$\sum_{z=0}^{n} f(n-z) = f(n)+f(n-1)+\cdots+f(0) = \sum_{k=0}^{n} f(k)\text{（個）}$$

であり，n の偶奇で場合を分ける．

n が偶数のとき，$n=2m$（m は正の整数）とおくと

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{2m} f(k) &= \sum_{k=0}^{m} f(2k) + \sum_{k=1}^{m} f(2k-1)\\ &= \sum_{k=0}^{m}(k+1)^2 + \sum_{k=1}^{m}(k^2+k)\\ &= \frac{(m+1)(m+2)(2m+3)}{6} + \frac{m(m+1)(2m+1)}{6} + \frac{m(m+1)}{2}\\ &= \frac{(m+1)(4m^2+11m+6)}{6} = \frac{(m+1)(m+2)(4m+3)}{6}\\ &= \frac{(n+2)(n+4)(2n+3)}{24}\end{aligned}$$

n が奇数のとき，$n=2m-1$（m は正の整数）とおくと

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{2m-1} f(k) &= \sum_{k=0}^{m-1} f(2k) + \sum_{k=1}^{m} f(2k-1)\\ &= \sum_{k=0}^{m-1}(k+1)^2 + \sum_{k=1}^{m}(k^2+k)\\ &= \frac{m(m+1)(2m+1)}{6} + \frac{m(m+1)(2m+1)}{6} + \frac{m(m+1)}{2}\\ &= \frac{m(m+1)(4m+5)}{6}\\ &= \frac{(n+1)(n+3)(2n+7)}{24}\end{aligned}$$

以上より，題意をみたす整数の組 $(x,\ y,\ z)$ の個数は

$$\begin{cases} \boldsymbol{\dfrac{(n+2)(n+4)(2n+3)}{24}} & \text{（ } \boldsymbol{n} \text{ が偶数のとき）} \\ \boldsymbol{\dfrac{(n+1)(n+3)(2n+7)}{24}} & \text{（ } \boldsymbol{n} \text{ が奇数のとき）} \end{cases}$$

である．　　(答)

問題

【1】$t=\sin x+\cos x$ とおくと

$$t^2=1+2\sin x\cos x$$

$$\therefore \quad \sin x\cos x=\frac{t^2-1}{2}$$

であるから

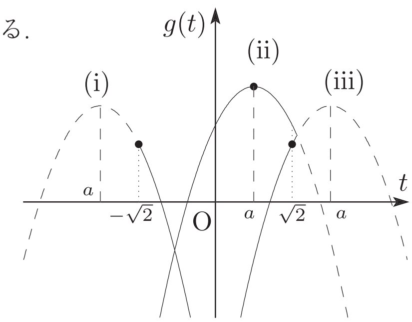
$$\begin{aligned} f(x)&=at-\frac{t^2-1}{2}\\ &=-\frac{1}{2}(t-a)^2+\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}\ (=g(t)\text{ とおく}) \end{aligned}$$

また

$$t=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$$

であるから，t のとり得る値の範囲は

$$-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}$$



(i) $a\leqq-\sqrt{2}$ のとき，$g(t)$ は $t=-\sqrt{2}$ で最大となる．

よって，最大値が 3 であるから

$$g(-\sqrt{2})=-\sqrt{2}a-\frac{1}{2}=3$$

$$\therefore \quad a=-\frac{7}{2\sqrt{2}}=-\frac{7\sqrt{2}}{4}$$

となり，$a\leqq-\sqrt{2}$ をみたす．

(ii) $-\sqrt{2}\leqq a\leqq\sqrt{2}$ のとき，$g(t)$ は $t=a$ で最大となる．よって，最大値が 3 であるから

$$g(a)=\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}=3$$

$$\therefore \quad a=\pm\sqrt{5}$$

となるが，これは $-\sqrt{2}\leqq a\leqq\sqrt{2}$ をみたさない．

(iii) $a\geqq\sqrt{2}$ のとき，$g(t)$ は $t=\sqrt{2}$ で最大となる．よって，最大値が 3 であるから

$$g(\sqrt{2})=\sqrt{2}a-\frac{1}{2}=3$$

$$\therefore \quad a=\frac{7}{2\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{4}$$

となり，$a\geqq\sqrt{2}$ をみたす．

以上より，求める a の値は

$$\boldsymbol{a=\pm\frac{7\sqrt{2}}{4}} \qquad \text{(答)}$$

【2】(1) $n+1$ 回目の操作で，取り出したカードの総和が偶数になるのは

n 回目の総和が偶数で，$n+1$ 回目に偶数を取り出す

n 回目の総和が奇数で，$n+1$ 回目に奇数を取り出す

という排反な場合にわけることができる．

よって，偶数を取り出す確率は $\dfrac{1}{3}$，奇数を取り出す確率は $\dfrac{2}{3}$ であるから

$$p_{n+1} = \frac{1}{3}p_n + \frac{2}{3}(1-p_n)$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{p_{n+1} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}p_n} \qquad (答)$$

(2) $n=1$ のとき，p_1 は偶数を取り出す確率であるから

$$p_1 = \frac{1}{3}$$

(1) より

$$p_{n+1} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}\left(p_n - \frac{1}{2}\right)$$

と変形できるので

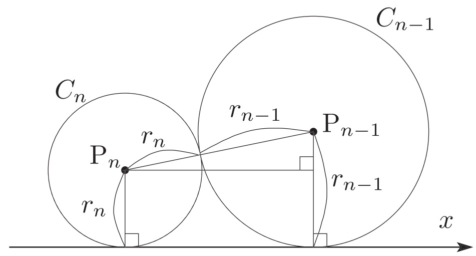
$$p_n - \frac{1}{2} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\left(p_1 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{6}\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{p_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{3}\right)^n} \qquad (答)$$

【3】$\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$ $(y_n > 0)$ とし，円 C_n の半径を r_n とすると円 C_n は x 軸と接するので

$y_n = r_n$

である．



円 C_n と円 C_{n-1} が外接するので

$$(r_n + r_{n-1})^2$$
$$=(r_{n-1} - r_n)^2 + (x_{n-1} - x_n)^2$$
$$\therefore \quad 4r_n r_{n-1} = (x_{n-1} - x_n)^2$$
$$\therefore \quad 2\sqrt{r_n r_{n-1}} = x_{n-1} - x_n \quad \cdots\cdots \text{①}$$

また，円 C_n と円 C_0 が外接するので，①と同様にして

$$2\sqrt{1 \cdot r_n} = x_n \quad \cdots\cdots \text{②}$$

よって，② より，$\sqrt{r_n} = \dfrac{x_n}{2}$，$\sqrt{r_{n-1}} = \dfrac{x_{n-1}}{2}$ であり，①に代入して

$$2 \cdot \frac{x_n}{2} \cdot \frac{x_{n-1}}{2} = x_{n-1} - x_n$$
$$\therefore \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{x_n} - \frac{1}{x_{n-1}} \quad (n = 2,\ 3,\ \cdots)$$

すなわち $\left\{\dfrac{1}{x_n}\right\}$ は初項 $\dfrac{1}{x_1} = \dfrac{1}{2}$，公差 $\dfrac{1}{2}$ の等差数列なので

$$\frac{1}{x_n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(n-1) = \frac{n}{2}$$
$$\therefore \quad x_n = \frac{2}{n},\ y_n = r_n = \frac{{x_n}^2}{4} = \frac{1}{n^2} \quad (n = 1,\ 2,\ \cdots)$$

したがって

(1) $\mathbf{P_3}\left(\boldsymbol{\dfrac{2}{3},\ \dfrac{1}{9}}\right)$

(2) $\mathbf{P}_{\boldsymbol{n}}\left(\boldsymbol{\dfrac{2}{n},\ \dfrac{1}{n^2}}\right)$ $\boldsymbol{(n \geqq 1)}$，$\mathbf{P_0(0,\ 1)}$

である．　　(答)

【4】(1) $n^3-n=(n-1)n(n+1)$

であるから，n^3-n は連続 3 整数の積で表される．すると，$n-1$, n, $n+1$ の 1 つは 3 の倍数で，$n-1$, n, $n+1$ の少なくとも 1 つは 2 の倍数であるから，n^3-n は 6 で割り切れる． （証終）

(2)
$$
\begin{aligned}
n^5-n&=n(n^2-1)(n^2+1)\\
&=(n-1)n(n+1)(n^2+1)\\
&=(n-1)n(n+1)(n^2-4+5)\\
&=(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)+5(n-1)n(n+1)
\end{aligned}
$$

すると，$n-2$, $n-1$, n, $n+1$, $n+2$ の 1 つは 5 の倍数であるから，(1) の結果とあわせて

$(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)$ は 30 の倍数

また，$5(n-1)n(n+1)$ も 30 の倍数であるから，n^5-n は 30 で割り切れる．

（証終）

問題

【1】 $\mathrm{PQ}^2 = (\cos 2\theta - \cos\theta)^2 + (\sin 2\theta - \sin\theta)^2$

$$= \cos^2 2\theta - 2\cos 2\theta\cos\theta + \cos^2\theta + \sin^2 2\theta - 2\sin 2\theta\sin\theta + \sin^2\theta$$

$$= 2 - 2(\cos 2\theta\cos\theta + \sin 2\theta\sin\theta)$$

$$= 2 - 2\cos(2\theta - \theta)$$

$$= 2 - 2\cos\theta$$

また，同様に

$\mathrm{QR}^2 = 2 - 2\cos 2\theta$

となるので

$$\mathrm{PQ}^2 + \mathrm{QR}^2 = 4 - 2(\cos\theta + \cos 2\theta)$$

$$= 6 - 2\cos\theta - 4\cos^2\theta$$

$$= -4\left(\cos\theta + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{25}{4}$$

よって，$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ より

$\mathbf{0 \leqq PQ^2 + QR^2 \leqq \dfrac{25}{4}}$　　(答)

【2】(1) $C: y=\dfrac{x^2}{2}$ と $l: y=k(x-1)$ より y を消去して得られる x の 2 次方程式

$$\frac{x^2}{2}=k(x-1) \qquad \therefore\quad x^2-2kx+2k=0 \ \cdots\cdots \ ①$$

が異なる 2 実解をもてばよいので，① の判別式を D として

$$\frac{D}{4}=k^2-2k>0 \qquad \therefore\quad \boldsymbol{k<0,\ 2<k} \qquad (答)$$

(2) $\mathrm{P}\left(p,\ \dfrac{p^2}{2}\right)$，$\mathrm{Q}\left(q,\ \dfrac{q^2}{2}\right)$ とすると，$y'=x$ より 2 点 P，Q における接線の傾き $\tan\alpha$，$\tan\beta$ はそれぞれ

$$\tan\alpha=p,\ \tan\beta=q$$

である.

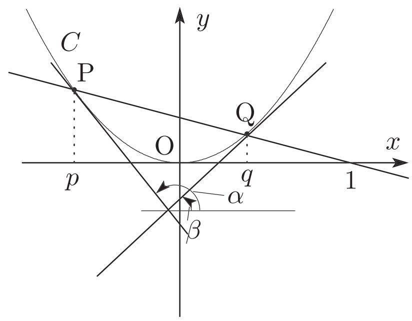
また，p，q は ① の 2 解なので解と係数の関係より

$$p+q=2k,\ pq=2k$$

であるから

$$\boldsymbol{\tan\alpha+\tan\beta=2k,\ \tan\alpha\tan\beta=2k} \qquad (答)$$

(3) $k<0$ のとき，P，Q の位置関係は右図のようになり



$$\angle\mathrm{PRQ}=\alpha-\beta$$

よって

$$\tan\angle\mathrm{PRQ}=\tan(\alpha-\beta)$$
$$=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$

$\angle\mathrm{PRQ}=135^\circ$ より

$$-1=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$

ここで，$p<q$ すなわち $\tan\alpha<\tan\beta$ であるから，①を解いて

$$\tan\alpha=k-\sqrt{k^2-2k},\ \tan\beta=k+\sqrt{k^2-2k}$$

よって

$$-1=\frac{-2\sqrt{k^2-2k}}{1+2k} \iff 1+2k=2\sqrt{k^2-2k}$$

$1+2k>0$ のもとで両辺 2 乗して

$$4k^2+4k+1=4k^2-8k \qquad \therefore\quad k=-\frac{1}{12}$$

これは $1+2k>0$ をみたす.

以上より求める k の値は

$$\boldsymbol{k=-\frac{1}{12}} \qquad (答)$$

【3】 $f(x)=-x^2+(a+2)x+a-3$, $g(x)=x^2-(a-1)x-2$ とおく.

(1) すべての x について, $(*)$ をみたす y が存在するためには

「すべての x について, $f(x)<g(x)$ が成立する」 $\cdots$①

$\Longleftrightarrow$「すべての x について, $2x^2-(2a+1)x-a+1>0$ が成立する」

ことが必要である. また, $g(x)-f(x)=0$ の判別式を D とおくと

$$
\begin{aligned}
① &\Longleftrightarrow D<0\\
&\Longleftrightarrow (2a+1)^2-2\cdot 4(-a+1)<0\\
&\Longleftrightarrow 4a^2+12a-7<0\\
&\Longleftrightarrow (2a-1)(2a+7)<0\\
&\Longleftrightarrow -\frac{7}{2}<a<\frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

よって, すべての x について $(*)$ をみたす y が存在するためには

$$-\frac{7}{2}<a<\frac{1}{2}$$

が必要条件であり, 逆にこのとき, $f(x)<g(x)$ であるから

$$y=\frac{f(x)+g(x)}{2}$$

なる y が存在し, すべての x について $(*)$ をみたす.

以上より, 求める a の範囲は

$$\boldsymbol{-\frac{7}{2}<a<\frac{1}{2}} \qquad \text{(答)}$$

(2) ある y が存在し, すべての x について $(*)$ をみたすためには, $f(x)$ の最大値を M, $g(x)$ の最小値を m とすると

「$M<m$ が成立する」 $\cdots$②

ことが必要かつ十分である. すると

$$M=f\left(\frac{a+2}{2}\right)=\frac{a^2}{4}+2a-2$$

$$m=g\left(\frac{a-1}{2}\right)=-\frac{a^2}{4}+\frac{a}{2}-\frac{9}{4}$$

より

$$
\begin{aligned}
② &\Longleftrightarrow -\frac{a^2}{4}+\frac{a}{2}-\frac{9}{4}>\frac{a^2}{4}+2a-2\\
&\Longleftrightarrow 2a^2+6a+1<0\\
&\Longleftrightarrow \frac{-3-\sqrt{7}}{2}<a<\frac{-3+\sqrt{7}}{2}
\end{aligned}
$$

以上より, 求める a の範囲は

$$\boldsymbol{\frac{-3-\sqrt{7}}{2}<a<\frac{-3+\sqrt{7}}{2}} \qquad \text{(答)}$$

【4】(1) $f(x)=ax^2+bx+c$ より

$$f(0)=c \cdots\cdots ①$$

$$f(1)=a+b+c \cdots\cdots ②$$

$$f(2)=4a+2b+c \cdots\cdots ③$$

であり，③ − ② × 2 より

$$2a-c=f(2)-2f(1) \qquad \therefore \quad 2a=f(2)-2f(1)+f(0) \quad (\because \ ①)$$

であり，$f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ がいずれも整数であるから，$2a$ は整数である．

また，③より

$$2b=f(2)-2\{f(2)-2f(1)+f(0)\}-f(0)$$
$$=-f(2)+4f(1)-3f(0)$$

であり，$f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ がいずれも整数であるから，$2b$ は整数である．

以上より，$2a$, $2b$ はともに整数である．（証終）

(2) m を整数とする．$n=2m$ のとき

$$f(2m)=4am^2+2bm+c$$
$$=2a\cdot 2m^2+2b\cdot m+c$$

であり，$2a$, $2b$, $2m^2$, m, $c(=f(0))$ はいずれも整数なので，$f(2m)$ は整数である．

$n=2m+1$ のとき

$$f(2m+1)=a(4m^2+4m+1)+b(2m+1)+c$$
$$=2a(2m^2+2m)+2b\cdot m+a+b+c$$

であり，$2a$, $2b$, $2m^2+2m$, m, $a+b+c(=f(1))$ はいずれも整数なので，$f(2m+1)$ は整数である．

以上より，すべての整数 n に対して，$f(n)$ は整数である．（証終）

M3MB

難関大数学Ⅰ A Ⅱ B

難関大文系数学 M

Z-KAI

会員番号		氏　名	