M1TK

本科 3 期 1 月度

解答

Z会東大進学教室

高 1 難関大数学 K

問題

【1】(1) $3\cdot 2\sqrt{2}i+4\sqrt{2}i-5\sqrt{2}i=\mathbf{5\sqrt{2}i}$　(答)

(2) $(1-i)^2(1-i^2)=(1-2i-1)\cdot 2=\mathbf{-4i}$　(答)

(3) $(3+\sqrt{3}i)(2-\sqrt{3}i)=\mathbf{9-\sqrt{3}i}$　(答)

(4) $\dfrac{2}{1+i}=\dfrac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{2(1-i)}{1-i^2}=\mathbf{1-i}$　(答)

(5) $i^{10}=(i^2)^5=(-1)^5=\mathbf{-1}$　(答)

(6) $\left(\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^3=\dfrac{-1+3\sqrt{3}i-3\cdot 3i^2+3\sqrt{3}i^3}{8}=\dfrac{8}{8}=\mathbf{1}$　(答)

【2】(1) $3x-y=10$ かつ $x+3y=0$ より，$\boldsymbol{x=3,\ y=-1}$　(答)

(2) 与式より，

$$x+yi=\frac{12-5i}{3+2i}=\frac{(12-5i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)}=\frac{36-10-39i}{9+4}=2-3i$$

x，y は実数だから，$\boldsymbol{x=2,\ y=-3}$　(答)

(3) $\{x^2+(y+2)x+y-2\}+(x+y-1)i=0$

$$\therefore\ \begin{cases} x^2+(y+2)x+y-2=0 \\ x+y-1=0 \end{cases}$$

第２式より，$y=1-x$．これを第１式に代入して

$x^2+(-x+3)x-x-1=0$　　$\therefore\ \boldsymbol{x=\dfrac{1}{2},\ y=\dfrac{1}{2}}$　(答)

【3】与えられた方程式 $x^2-2x-4=0$ において，解と係数の関係より

$$\alpha+\beta=2,\quad \alpha\beta=-4$$

である．

(1) (与式) $=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1=-4-2+1=\mathbf{-5}$　　(答)

(2) (与式) $=(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta=4+12=\mathbf{16}$　　(答)

(3) (与式) $=\dfrac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}=\dfrac{(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)}{\alpha\beta}=\mathbf{-8}$　　(答)

(4) 与式より

$$|\alpha-\beta|^2=\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=2^2-4\cdot(-4)=20$$

であるから

$$|\alpha-\beta|=\mathbf{2\sqrt{5}}\quad \text{(答)}$$

【4】(1) $\dfrac{1}{2}+\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{1}{6},\quad \dfrac{1}{2}\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)=-\dfrac{1}{6}$ より

$$x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}=0$$

$$\therefore\ \mathbf{6x^2-x-1=0}\quad \text{(答)}$$

(2) $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}+\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}=3,\quad \dfrac{3+\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3}{2}$ より

$$x^2-3x+\frac{3}{2}=0$$

$$\therefore\ \mathbf{2x^2-6x+3=0}\quad \text{(答)}$$

(3) $(5+3i)+(5-3i)=10,\quad (5+3i)(5-3i)=34$ より

$$\therefore\ \mathbf{x^2-10x+34=0}\quad \text{(答)}$$

【5】(1) $\sqrt{7-24i}=a+bi$ (a, b は実数) とおき，両辺を 2 乗して

$$a^2-b^2+2abi=7-24i$$

$$\therefore \begin{cases} a^2-b^2=7 \\ ab=-12 \end{cases}$$

第 2 式より

$$a^2b^2=144$$

これと，第 1 式より

$$a^2(a^2-7)=144 \iff a^4-7a^2-144=0$$
$$\iff (a^2+9)(a^2-16)=0$$

$a^2 \geqq 0$ であるから，$a^2=16$ $\therefore$ $a=\pm 4$.
よって，第 2 式を考え，

$$a=\pm 4,\ b=\mp 3 \quad (\text{複号同順}) \qquad \therefore \sqrt{7-24i}=\boldsymbol{\pm(4-3i)} \qquad (\text{答})$$

(2) 求める複素数を $x+yi$ (x, y は実数) とおくと

$$(x+yi)^2=i \iff x^2+2xyi-y^2=i$$
$$\iff (x^2-y^2)+2xyi=i$$
$$\therefore \begin{cases} x^2-y^2=0 & \cdots ① \\ 2xy=1 & \cdots ② \end{cases}$$

① より，

$$(x+y)(x-y)=0 \qquad \therefore x=\pm y$$

(i) $x=y$ のとき
② に代入して，$2y^2=1$ $\quad y=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$$\therefore (x,\ y)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right),\ \left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

(ii) $x=-y$ のとき
② より，$2y^2=-1$. これをみたす実数 y は存在しない.
以上より，求める i の平方根は

$$\boldsymbol{\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)} \qquad (\text{答})$$

【6】解と係数の関係より，$\alpha+\beta=3,\quad \alpha\beta=-1.$

(1)
$$\alpha+\beta+\alpha\beta=2$$
$$(\alpha+\beta)\cdot\alpha\beta=-3$$

であるから，求める方程式は，　$\boldsymbol{x^2-2x-3=0}$　(答)

(2)
$$\frac{\alpha+1}{\beta}+\frac{\beta+1}{\alpha}=\frac{\alpha^2+\beta^2+\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}=-14$$
$$\frac{\alpha+1}{\beta}\cdot\frac{\beta+1}{\alpha}=\frac{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}{\alpha\beta}=-3$$

であるから，求める方程式は，$\boldsymbol{x^2+14x-3=0}$　(答)

【7】(1) 2 解を α, β とすると，　$\alpha+\beta=k-1\ \cdots①$，　$\alpha\beta=2k\ \cdots②$

$|\alpha-\beta|=5$ の両辺を 2 乗して，

$$|\alpha-\beta|^2=5^2 \iff (\alpha-\beta)^2=5^2$$
$$\iff (\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=5^2$$

①, ② を代入して

$$(k-1)^2-8k=25 \iff k^2-10k-24=0 \quad \therefore\ (k-12)(k+2)=0$$

ゆえに，　$\boldsymbol{k=12}$ **または** $\boldsymbol{-2}$　(答)

(2) $x^2+ax+b=0$ の 2 解を α，β とすると

$$\begin{cases}\alpha+\beta=-a & \cdots①\\ \alpha\beta=b & \cdots②\end{cases}$$

また，$\dfrac{1}{\alpha}$，$\dfrac{1}{\beta}$ が，$x^2+bx+a=0$ の解であるから

$$\begin{cases}\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=-b & \cdots③\\ \dfrac{1}{\alpha}\cdot\dfrac{1}{\beta}=a & \cdots④\end{cases} \iff \begin{cases}\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-b & \cdots③'\\ \dfrac{1}{\alpha\beta}=a & \cdots④'\end{cases}$$

①，② を ③′，④′ に代入して，

$$\begin{cases}\dfrac{-a}{b}=-b\\ \dfrac{1}{b}=a\end{cases} \iff \begin{cases}a=b^2 & \cdots⑤\\ ab=1 & \cdots⑥\end{cases}$$

⑤，⑥ より，$b^3=1$．b は実数であるから，$b=1$.

これを ⑥ に代入して

$\boldsymbol{a=b=1}$　(答)

【8】(1) $\omega^2+\omega+1=\mathbf{0}$　　(答)

(2) n を 3 で割った余りで場合に分けて考える.

(i) $n=3m$　(m は正の整数) のとき

$$
\begin{aligned}
(\text{与式}) &= \omega^{6m}+\omega^{3m}+1=(\omega^3)^{2m}+(\omega^3)^m+1\\
&=1+1+1=3
\end{aligned}
$$

(ii) $n=3m+1$ (m は 0 または正の整数) のとき

$$
\begin{aligned}
(\text{与式}) &= \omega^{6m+2}+\omega^{3m+1}+1=(\omega^3)^{2m}\times\omega^2+(\omega^3)^m\times\omega+1\\
&=\omega^2+\omega+1=0
\end{aligned}
$$

(iii) $n=3m+2$ (m は 0 または正の整数) のとき

$$
\begin{aligned}
(\text{与式}) &= \omega^{6m+4}+\omega^{3m+2}+1=(\omega^3)^{2m+1}\times\omega+(\omega^3)^m\times\omega^2+1\\
&=\omega+\omega^2+1=0
\end{aligned}
$$

以上より

$$
(\text{与式})=\begin{cases}\mathbf{3} & (\boldsymbol{n}\text{ が }\mathbf{3}\text{ の倍数のとき})\\ \mathbf{0} & (\boldsymbol{n}\text{ が }\mathbf{3}\text{ の倍数でないとき})\end{cases}
$$
(答)

(3)　(i) $n=3k$ (k は正の整数) のとき

$$
\begin{aligned}
\omega^{-2n}+\omega^{-n}+1 &= (\omega^3)^{-2k}+(\omega^3)^{-k}+1\\
&=1+1+1=3
\end{aligned}
$$

(ii) $n=3k+1$ (k は 0 または正の整数) のとき

$$
\begin{aligned}
(\text{与式}) &= (\omega^3)^{-2k-1}\cdot\omega+(\omega^3)^{-k-1}\cdot\omega^2+1\\
&=\omega+\omega^2+1=0
\end{aligned}
$$

(iii) $n=3k+2$ (k は 0 または正の整数) のとき

$$
\begin{aligned}
(\text{与式}) &= (\omega^3)^{-2k-2}\cdot\omega^2+(\omega^3)^{-k-1}\cdot\omega+1\\
&=\omega^2+\omega+1=0
\end{aligned}
$$

以上より

$$
(\text{与式})=\begin{cases}\mathbf{3} & (\boldsymbol{n}\text{ が }\mathbf{3}\text{ の倍数のとき})\\ \mathbf{0} & (\boldsymbol{n}\text{ が }\mathbf{3}\text{ の倍数でないとき})\end{cases}
$$
(答)

【9】与えられた方程式の共通解を $x = t$ とおくと

$$\begin{cases} t^2 + at + 5 = 0 & \cdots ①' \\ t^2 + t + 5a = 0 & \cdots ②' \end{cases}$$

①′ − ②′ より

$$(a-1)t + 5(1-a) = 0$$
$$(a-1)(t-5) = 0$$
$$\therefore \quad a = 1 \text{ または } t = 5$$

(i) $a = 1$ のとき

①, ② はともに

$$x^2 + x + 5 = 0$$

ところが上式の判別式を D とすると

$$D = 1^2 - 4 \cdot 5 < 0$$

となり実数解をもたないから不適.

(ii) $t = 5$ のとき

① より

$$25 + 5a + 5 = 0 \qquad \therefore \quad a = -6$$

このとき

$$① \iff x^2 - 6x + 5 = 0$$
$$\therefore \quad x = 1,\ 5$$

また

$$② \iff x^2 + x - 30 = 0$$
$$\therefore \quad x = 5,\ -6$$

以上より

$\boldsymbol{a = -6}$, 共通解は $\boldsymbol{x = 5}$　　(答)

【10】与えられた方程式

$$\left(x^2 + 2ax + 3\right)\left(x^2 + 3x + 2a\right) = 0$$

が異なる 4 つの実数解をもつとき，2 つの 2 次方程式

$$\begin{cases} x^2 + 2ax + 3 = 0 & \cdots ① \\ x^2 + 3x + 2a = 0 & \cdots ② \end{cases}$$

がともに異なる 2 つの実数解をもち，かつ共通な解をもたない.

① の判別式を D_1 とすると

$$D_1/4 = a^2 - 3 > 0$$
$$\therefore \quad a < -\sqrt{3},\ \sqrt{3} < a \quad \cdots ③$$

② の判別式を D_2 とすると

$$D_2 = 9 - 4 \cdot 2a > 0$$

$$\therefore \quad a < \frac{9}{8} \quad \cdots ④$$

また，①，② が共通解をもつとき，それを $x = t$ とおくと

$$\begin{cases} t^2 + 2at + 3 = 0 & \cdots ①' \\ t^2 + 3t + 2a = 0 & \cdots ②' \end{cases}$$

①′ − ②′ より

$$(2a-3)t + (3-2a) = 0$$

$$(2a-3)(t-1) = 0$$

$$\therefore \quad a = \frac{3}{2} \text{ または } t = 1$$

(i) $a = \frac{3}{2}$ のとき

2 つの 2 次方程式 ①，② は一致し，

$$x^2 + 3x + 3 = 0$$

ところが上式の判別式を D_3 とすると

$$D_3 = 9 - 4 \cdot 3 < 0$$

となり，実数解をもたない．

(ii) $t = 1$ のとき

①′ に代入して

$$1 + 2a + 3 = 0 \qquad \therefore \quad a = -2$$

このとき

$$① \iff x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\therefore \quad x = 1,\ 3$$

また

$$② \iff x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\therefore \quad x = 1,\ -4$$

ゆえに，①，② が共通な実数解をもつとき

$$a = -2 \quad \cdots ⑤$$

以上より，求める a の値の範囲は，③ かつ ④ から ⑤ を除いたものであるから

$$\boldsymbol{a < -2,\ -2 < a < -\sqrt{3}} \qquad \textbf{(答)}$$

添削課題

【1】(1) $\sqrt{-2}\times\sqrt{-6}=\sqrt{2}i\times\sqrt{6}i=\sqrt{12}i^2=\mathbf{-2\sqrt{3}}$　　(答)

(2) $(1+2i)(3-2i)=3+4+6i-2i=\mathbf{7+4i}$　　(答)

(3)
$$\begin{aligned}\frac{2+3i}{1+2i}+\frac{2i}{3-i}&=\frac{(2+3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}+\frac{2i(3+i)}{(3-i)(3+i)}\\&=\frac{2-6i^2+3i-4i}{1+4}+\frac{6i+2i^2}{9+1}\\&=\frac{8-i}{5}+\frac{-1+3i}{5}\\&=\mathbf{\frac{7+2i}{5}}\end{aligned}$$
(答)

【2】
$$\begin{aligned}&x(1+4i+4i^2)+y(1-4i+4i^2)+6=0\\\Longleftrightarrow\ &x(-3+4i)+y(-3-4i)+6=0\\\Longleftrightarrow\ &(-3x-3y+6)+(4x-4y)i=0\end{aligned}$$

x，y は実数だから，

$$\begin{cases}-3x-3y+6=0\\4x-4y=0\end{cases}\qquad\therefore\ \mathbf{x=y=1}$$
(答)

【3】解と係数の関係より，$\alpha+\beta=-2, \alpha\beta=3$ である．

(1) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-2)^2-2\times3=\mathbf{-2}$　　(答)

(2)
$$\begin{aligned}\alpha^3+\beta^3&=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)\\&=(-2)^3-3\cdot3\cdot(-2)\\&=-8+18=\mathbf{10}\end{aligned}$$
(答)

(3) $\dfrac{\beta^2}{\alpha}+\dfrac{\alpha^2}{\beta}=\dfrac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}=\mathbf{\dfrac{10}{3}}$　　(答)

(4) α は $x^2+2x+3=0$ の解であるから，

$$\alpha^2+2\alpha+3=0$$

$$\therefore\ \alpha^2+2\alpha+2=-1$$

同様に，$\beta^2+2\beta=-3$ が成り立つから，

$$\begin{aligned}2\beta^2+4\beta+5&=2(\beta^2+2\beta)+5\\&=2\cdot(-3)+5\\&=-1\end{aligned}$$

したがって，

$(\alpha^2+2\alpha+2)(2\beta^2+4\beta+5)=(-1)^2=\mathbf{1}$　　(答)

【4】$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-1$ より

$$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=\frac{4+2}{-1}=-6$$

$$\frac{\beta}{\alpha}\cdot\frac{\alpha}{\beta}=1$$

よって求める 2 次方程式は,

$$x^2-\left(\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}\right)x+\frac{\beta}{\alpha}\cdot\frac{\alpha}{\beta}=0$$

$\therefore\ \boldsymbol{x^2+6x+1=0}$ (答)

【5】求める複素数 $a+bi$ (a, b は実数) を 2 乗すると $-2-2\sqrt{3}i$ になるので,

$$(a+bi)^2=-2-2\sqrt{3}i \iff a^2+b^2i^2+2abi=-2-2\sqrt{3}i$$
$$\iff (a^2-b^2)+2abi=-2-2\sqrt{3}i$$

a, b は実数だから

$$\begin{cases} a^2-b^2=-2 & \cdots ① \\ ab=-\sqrt{3} & \cdots ② \end{cases}$$

$a \neq 0$ より, ② は,

$$b=-\frac{\sqrt{3}}{a}$$

これを ① に代入して

$$a^2-\frac{3}{a^2}=-2 \iff a^4+2a^2-3=0$$
$$\iff (a^2+3)(a^2-1)=0$$

a は実数なので, $a=\pm1$

よって,

$$a=\pm1,\ b=\mp\sqrt{3} \quad (複号同順)$$

これより, 求める複素数は

$$\boldsymbol{\pm\left(1-\sqrt{3}i\right)} \quad (答)$$

【6】(1) $\omega^4+\omega^2+1=\omega^3\cdot\omega+\omega^2+1 \quad (\omega^3=1)$

$$=\omega^2+\omega+1$$
$$=\boldsymbol{0} \quad (答)$$

(2) $\omega^2+\omega+1=0$ より, $1+\omega=-\omega^2$

$$\omega(1+\omega)^4=\omega(-\omega^2)^4$$
$$=\omega\cdot\omega^8$$
$$=\omega^9$$
$$=\boldsymbol{1} \quad (答)$$

(3) $(\omega + 2\omega^2)^2 + (\omega^2 + 2\omega)^2 = \omega^2 + 4\omega^3 + 4\omega^4 + \omega^4 + 4\omega^3 + 4\omega^2$

$= 5\omega^4 + 8\omega^3 + 5\omega^2$

$= 5\omega^3 \cdot \omega + 8 + 5\omega^2$

$= 5(\omega^2 + \omega) + 8$

$= -5 + 8$

$= \mathbf{3}$　　(答)

問題

【1】(1) ①

$$\begin{array}{r|l} & x^2 \quad +x+1 \\ \hline x-1 & x^3 \\ & x^3-x^2 \\ \hline & \quad x^2 \\ & \quad x^2-x \\ \hline & \qquad x \\ & \qquad x-1 \\ \hline & \qquad\quad 1 \end{array}$$

よって，商は $\boldsymbol{x^2+x+1}$，余りは **1**　　(答)

②

$$\begin{array}{r|l} & x^2 \quad -xy \quad +2y^2 \\ \hline x-2y & x^3-3x^2y+4xy^2-4y^3 \\ & x^3-2x^2y \\ \hline & \quad -x^2y+4xy^2 \\ & \quad -x^2y+2xy^2 \\ \hline & \qquad 2xy^2-4y^3 \\ & \qquad 2xy^2-4y^3 \\ \hline & \qquad\qquad 0 \end{array}$$

よって，商は $\boldsymbol{x^2-xy+2y^2}$，余りは **0**　　(答)

(2) $A(x)=kx^3+x^2-3k+7$ に $x=-2$ を代入して

$$A(-2)=(-2)^3\times k+(-2)^2-3k+7=-11k+11=0$$

これより，$\boldsymbol{k=1}$　　(答)

【2】(1)

$$\frac{a^2+a-6}{a^2+5a+6}\times\frac{a^2+2a}{a^2-a-2}=\frac{(a+3)(a-2)}{(a+2)(a+3)}\times\frac{a(a+2)}{(a+1)(a-2)}$$
$$=\boldsymbol{\frac{a}{a+1}}\quad\text{(答)}$$

(2)

$$\frac{x}{2(x-2)}+\frac{2}{x(2-x)}=\frac{x}{2(x-2)}-\frac{2}{x(x-2)}=\frac{x^2-4}{2x(x-2)}$$
$$=\frac{(x+2)(x-2)}{2x(x-2)}=\boldsymbol{\frac{x+2}{2x}}\quad\text{(答)}$$

【3】(1)

$$(x-1)(x^2+x-6)=0$$
$$(x-1)(x-2)(x+3)=0$$
$$\therefore\ \boldsymbol{x=1,\ 2,\ -3}\quad\text{(答)}$$

(2) $f(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$ とおくと

$$f(-1) = -1 - 1 + 5 - 3 = 0$$

より，$f(x)$ は $x + 1$ を因数にもつ．このとき

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)(x^2 - 2x - 3) \\ &= (x+1)^2(x-3) \end{aligned}$$

となるので，与えられた方程式は

$$(x+1)^2(x-3) = 0$$

したがって，$\boldsymbol{x = -1,\ 3}$　　(答)

(3) $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 1$ とおくと

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{5}{4} - 1 = 0$$

より，$f(x)$ は $x + \dfrac{1}{2}$，すなわち $2x + 1$ を因数にもつ．このとき

$$f(x) = (2x+1)(x^2 + 2x - 1)$$

となるので与えられた方程式は

$$(2x+1)(x^2 + 2x - 1) = 0$$

したがって，$\boldsymbol{x = -\dfrac{1}{2},\ -1 \pm \sqrt{2}}$　　(答)

(4) 与えられた方程式の左辺を展開して整理すると

$$x^3 - 7x - 6 = 0$$

この方程式の左辺を $f(x)$ とおくと

$$f(-1) = -1 + 7 - 6 = 0$$

より，$f(x)$ は $x + 1$ を因数にもつ．このとき

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)(x^2 - x - 6) \\ &= (x+1)(x+2)(x-3) \end{aligned}$$

となるので与えられた方程式は

$$(x+1)(x+2)(x-3) = 0$$

したがって，$\boldsymbol{x = -1,\ -2,\ 3}$　　(答)

(5)
$$\begin{aligned} &(x^2 - 4)(x^2 - 9) = 0 \\ &(x+2)(x-2)(x+3)(x-3) = 0 \\ &\therefore \boldsymbol{x = \pm 2,\ \pm 3} \quad \text{(答)} \end{aligned}$$

(6) $f(x) = 2x^4 - x^3 - 14x^2 + 19x - 6$ とおくと

$$f(1) = 2 - 1 - 14 + 19 - 6 = 0$$

より，$f(x)$ は $x - 1$ を因数にもつ．このとき

$$f(x) = (x - 1)(2x^3 + x^2 - 13x + 6)$$

さらに，$g(x) = 2x^3 + x^2 - 13x + 6$ とおくと

$$g(2) = 16 + 4 - 26 + 6 = 0$$

よって，与えられた方程式は

$$(x - 1)(x - 2)(2x^2 + 5x - 3) = 0$$
$$(x - 1)(x - 2)(x + 3)(2x - 1) = 0$$

ゆえに，$\boldsymbol{x = 1,\ 2,\ -3,\ \frac{1}{2}}$ **(答)**

【4】$x = 2 - i$ が解であるから

$$(2 - i)^3 - 5(2 - i)^2 + a(2 - i) + b = 0$$
$$\therefore\ (9 - a)i + (2a + b - 13) = 0$$

$9 - a$，$2a + b - 13$ は実数であるから

$$\begin{cases} 9 - a = 0 \\ 2a + b - 13 = 0 \end{cases} \qquad \therefore \begin{cases} \boldsymbol{a = 9} \\ \boldsymbol{b = -5} \end{cases} \qquad \text{(答)}$$

このとき

$$\begin{aligned} \text{(与式)} \quad &\Longleftrightarrow \quad x^3 - 5x^2 + 9x - 5 = 0 \\ &\Longleftrightarrow \quad (x - 1)(x^2 - 4x + 5) = 0 \\ &\qquad\quad \boldsymbol{x = 1,\ 2 \pm i} \qquad \text{(答)} \end{aligned}$$

＜別解＞

$x = 2 - i$ が解であるから，$x = 2 + i$ も解である．

$$(2 + i) + (2 - i) = 4$$
$$(2 + i)(2 - i) = 5$$

より，$x = 2 \pm i$ を 2 解とする 2 次方程式は

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

与式の左辺は上式の左辺で割り切れるから

$$\begin{aligned} \text{(与式)} \quad &\Longleftrightarrow \quad (x^2 - 4x + 5)(x + c) = 0 \quad \cdots (*) \\ &\Longleftrightarrow \quad x^3 - (4 - c)x^2 + (5 - 4c)x + 5c = 0 \end{aligned}$$

係数を比較して

$$\begin{cases} -5 = -(4 - c) \\ a = 5 - 4c \\ b = 5c \end{cases} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} a = 9 \\ b = -5 \\ c = -1 \end{cases}$$

ゆえに

$$(*) \iff (x^2-4x+5)(x-1)=0$$
$$\therefore\ x=1,\ 2\pm i$$

以上より

$$\boldsymbol{a=9,\ b=-5,\quad x=1,\ 2\pm i} \qquad \text{(答)}$$

【5】方程式の左辺を $f(x)$ とおく．$x=1$ が解であるから $f(1)=0$．ゆえに

$$1+a+(a^2-9a+1)+2(2a-1)=0$$
$$a^2-4a=0$$
$$\therefore\ a=0,\ 4$$

(i) $a=0$ のとき

$$f(x)=x^3+x-2=(x-1)(x^2+x+2)$$

ところが 2 次方程式 $x^2+x+2=0$ は，判別式 $D=1-8<0$ で実数解をもたないから，与式が 3 つの実数解をもつことに反する．

(ii) $a=4$ のとき

$$\begin{aligned} f(x)&=x^3+4x^2-19x+14\\ &=(x-1)(x^2+5x-14)\\ &=(x-1)(x-2)(x+7) \end{aligned}$$

よって，$f(x)=0$ の他の解は，$x=2,\ -7$ で，方程式は 3 つの実数解をもつ．

以上より

$a=4$　他の解は $x=2,\ -7$　　(答)

【6】3 次方程式 $x^3+3x-2=0$ の 3 つの解が α，β，γ であるから，解と係数の関係により

$$\alpha+\beta+\gamma=0,\quad \beta\gamma+\gamma\alpha+\alpha\beta=3,\quad \alpha\beta\gamma=2$$

このとき，第 1 式より

$$\beta+\gamma=-\alpha,\quad \gamma+\alpha=-\beta,\quad \alpha+\beta=-\gamma$$

であるから，$-\alpha$，$-\beta$，$-\gamma$ を 3 つの解とする 3 次方程式を求める．

$$\begin{cases} (-\alpha)+(-\beta)+(-\gamma)=-(\alpha+\beta+\gamma)=0\\ (-\beta)(-\gamma)+(-\gamma)(-\alpha)+(-\alpha)(-\beta)=\beta\gamma+\gamma\alpha+\alpha\beta=3\\ (-\alpha)(-\beta)(-\gamma)=-\alpha\beta\gamma=-2 \end{cases}$$

したがって，求める 3 次方程式は

$$x^3-0\cdot x^2+3x-(-2)=0$$
$$\therefore\ \boldsymbol{x^3+3x+2=0} \qquad \text{(答)}$$

【7】解と係数の関係より

$$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{3}{2},\quad \beta\gamma+\gamma\alpha+\alpha\beta=\frac{2}{2}=1,\quad \alpha\beta\gamma=-\frac{4}{2}=-2$$

(1) $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}=\dfrac{\beta\gamma+\gamma\alpha+\alpha\beta}{\alpha\beta\gamma}=\dfrac{1}{-2}=\boldsymbol{-\dfrac{1}{2}}$　　(答)

(2) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\beta\gamma+\gamma\alpha+\alpha\beta)$

$$=\left(-\frac{3}{2}\right)^2-2\cdot 1=\boldsymbol{\frac{1}{4}}$$　　(答)

(3) $(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)=\left(-\dfrac{3}{2}-\gamma\right)\left(-\dfrac{3}{2}-\alpha\right)\left(-\dfrac{3}{2}-\beta\right)$

$$=-\frac{27}{8}-\frac{9}{4}(\alpha+\beta+\gamma)-\frac{3}{2}(\gamma\alpha+\alpha\beta+\beta\gamma)-\alpha\beta\gamma$$

$$=-\frac{27}{8}-\frac{9}{4}\left(-\frac{3}{2}\right)-\frac{3}{2}\cdot 1-(-2)=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$　　(答)

【8】(1)

$$\begin{cases} x+y+z=2 & \cdots ① \\ x^2+y^2+z^2=14 & \cdots ② \\ x^3+y^3+z^3=20 & \cdots ③ \end{cases}$$

② より

$$(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)=14$$

① を代入して

$$xy+yz+zx=-5 \quad \cdots ④$$

③ より

$$20-3xyz=x^3+y^3+z^3-3xyz$$
$$=(x+y+z)\{(x^2+y^2+z^2)-(xy+yz+zx)\}$$

①，②，④ を代入して

$$xyz=-6 \quad \cdots ⑤$$

①，④，⑤ より，x，y，z を解とする t の 3 次方程式は

$\boldsymbol{t^3-2t^2-5t+6=0}$　　(答)

(2) $t^3-2t^2-5t+6=0 \iff (t-1)(t-3)(t+2)=0$

$$\therefore\ t=1,\ 3,\ -2$$

ゆえに

$(x,\ y,\ z)$ =(1, 3, −2), (3, 1, −2), (1, −2, 3)
(−2, 1, 3), (3, −2, 1), (−2, 3, 1)　　(答)

【9】(1) $$3x^3-(3+a)x^2+a=0 \quad \cdots(*)$$
$$(x-1)(3x^2-ax-a)=0$$

$(*)$ は，a の値に関係なく $x=1$ を解にもつ.

ここで，$f(x)=3x^2-ax-a$ とおくと，$(*)$ が重解をもつには，$f(x)=0$ が $x=1$ を解にもつ，すなわち $f(1)=0$ であるか，または $f(x)=0$ が重解をもてばよい.

(i) $f(x)=0$ が $x=1$ を解にもつとき

$f(1)=0$ より，$3-2a=0 \qquad \therefore\ a=\dfrac{3}{2}$

このとき，

$$\begin{aligned} f(x)=0 \quad &\Longleftrightarrow \quad 3x^2-\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}=0 \\ &\Longleftrightarrow \quad 2x^2-x-1=0 \\ &\Longleftrightarrow \quad (2x+1)(x-1)=0 \qquad \therefore\ x=-\frac{1}{2},\ 1 \end{aligned}$$

(ii) $f(x)=0$ が重解をもつとき

$f(x)=0$ の判別式を D とすると，$D=0$ であればよいので

$$\begin{aligned} D=a^2-4\cdot3\cdot(-a)&=0 \\ a^2+12a&=0 \\ a(a+12)&=0 \qquad \therefore\ a=0,\ -12 \end{aligned}$$

$a=0$ のとき，$f(x)=0$ は，$3x^2=0$ であるから，重解は $x=0$

$a=-12$ のとき，

$$\begin{aligned} f(x)=0 \quad &\Longleftrightarrow \quad 3x^2+12x+12=0 \\ &\Longleftrightarrow \quad x^2+4x+4=0 \\ &\Longleftrightarrow \quad (x+2)^2=0 \qquad \therefore\ x=-2 \end{aligned}$$

以上から

$$\begin{cases} \boldsymbol{a=\dfrac{3}{2}} \text{ のとき} & \boldsymbol{x=1}\ \textbf{(重解)},\ \ \boldsymbol{-\dfrac{1}{2}} \\ \boldsymbol{a=0} \text{ のとき} & \boldsymbol{x=0}\ \textbf{(重解)},\ \ \boldsymbol{1} \\ \boldsymbol{a=-12} \text{ のとき} & \boldsymbol{x=-2}\ \textbf{(重解)},\ \ \boldsymbol{1} \end{cases} \qquad \text{(答)}$$

(2) (1) から，求める条件は $f(x)=0$ が異なる 2 つの実数解をもち，それらが 1 に一致しないことである．すなわち，

$D>0$ かつ $f(1)\neq0$

であればよい.

$D=a^2+12a=a(a+12)>0$ より，$a<-12,\ 0<a \quad \cdots①$

$f(1)=3-2a\neq0$ より，$a\neq\dfrac{3}{2} \quad \cdots②$

① かつ ② より，

$$\therefore\ \boldsymbol{a < -12,\ 0 < a < \frac{3}{2},\ \frac{3}{2} < a} \qquad \text{(答)}$$

【10】方程式の係数は実数であるから，$\alpha = p + qi$ (p，q は実数．$q \fallingdotseq 0$) とおくと，$p - qi$ も解である．条件より

$$\begin{aligned}\alpha^2 = p - qi \quad &\iff \quad (p+qi)^2 = p - qi \\ &\iff \quad (p^2 - p - q^2) + (2p+1)qi = 0\end{aligned}$$

p，q は実数であるから

$$\begin{cases} p^2 - p - q^2 = 0 \\ (2p+1)q = 0 \end{cases}$$

$q \fallingdotseq 0$ より，第 2 式から　$p = -\dfrac{1}{2}$.

第 1 式から　$q = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

よって，α，α^2 を解にもつ 2 次方程式は

$$\begin{aligned}\alpha + \alpha^2 &= (p+qi) + (p-qi) = 2p = -1 \\ \alpha\alpha^2 &= (p+qi)(p-qi) = p^2 + q^2 = 1\end{aligned}$$

より

$$x^2 + x + 1 = 0$$

よって与えられた方程式の左辺は，$x^2 + x + 1$ を因数にもつので，定数項に注目して，

$$x^3 + ax^2 + bx + 1 = (x^2 + x + 1)(x + 1)$$

のように因数分解される．右辺を展開して係数を比較すると

$$\boldsymbol{a = 2,\ b = 2} \qquad \text{(答)}$$

添削課題

【1】(1)

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 3x^2 & -2x & +2 & \\
\hline
2x+1 & 6x^3 & -x^2 & +2x & -1 \\
 & 6x^3 & +3x^2 & & \\
\hline
 & & -4x^2 & +2x & \\
 & & -4x^2 & -2x & \\
\hline
 & & & 4x & -1 \\
 & & & 4x & +2 \\
\hline
 & & & & -3
\end{array}
$$

よって，

商：$\boldsymbol{3x^2 - 2x + 2}$，余り：$\boldsymbol{-3}$　　(答)

(2)

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & x & +4 & & \\
\hline
x^2+2 & x^3 & +4x^2 & & +16 \\
 & x^3 & & +2x & \\
\hline
 & & 4x^2 & -2x & +16 \\
 & & 4x^2 & & +8 \\
\hline
 & & & -2x & +8
\end{array}
$$

よって，

商：$\boldsymbol{x + 4}$，余り：$\boldsymbol{-2x + 8}$　　(答)

【2】(1) $P(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + a \cdot 1 + b$

$= a + b - 1$

整式 $P(x)$ は $x-1$ で割り切れるから，因数定理より，

$a + b - 1 = 0$　$\cdots$①

また，

$P(-3) = (-3)^3 - 2 \cdot (-3)^2 + a \cdot (-3) + b$

$= -3a + b - 45$

整式 $P(x)$ は $x+3$ で割り切れるから，因数定理より，

$-3a + b - 45 = 0$　$\cdots$②

② − ① から，

$-4a - 44 = 0$　　$\therefore\ a = -11$

これを ① に代入して，

$-11 + b - 1 = 0$　　$\therefore\ b = 12$

よって，

$\boldsymbol{a = -11,\ b = 12}$　　(答)

(2) $P(-2) = (-2)^3 - a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) - 4$

$= -4a - 2b - 12$

$P(x)$ を $x+2$ で割ったときの余りが 10 であるから，剰余の定理より，

$-4a - 2b - 12 = 10$

$\therefore\ 2a + b = -11$　$\cdots$①

また，

$P(3) = 3^3 - a \cdot 3^2 + b \cdot 3 - 4$

$= -9a + 3b + 23$

$P(x)$ を $x-3$ で割ったときの余りが 35 であるから，剰余の定理より，

$-9a + 3b + 23 = 35$

$\therefore\ 3a - b = -4$　$\cdots$②

① + ② から，

$5a = -15$　　$\therefore\ a = -3$

これを ① に代入して，

$-6 + b = -11$　　$\therefore\ b = -5$

よって，$\boldsymbol{a = -3,\ b = -5}$　　(答)

【3】(1)

$$x^3+2x^2-11x-12=0$$

$$(x+1)(x^2+x-12)=0$$

$$(x+1)(x-3)(x+4)=0 \qquad \therefore\ \boldsymbol{x=-4,\ -1,\ 3} \qquad (答)$$

(2)

$$2x^3-3x^2+3x-1=0$$

$$(2x-1)(x^2-x+1)=0 \qquad \therefore\ \boldsymbol{x=\frac{1}{2},\ \frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}} \qquad (答)$$

(3)

$$x^4+3x^2+4=0$$

$$x^4+4x^2+4-x^2=0$$

$$(x^2+2)^2-x^2=0$$

$$(x^2+2+x)(x^2+2-x)=0$$

$x^2-x+2=0$，$x^2+x+2=0$ より，　$\boldsymbol{x=\frac{1\pm\sqrt{7}i}{2},\ \frac{-1\pm\sqrt{7}i}{2}}$ 　(答)

【4】(1) 解と係数の関係より

$$\alpha+\beta+\gamma=-3,\quad \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=5,\quad \alpha\beta\gamma=-10$$

ここで

$$(\alpha+1)+(\beta+1)+(\gamma+1)$$
$$=\alpha+\beta+\gamma+3=0$$
$$(\alpha+1)(\beta+1)+(\beta+1)(\gamma+1)+(\gamma+1)(\alpha+1)$$
$$=\alpha\beta+\alpha+\beta+1+\beta\gamma+\beta+\gamma+1+\gamma\alpha+\gamma+\alpha+1$$
$$=2(\alpha+\beta+\gamma)+\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha+3$$
$$=-6+5+3=2$$
$$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$$
$$=\alpha\beta\gamma+(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+1$$
$$=-10-3+5+1$$
$$=-7$$

であるから，求める方程式は

$$x^3-\{(\alpha+1)+(\beta+1)+(\gamma+1)\}x^2$$
$$+\{(\alpha+1)(\beta+1)+(\beta+1)(\gamma+1)+(\beta+1)(\gamma+1)\}x$$
$$-(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)=0$$

$\therefore\ \boldsymbol{x^3+2x+7=0}$ 　(答)

(2) 解と係数の関係より

$$\alpha+\beta+\gamma=-2,\quad \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3,\quad \alpha\beta\gamma=4$$

ここで,

$$\begin{aligned}
&(\alpha+\beta)+(\beta+\gamma)+(\gamma+\alpha)\\
&\quad=2(\alpha+\beta+\gamma)=-4\\
&(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)+(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)+(\gamma+\alpha)(\alpha+\beta)\\
&\quad=(-\gamma-2)(-\alpha-2)+(-\alpha-2)(-\beta-2)+(-\beta-2)(-\gamma-2)\\
&\quad=\gamma\alpha+2(\gamma+\alpha)+4+\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4+\beta\gamma+2(\beta+\gamma)+4\\
&\quad=\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha+4(\alpha+\beta+\gamma)+12\\
&\quad=3-8+12=7\\
&(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)\\
&\quad=(-\gamma-2)(-\alpha-2)(-\beta-2)\\
&\quad=-\{4(\alpha+\beta+\gamma)+2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+\alpha\beta\gamma+8\}\\
&\quad=-(-8+6+4+8)=-10
\end{aligned}$$

であるから, 求める 3 次方程式は

$$\begin{aligned}
&x^3-\{(\alpha+\beta)+(\beta+\gamma)+(\gamma+\alpha)\}x^2\\
&\qquad+\{(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)+(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)+(\gamma+\alpha)(\alpha+\beta)\}x\\
&\qquad\qquad-(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)=0
\end{aligned}$$

$\therefore$ $\boldsymbol{x^3+4x^2+7x+10=0}$ (答)

２９章　整数（１）ー約数・倍数，記数法ー

問題

【1】(1) 余りが 3 で，もとの数が 3 の倍数だから，商も 3 の倍数である．

商が 3 のとき

$17 \times 3 + 3 = 54$

商が 6 のとき

$17 \times 6 + 3 = 105$

これは 3 桁なので適さない．商が 9 以上の場合も同様.

よって

54

(2) $86 - 8 = 78$

より 78 の約数を考えると

1，2，3，6，13，26，39，78

割る数は余り 8 より大きいから

13，26，39，78

(3) $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

より，a は $3 \times 7 \times (\text{整数})^2$ の形の数である．

このうち最小のものは

$3 \times 7 \times 1^2 = \mathbf{21}$

(4) $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

これを割った商が整数の 2 乗になる最小の数は

$3 \times 5 = \mathbf{15}$

【2】(1) $144 = 2^4 \times 3^2$

より，個数は

$(4 + 1) \times (2 + 1) = \mathbf{15\ (個)}$

総和は

$(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) \times (1 + 3 + 3^2)$

$= 31 \times 13 = \mathbf{403}$

(2) $756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$

より，個数は

$(2 + 1) \times (3 + 1) \times (1 + 1) = \mathbf{24\ (個)}$

総和は

$(1 + 2 + 2^2) \times (1 + 3 + 3^2 + 3^3) \times (1 + 7)$

$= 7 \times 40 \times 8 = \mathbf{2240}$

(3) $3400 = 2^3 \times 5^2 \times 17$

より，個数は

$$(3+1)\times(2+1)\times(1+1) = \mathbf{24\ (個)}$$

総和は

$$(1+2+2^2+2^3)\times(1+5+5^2)\times(1+17)$$
$$= 15\times 31\times 18 = \mathbf{8370}$$

【3】(1) **125**

(2) **652**

(3) 一の位は 5 であるから

625

(4) 各位の数の和が 3 の倍数だから，3 つの数の組は

1，2，6 または 1，5，6

よって，これでできる最も大きい数は

651

(5) 4 の倍数は下 2 桁が 4 の倍数だから，下 2 桁は

12，16，52，56

それぞれ百の位が 2 通りずつあるから

$4\times 2 = \mathbf{8}$**(個)**

【4】(1) $97-13=84$，$139-13=126$

ここで，84 と 126 の最大公約数は

$$\begin{array}{r|rr} 7) & 84 & 126 \\ \hline 6) & 12 & 18 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

なので

$7\times 6 = 42$

よって，42 の約数のうち，余り 13 より大きいものだから

14，21，42

(2) 2 つの数は

$6\times a$，$6\times b$

(a と b は互いに素な正の整数で $a<b$)

と表せる．この積が 216 だから

$6\times a\times 6\times b = 216$

$a\times b = 216\div 36 = 6$

よって

$(a,\ b) = (1,\ 6)$，$(2,\ 3)$

ゆえに，求める整数の組は

6 と 36，または 12 と 18

(3) 2 つの数は

$8 \times a,\ 8 \times b$

(a と b は互いに素な正の整数で $a < b$)

と表せる．最大公約数の性質より

$96 = 8 \times a \times b$

$a \times b = 96 \div 8 = 12$

よって

$(a,\ b) = (1,\ 12),\ (3,\ 4)$

このとき，それぞれの整数は 8 と 96，24 と 32 となる．求める整数はともに 2 桁だから

24 と 32

【5】(1) 6 と 9 の最小公倍数 18 の倍数の個数だから

$100 = 18 \times 5 + 10$

よって

5 個

(2) 3 の倍数の個数から，3 と 5 の最小公倍数 15 の倍数の個数をひけばよい．ここで

$100 = 3 \times 33 + 1$

$100 = 15 \times 6 + 10$

であるから，求める個数は

$33 - 6 =$ **27 (個)**

(3) 3 の倍数の個数から，3 と 4 の最小公倍数 12 の倍数の個数をひけばよい．ここで

$99 = 3 \times 33,\ 9 = 3 \times 3$

$99 = 12 \times 8 + 3,\ 9 = 12 \times 0 + 9$

であるから，求める個数は

$(33 - 3) - 8 =$ **22 (個)**

【6】(1)

$$\begin{array}{rr} & 100_{(2)} \\ +) & 10_{(2)} \\ \hline & 110_{(2)} \end{array}$$

よって

$\mathbf{110_{(2)}}$

(2)

$$\begin{array}{rr} & 110_{(2)} \\ +) & 101_{(2)} \\ \hline & 1011_{(2)} \end{array}$$

よって

$\mathbf{1011_{(2)}}$

(3)

$$\begin{array}{rr} & 1011_{(2)} \\ -) & 100_{(2)} \\ \hline & 111_{(2)} \end{array}$$

よって

$\mathbf{111_{(2)}}$

(4)

$$\begin{array}{rr} & 1001_{(2)} \\ -) & 110_{(2)} \\ \hline & 11_{(2)} \end{array}$$

よって

$\mathbf{11_{(2)}}$

(5)

$$\begin{array}{rr}
 & 10111_{(2)} \\
\times) & 101_{(2)} \\
\hline
 & 10111_{(2)} \\
 & 10111_{(2)} \\
\hline
 & 1110011_{(2)}
\end{array}$$

よって　$\mathbf{1110011_{(2)}}$

(6)

$$\begin{array}{r}
111_{(2)} \\
1011_{(2)}\overline{)\,1001101_{(2)}} \\
1011_{(2)} \\
\hline
10000_{(2)} \\
1011_{(2)} \\
\hline
1011_{(2)} \\
1011_{(2)} \\
\hline
0_{(2)}
\end{array}$$

よって　$\mathbf{111_{(2)}}$

【7】(1)　$2012_{(3)} = 2 \times 3^3 + 1 \times 3 + 2 = 59$

より $2012_{(3)}$ は 10 進法の 59 だから，6 進法になおすと

$$\begin{array}{rrl}
6) & 59 & \\
\hline
6) & 9 & \cdots\ 5 \\
\hline
 & 1 & \cdots\ 3
\end{array}$$

よって

$\mathbf{135_{(6)}}$

(2)　$4^6 = 4096$，$4^7 = 16384$

だから，10 進法の 12345 を 4 進法になおすと 4^6 の位が最も上の位になる．よって，

7 桁

(3) 2 進法で 5 桁なのは

$10000_{(2)}$ 以上 $11111_{(2)}$ 以下

より，10 進法で 16 以上 31 以下の数である．

また，3 進法で 3 桁なのは

$100_{(3)}$ 以上 $222_{(3)}$ 以下

より，10 進法で 9 以上 26 以下の数である．

よって，16 以上 26 以下の数であるから

11 個

添削課題

【1】(1) 9 の倍数は各位の数の和が 9 の倍数であり

$$4+1+7=12$$

より，これに加えて 9 の倍数になる数は

6

(2) 3 の倍数は各位の数の和が 3 の倍数であり

$$2+6+5=13$$

より，これに加えて 3 の倍数になる数は

2，5，8

(3) 4 の倍数は下 2 桁が 4 の倍数であるから

1，3，5，7，9

(4) 6 の倍数は 2 の倍数であり，かつ 3 の倍数である数である．ここで

$$7+3+2=12$$

より，これに加えて 3 の倍数になる数で，かつ偶数であるものは

0，6

【2】求める数に 1 を加えると 6 でも 7 でも 8 でも割り切れるから，6，7，8 の最小公倍数から 1 をひいた数になる．ここで

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 6 & 7 & 8 \\ \hline & 3 & 7 & 4 \end{array}$$

より，6，7，8 の最小公倍数は

$$2\times3\times7\times4=168$$

よって，求める数は

$$168-1=\mathbf{167}$$

【3】

(1)

$$\begin{array}{rr} & 312_{(5)} \\ +) & 130_{(5)} \\ \hline & 442_{(5)} \end{array}$$

よって

$\mathbf{442_{(5)}}$

(2)

$$\begin{array}{rr} & 3241_{(5)} \\ +) & 1324_{(5)} \\ \hline & 10120_{(5)} \end{array}$$

よって

$\mathbf{10120_{(5)}}$

(3)

$$\begin{array}{rr} & 4012_{(5)} \\ -) & 1324_{(5)} \\ \hline & 2133_{(5)} \end{array}$$

よって

$\mathbf{2133_{(5)}}$

(4)

$$\begin{array}{rr} & 2411_{(5)} \\ -) & 432_{(5)} \\ \hline & 1424_{(5)} \end{array}$$

よって

$\mathbf{1424_{(5)}}$

M1TK
高１難関大数学Ｋ

Z-KAI

会員番号		氏　名	