P3T

本科 0 期 1 月度

解答

Z会東大進学教室

難関大物理／難関大物理 T

1章　等加速度直線運動

問題

■演習

【1】

《解答》

(1) $t = 3.0$ のときの加速度は

$$a = \frac{4.0 - 0}{7.0 - 0} \fallingdotseq \underline{0.57\,\mathrm{m/s^2}}$$

$t = 0$ から $t = 12$ までの平均加速度は

$$a = \frac{4.0 - 0}{12 - 0} \fallingdotseq \underline{0.33\,\mathrm{m/s^2}}$$

(2) $v - t$ グラフの傾きが加速度を表すから，最も傾斜が急な部分 $24 \leqq t \leqq 26$ において最も加速度の大きさが大きい．

$$a = \frac{-3.0 - 0}{26 - 24} = -1.5$$

$$\therefore\ \underline{24\text{ 秒から }26\text{ 秒まで}},\quad \underline{\text{下向き}},\quad \underline{1.5\mathrm{m/s^2}}$$

(3)

$0 \leqq t < 7.0 \quad a = \dfrac{4.0 - 0}{7.0 - 0} \fallingdotseq 0.57$

$7.0 \leqq t < 12 \quad a = \dfrac{4.0 - 4.0}{12 - 7.0} = 0$

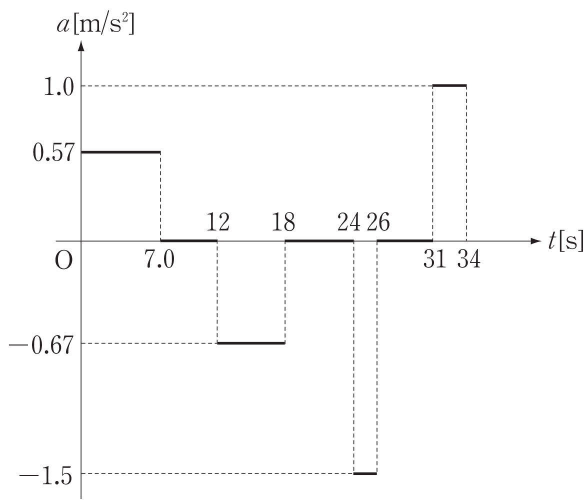
$12 \leqq t < 18 \quad a = \dfrac{0 - 4.0}{18 - 12} \fallingdotseq -0.67$

$18 \leqq t < 24 \quad a = \dfrac{0 - 0}{24 - 18} = 0$

$24 \leqq t < 26 \quad a = \dfrac{-3.0 - 0}{26 - 24} = -1.5$

$26 \leqq t < 31 \quad a = \dfrac{-3.0 - (-3.0)}{31 - 26} = 0$

$31 \leqq t \leqq 34 \quad a = \dfrac{0 - (-3.0)}{34 - 31} = 1.0$



(4) $t = 32$ のときの加速度は

$$a = \frac{0 - (-3.0)}{34 - 31} = 1.0$$

よって，$t = 32$ における速度は，$t = 31$ における速度を v_0 とすると

$$v = v_0 + a\Delta t = -3.0 + 1.0 \times (32 - 31) = -2.0$$

$$\therefore\ \underline{\text{速度}\ -2.0\,\mathrm{m/s}},\quad \underline{\text{加速度}\ 1.0\,\mathrm{m/s^2}},\quad \underline{\text{運動状態：減速しながら下降}}$$

(5)

$$\left.\begin{array}{ll} 0 \leqq t < 18 & \cdots \text{ 上昇} \\ 18 \leqq t < 24 & \cdots \text{ 停止} \\ 24 \leqq t < 34 & \cdots \text{ 下降} \\ 34 = t & \cdots \text{ 停止} \end{array}\right\}$$

よって，$t = 18$ のとき最高点となる．

また，上昇距離は $0 \leqq t \leqq 18$ における $v-t$ グラフの面積として計算されるから

$$\{(12 - 7.0) + (18 - 0)\} \times 4.0 \times \frac{1}{2} = 46$$

$\therefore$ $\underline{18\text{ 秒後}}$，　$\underline{\text{高さ } 46\,\mathrm{m}}$

(6) (5) と同様に考えると，$24 \leqq t \leqq 34$ における下降距離は

$$\{(31 - 26) + (34 - 24)\} \times 3.0 \times \frac{1}{2} = 22.5$$

よって，

$$46 + 22.5 = \underline{68.5\,\mathrm{m}}$$

(7) (5)(6) より

$$46 - 22.5 = \underline{23.5\,\mathrm{m}}$$

【2】

《解答》

(1) $v = v_0 + (-g)t = \underline{v_0 - gt}$

(2) 最高点に達するとき $v = 0$ となるので，$t = t_1$ のとき $v = 0$ であるから，(1) より

$$0 = v_0 - gt_1 \qquad \therefore \quad t_1 = \underline{\frac{v_0}{g}}$$

(3) $h = v_0 t + \frac{1}{2}(-g)t^2 = \underline{v_0 t - \frac{1}{2}gt^2}$

(4) $t = t_1$ のとき $h = h_1$ であるから，(2)(3) より

$$h_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2}g{t_1}^2 = v_0\left(\frac{v_0}{g}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 = \underline{\frac{{v_0}^2}{2g}}$$

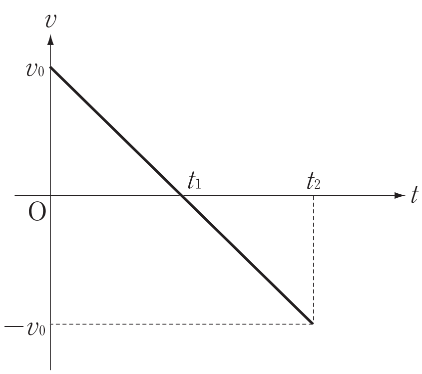
(5) $t = t_2$ のとき $h = 0$ であるから，(3) より

$$0 = v_0 t_2 - \frac{1}{2}g{t_2}^2 \qquad \therefore \quad t_2 = \underline{\frac{2v_0}{g}}\ (= 2t_1)$$

(6) $t = t_2$ のとき $v = v_2$ であるから，(1)(5) より

$$v_2 = v_0 - gt_2 = v_0 - g\left(\frac{2v_0}{g}\right) = \underline{-v_0}$$

(7)



添削課題

《解答》

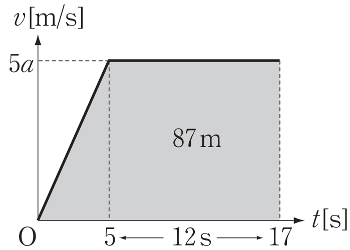
(1) エレベーターの初速度を v_0，動き始めてからの時間を t，求める速さを v とすると

$$v = v_0 + at = 0 + a \times 5 = \underline{5a\,[\mathrm{m/s}]}$$

(2) 求める高さを x とすると

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 \times 5 + \frac{1}{2} \times a \times 5^2 = \underline{\frac{25}{2}a\,[\mathrm{m}]}$$

(3) $v-t$ グラフの面積が移動距離を表すから



$$5a \times 5 \times \frac{1}{2} + 5a \times 12 = 87 \qquad \therefore \quad a = \underline{1.2\ \mathrm{m/s^2}}$$

一定の速さで上昇した距離は

$$5a \times 12 = 5 \times 1.2 \times 12 = \underline{72\ \mathrm{m}}$$

(4) 加速度 b で上昇した距離は　　$105 - 87 = 18$ m

この間，速さが $(5 \times 1.2 =)6$ m/s から 0 m/s になったから（$v^2 - {v_0}^2 = 2ax$ を用いると）

$$0^2 - 6^2 = 2 \times b \times 18 \qquad \therefore \quad b = -1 \qquad \underline{\text{下向きに } 1\ \mathrm{m/s^2}}$$

(5) 加速度 b で上昇した時間を t とすると $\left(\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = a \text{ を用いると}\right)$

$$\frac{0-6}{t} = -1 \qquad \therefore \quad t = 6$$

$$5 + 12 + 6 = \underline{23\text{ 秒}}$$

配点

(1)，(2)15 点

(3)30 点

(4)，(5)20 点

2章　放物運動

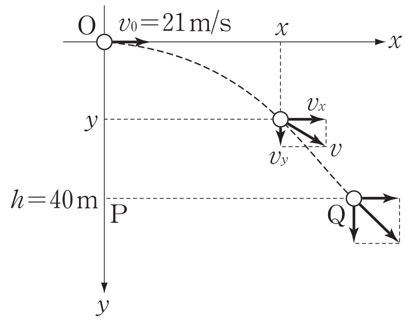
問題

■演習

【1】

《解答》

(1) 右図のように座標軸を設定すると，投げてから t 秒後の小球の位置は



$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix} t + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} t^2$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

地面に当たるまでの時間を t_1 [s] とおくと $t = t_1$ のとき $y = h$ であるから

$$h = \frac{1}{2}g{t_1}^2$$

$$\therefore \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 40}{9.8}} = \sqrt{\frac{400}{49}} = \frac{20}{7.0} \fallingdotseq \underline{2.9 \text{ s}}$$

(2) 求める距離を x_1 [m] とおくと

$$x_1 = v_0 t_1 = 21 \times \frac{20}{7.0} = \underline{60 \text{ m}}$$

(3) 投げてから t 秒後の小球の速度は

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} t \qquad \therefore \quad \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = gt \end{cases}$$

$t = t_1$ のとき $v_x = v_0 = 21$ m/s，$v_y = gt_1 = 9.8 \times \dfrac{20}{7.0} = 28$ m/s　であるから

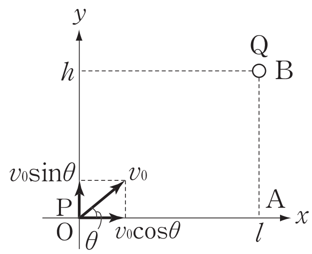
$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \underline{35 \text{ m/s}}, \qquad \tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{28}{21} \fallingdotseq \underline{1.3}$$

(4) 地面に当たるときの速度の y 成分は変化しないので，$v_y = 28$ m/s
$\theta = 45^\circ$ のとき，$\tan 45^\circ = \dfrac{v_y}{{v_0}'} = 1.0$　　$\therefore \quad {v_0}' = v_y = \underline{28\text{m/s}}$

【2】

《解答》

(1) 図のように座標軸を設定すれば，時刻 t [s] における P と Q の位置は



$$\text{P の位置}\quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_0\cos\theta \\ v_0\sin\theta \end{pmatrix} t + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} t^2$$

$$\text{Q の位置}\quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l \\ h \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} t + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} t^2$$

$$\begin{cases} x = v_0\cos\theta\cdot t \\ y = v_0\sin\theta\cdot t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = l \\ y = h - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Q に P が命中するということは，同時刻に P の座標と Q の座標が等しくなるということなので

$$\begin{cases} v_0\cos\theta\cdot t = l \quad \cdots ① \\ v_0\sin\theta\cdot t - \dfrac{1}{2}gt^2 = h - \dfrac{1}{2}gt^2 \quad \cdots ② \end{cases}$$

①より $t = \dfrac{l}{v_0\cos\theta}$ を②に代入して整理すると $\tan\theta = \underline{\dfrac{h}{l}}$

■解説　(1) の答え $\tan\theta = \dfrac{h}{l}$ を満たす θ の方向は O→Q 方向.
これは，P を Q が落下する前の位置 B に向けて発射すれば命中するということを表す.

(2) $\tan\theta = \dfrac{h}{l}$ より $\cos\theta = \dfrac{l}{\sqrt{l^2+h^2}}$
よって，命中するまでの時間を t_1 [s] とすると

$$t_1 = \frac{l}{v_0\cos\theta} = \underline{\frac{\sqrt{l^2+h^2}}{v_0}}$$

(3) Q が地面に落下するまでに命中しなければならないので，Q が地面に落下するまでの時間を t_2 [s] とすると

$$h - \frac{1}{2}g{t_2}^2 = 0 \qquad \therefore\quad t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

よって，$\sqrt{\dfrac{2h}{g}} \geqq \dfrac{\sqrt{l^2+h^2}}{v_0} \qquad \therefore\quad \underline{v_0 \geqq \sqrt{\dfrac{(l^2+h^2)g}{2h}}}$

(4) P が水平方向から Q に命中するということは，P が最高点に達したときに Q に命中するということであるから，P が最高点に達するまでの時間を t_3 [s] とすると

$$0 = v_0\sin\theta - gt_3 \qquad \therefore\quad t_3 = \frac{v_0\sin\theta}{g}$$

また，$\tan\theta = \dfrac{h}{l}$ より　$\sin\theta = \dfrac{h}{\sqrt{l^2+h^2}}$　　$\therefore$　$t_3 = \dfrac{hv_0}{g\sqrt{l^2+h^2}}$
この時間が命中するまでの時間 t_1 に等しければいいから

$$\frac{hv_0}{g\sqrt{l^2+h^2}} = \frac{\sqrt{l^2+h^2}}{v_0} \qquad \therefore \quad v_0 = \underline{\sqrt{\frac{(l^2+h^2)g}{h}}}$$

(5) P を発射してから t' [s] 後における，P，Q の速度は

$$\text{P の速度} \quad \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0\cos\theta \\ v_0\sin\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} t' \qquad \therefore \quad \begin{cases} v_x = v_0\cos\theta \\ v_y = v_0\sin\theta - gt' \end{cases}$$

$$\text{Q の速度} \quad \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} t' \qquad \therefore \quad \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = -gt' \end{cases}$$

よって，Q に対する P の相対速度の

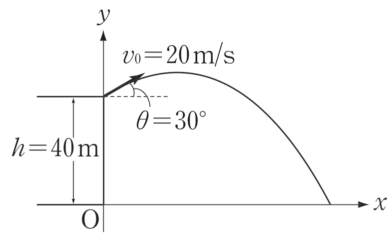
$$\text{水平方向成分の大きさ} \quad \left| v_0\cos\theta \right| = \underline{v_0\cos\theta}$$
$$\text{鉛直方向成分の大きさ} \quad \left| v_0\sin\theta - gt' - (-gt') \right| = \underline{v_0\sin\theta}$$

(6) (5) より，Q に対する P の相対速度は各成分ともに時間 t によらない定数なので，Q から見ると P は，$\underline{\text{速さ } v_0 \left(= \sqrt{(v_0\cos\theta)^2 + (v_0\sin\theta)^2}\right) \text{ の等速直線運動}}$ で近づいて来るように見える．

添削課題

《解答》

(1)(2) 図のように座標軸をとると



速度 $\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0\cos\theta \\ v_0\sin\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} t$

位置 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_0\cos\theta \\ v_0\sin\theta \end{pmatrix} t + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} t^2$

(1) $\begin{cases} v_x = v_0\cos\theta = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} & \therefore\ v_x = \underline{10\sqrt{3}\,[\mathrm{m/s}]}\ \cdots ① \\ v_y = v_0\sin\theta - gt = 20\times\frac{1}{2} - 10t = 10 - 10t & \therefore\ v_y = \underline{10-10t\,[\mathrm{m/s}]}\ \cdots ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x = v_0\cos\theta \cdot t = 20\times\frac{\sqrt{3}}{2}t = 10\sqrt{3}t & \therefore\ x = \underline{10\sqrt{3}t\,[\mathrm{m}]}\ \cdots ③ \\ y = h + v_0\sin\theta\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = 40 + 20\times\frac{1}{2}t - \frac{1}{2}\times 10t^2 & \\ \quad = 40 + 10t - 5t^2 & \therefore\ y = \underline{-5t^2+10t+40\,[\mathrm{m}]}\ \cdots ④ \end{cases}$

(3) 「最高点に到達した」とき $v_y = 0$ であるから

②より　$v_y = 10 - 10t = 0 \quad \therefore\ t = \underline{1.0\ \mathrm{s}}$

④より　$y = -5\times 1.0^2 + 10\times 1.0 + 40 = \underline{45\ \mathrm{m}}$

(4) 「地面に到達した」とき $y = 0$ であるから

④より　$y = -5t^2 + 10t + 40 = 0$

$t^2 - 2t - 8 = 0$

$(t+2)(t-4) = 0$　$t > 0$ より　$t = \underline{4.0\ \mathrm{s}}$

③より　$x = 10\sqrt{3}\times 4.0 = \underline{40\sqrt{3}\ \mathrm{m}}$

配点

(1)，(2)30 点

(3)，(4)20 点

3章　力とつり合い

問題

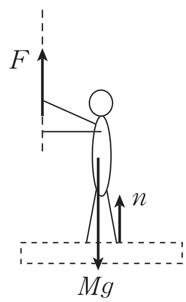
■演習

【1】

《解答》

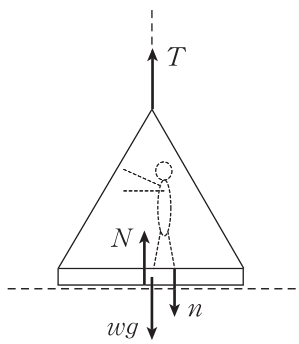
鉛直上向きを正として，人が板から受けている力の大きさを n [N]，板が地面から受けている力の大きさを N [N]，動滑車と板をつるしているロープの間の綱の張力の大きさを T [N] とすると

人に働く力のつり合い



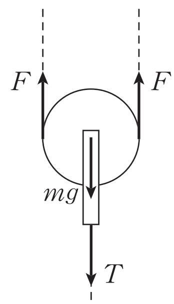
$F+n+(-Mg)=0\cdots$①

板および板をつるしている
ロープに働く力のつり合い



$T+N+(-n)+(-wg)=0\cdots$②

動滑車に働く力のつり合い



$2F+(-T)+(-mg)=0\cdots$③

(1) ①より　　$n=\underline{Mg-F}$ [N]

(2) ①+②+③ より　　$3F+N-(M+m+w)g=0$　　$\therefore$　$N=\underline{(M+m+w)g-3F}$ [N]

＜注意＞ 人が綱を F の力で引くとき，作用反作用の法則から人は綱に F の力で引かれます.

(3) 人が板とともに上昇し始める条件は，$N=0$，$n>0$ となることであるから

(1) より　$n=Mg-F>0$　　$\therefore$　$F<Mg$

(2) より　$N=(M+m+w)g-3F=0$　　$\therefore$　$\dfrac{(M+m+w)g}{3}=F$

よって，$\dfrac{(M+m+w)g}{3}=F<Mg$ であるから $\dfrac{(M+m+w)g}{3}<Mg$ である条件が必要となり

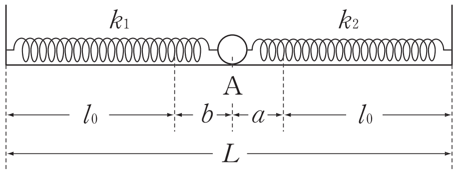
$$\frac{(M+m+w)g}{3}<Mg$$

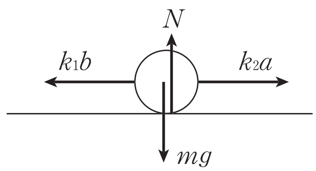
$$(M+m+w)g<3Mg \qquad \therefore \quad \underline{m+w<2M}$$

【2】

《解答》

(1)





ばね定数 k_1 のばねの伸びを b とすると，おもりに働く水平方向の力のつりあいより

$$-k_1b + k_2a = 0$$

ここで，$2l_0 + a + b = L$ であるから $b = L - 2l_0 - a$

よって，$-k_1(L - 2l_0 - a) + k_2a = 0$

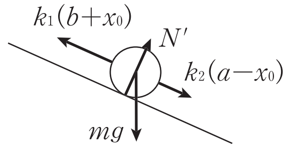
$$(k_1 + k_2)a = k_1(L - 2l_0) \qquad \therefore \quad \underline{a = \frac{k_1}{k_1 + k_2}(L - 2l_0)}$$

また，おもりを A からばねの方向に沿って右に x だけ動かしたとすると，

$$\begin{aligned} F &= -\,k_1(b + x) + k_2(a - x) \\ &= -\,k_1(L - 2l_0 - a + x) + k_2(a - x) \\ &= -\,(k_1 + k_2)x + (k_1 + k_2)a - k_1(L - 2l_0) \\ &= -\,(k_1 + k_2)x + (k_1 + k_2) \cdot \frac{k_1}{k_1 + k_2}(L - 2l_0) - k_1(L - 2l_0) = \underline{-(k_1 + k_2)x} \end{aligned}$$

※　答えの符号 (マイナス) は，おもりがばねから受ける力 F が変位 x と逆向きであることを表しており，x が正の値をとるとき F は負の値をとり，x が負の値をとるとき F は正の値をとるということになります．この結果は，おもりを A からばねの方向に沿って左に x だけ動かしたと設定しても結果は同じです．

(2) 斜面に沿って下向きを正とすると，おもりに働く斜面に沿って下向きの力のつりあいより



$$mg\sin\theta - k_1(b+x_0) + k_2(a-x_0) = 0$$

$$mg\sin\theta - k_1(L-2l_0-a+x_0) + k_2(a-x_0) = 0$$

$$mg\sin\theta - (k_1+k_2)x_0 + (k_1+k_2)a - k_1(L-2l_0) = 0$$

$$mg\sin\theta - (k_1+k_2)x_0 + (k_1+k_2)\cdot\frac{k_1}{k_1+k_2}(L-2l_0) - k_1(L-2l_0) = 0$$

$$(k_1+k_2)x_0 = mg\sin\theta \qquad \therefore \quad x_0 = \underline{\frac{mg\sin\theta}{k_1+k_2}}$$

＜参考＞ (2) では，おもりに働く重力が斜面に沿って下向きにおもりを $mg\sin\theta$ の力で引くと，おもりはばねから $mg\sin\theta$ の力で斜面に沿って上向きに引かれるので，(1) の x が (2) の x_0 となるとき，(1) の F は (2) においては $-mg\sin\theta$ であるから

$$F = -(k_1+k_2)x \qquad \text{より}$$

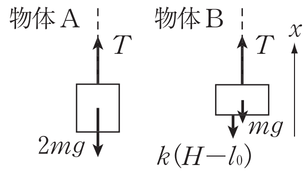
$$-mg\sin\theta = -(k_1+k_2)x_0 \qquad \therefore \quad x_0 = \underline{\frac{mg\sin\theta}{k_1+k_2}}$$

として求めることもできます.

添削課題

《解答》

(1) 鉛直上向きに x 軸をとり，糸の張力の大きさを T とすると物体 A，B に働く力のつり合いより



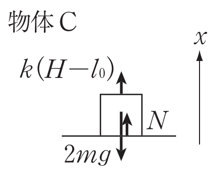
$$T+(-2mg)=0 \ \cdots ①$$

$$T+(-mg)+\{-k(H-l_0)\}=0 \ \cdots ②$$

② − ① より

$$mg-k(H-l_0)=0 \qquad \therefore \quad H=\underline{l_0+\frac{mg}{k}}$$

(2) 鉛直上向きに x 軸をとり，物体 C に働く垂直抗力を N とすると，物体 C に働く力のつり合いより

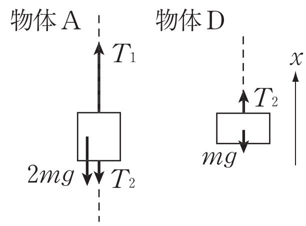


$$k(H-l_0)+N+(-2mg)=0 \ \cdots ③$$

(1) の結果と③より

$$k\left(l_0+\frac{mg}{k}-l_0\right)+N+(-2mg)=0 \qquad \therefore \quad N=\underline{mg}$$

(3) 物体 A，B 間の糸の張力の大きさを T_1，物体 A，D 間の糸の張力の大きさを T_2 とすると，物体 A，D に働く力のつりあいより



$$T_1+(-T_2)+(-2mg)=0 \ \cdots ④$$

$$T_2+(-mg)=0 \ \cdots ⑤$$

④ + ⑤ より

$$T_1=\underline{3mg}$$

(4) 物体 B の位置を x_0 とすると，物体 B が受ける力のつり合いより

$$T_1+(-mg)+\{-k(H+x_0-l_0)\}=0 \cdots ⑥$$

⑥に (3) の結果を代入し，さらに (1) の結果を代入すると

$$3mg-mg-k\left(l_0+\frac{mg}{k}+x_0-l_0\right)=0 \qquad \therefore \quad x_0=\underline{\frac{mg}{k}}$$

配点

(1)，(2)，(3)，(4) 各 25 点

P3T

難関大物理／難関大物理 T

Z-KAI

会員番号		氏　名	