PF

直前講習

解答

Z会東大進学教室

直前東工大物理

【2 回目】

問題

【1】

《解答》

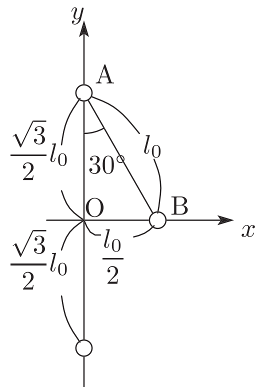


図 1A

I (1) 図 1A のように，A が初めの位置から $\sqrt{3}l_0$ 進むと糸が張る．よって，

$$t_1 = \frac{\sqrt{3}l_0}{v_0} \qquad ①$$

(2) 糸が張る前後で，A，B の運動量ベクトルの和は不変である．このことを図で表すと，図 2A に示す三角形になる．

(3) 図 2A で $V = 0$ とすると，図 3A になる．三平方の定理より，

$$(mv_0)^2 = (mv_{\mathrm{A}})^2 + (mv_{\mathrm{B}})^2$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv_0{}^2 = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{A}}{}^2 + \frac{1}{2}mv_{\mathrm{B}}{}^2$$

この式は，糸が張る前後で運動エネルギーの和が保存していることを示す．

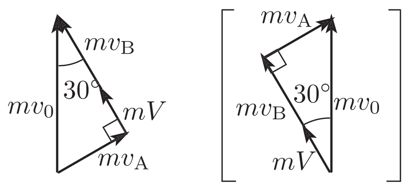


図 2A

II 図 3A より，

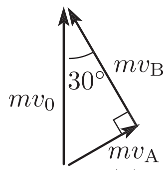


図 3A

$$v_{\mathrm{A}} = v_0 \sin 30° = \frac{1}{2}v_0$$

$$v_{\mathrm{B}} = v_0 \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$$

が得られる．図 2 の $x'y'$ 座標で考えると，時間 t 後の A，B の位置は，

$$\mathrm{A} : \left(0,\ \frac{1}{2}v_0 t\right) \quad \mathrm{B} : \left(l_0 - \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t,\ 0\right)$$

と表される．A と B との距離を l とすると，

$$l^2 = \left(\frac{1}{2}v_0 t\right)^2 + \left(l_0 - \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t\right)^2$$

が成り立ち，$l = l_0$ とすると，

$$t_2 = \sqrt{3}\frac{l_0}{v_0} = t_1 \quad (\because \quad ①)$$

が示される．参考のために，l の時間変化を図 4 に示しておく．

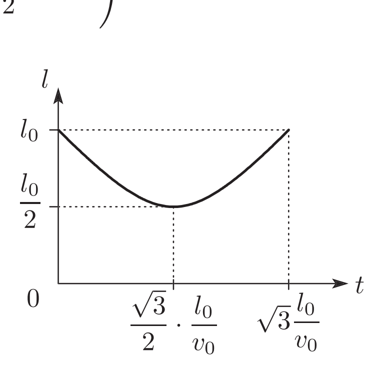


図 4

III (1) (S_1から見た小球の速度) = (平面から見た小球の速度) − (平面から見た S_1 の速度) の関係に注意すると，S_1 の速度ベクトルは $\left(0,\ \dfrac{v_0}{2}\right)$ であるから，S_1 から見た速度を求めるには，平面から見た速度に $-\left(0,\ \dfrac{v_0}{2}\right)$ を加えればよい．

図 5 に示すように，各速度ベクトルに $-\left(0,\ \dfrac{v_0}{2}\right)$ を加えると，S_1 から見た速度ベクトル (白抜き矢印) が得られる．S_1 から見た速度ベクトルの大きさは，すべて $\dfrac{v_0}{2}$ であり，糸が張る前後で向きが時計回りに $\theta = 120^\circ$ 回転している．

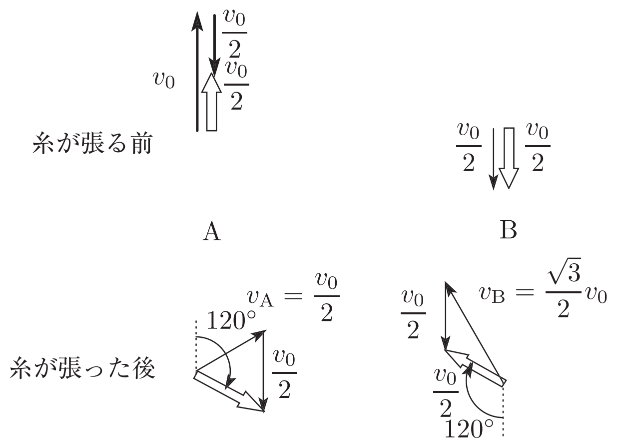


図 5

(2) y 軸方向から 2θ 回転した後，$\left(0,\ \dfrac{v_0}{2}\right)$ を加えると，平面から見た速度ベクトル (図 6 の白抜き矢印) が得られる．大きさは $\dfrac{v_0}{2}$.

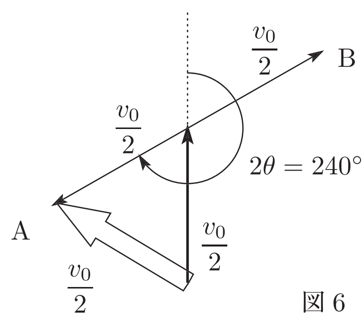


図 6

配点の目安

33 点

I(1) 4 点

(2) 5 点

(3) 5 点

II 9 点 (v_A に 2 点，v_B に 2 点，答に 5 点)

III(1) 6 点 (半径に 3 点，θ に 3 点)

(2) 4 点

【2】

《解答》

I (1) 単原子分子理想気体の内部エネルギーは,

$$U = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}pV$$

と表される．$-a \leqq x < 0$ では，図 2 より，p も V も x の増加関数だから，$\Delta U > 0$ である．また，明らかに $p\Delta V > 0$ である．よって，$\Delta Q = \Delta U + p\Delta V > 0$.

(2) $U = \dfrac{3}{2}pV$ を用いると,

$$\begin{aligned}\Delta U &= \frac{3}{2}\left(p_0 + \frac{\mu_0 mg}{S}\right)\cdot 2Sa - \frac{3}{2}p_0 Sa \\ &= \frac{3}{2}p_0 Sa + 3\mu_0 mga \qquad ①\end{aligned}$$

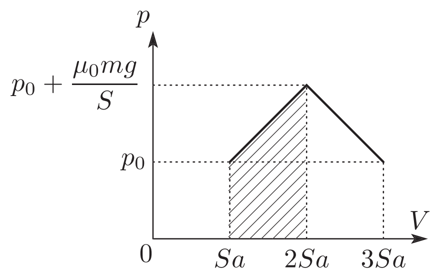


図 1A

外部にした仕事 W は，図 1A の斜線の領域面積に等しく,

$$\begin{aligned}W &= \frac{1}{2}\left[p_0 + \left(p_0 + \frac{\mu_0 mg}{S}\right)\right](2Sa - Sa) \\ &= p_0 Sa + \frac{1}{2}\mu_0 mga \qquad ②\end{aligned}$$

①，②より，気体に加えられた熱量は,

$$Q = \Delta U + W = \frac{5}{2}p_0 Sa + \frac{7}{2}\mu_0 mga$$

II 任意の x における気体の内部エネルギー U は,

$$\begin{aligned}U &= \frac{3}{2}pV = \frac{3}{2}p_0\left(\frac{3}{2} - \frac{x}{2a}\right)S(2a + x) \\ &= \frac{3p_0 S}{4a}(-x^2 + ax + 6a^2)\end{aligned}$$

よって，内部エネルギーの変化量は,

$$\begin{aligned}\Delta U &= \frac{3p_0 S}{4a}[-(x + \Delta x)^2 + a(x + \Delta x) + 6a^2] - \frac{3p_0 S}{4a}(-x^2 + ax + 6a^2) \\ &\fallingdotseq \frac{3p_0 S}{4a}(-2x + a)\Delta x \qquad ③\end{aligned}$$

ここで，2 次の微小量 $(\Delta x)^2$ は無視した.

一方，外にした仕事 ΔW は,

$$\begin{aligned}\Delta W &= p\Delta V = pS\Delta x \\ &= p_0\left(\frac{3}{2} - \frac{x}{2a}\right)S\Delta x \qquad ④\end{aligned}$$

である．③ + ④ より，

$$\begin{aligned} \Delta Q &= \Delta U + \Delta W \\ &= \left(\frac{9}{4} - 2\frac{x}{a}\right) p_0 S \Delta x \end{aligned}$$

となるから，$0 < x < a$ では，$\Delta Q > 0$ である．

《発展》

$x = a$ に達した後，熱を奪っていくと，再び $x = -a$ に戻る，簡単な熱サイクルになる．

配点の目安

30 点

I(1) 6 点 (ΔU の正値性を示して 3 点，$p\Delta V$ の正値性を示して 3 点)

(2) 9 点 (ΔU に 3 点，W に 3 点，答に 3 点)

II 15 点 (ΔU に 5 点，ΔW に 5 点，結論に 5 点)

【3】
《解答》

I (a) グラフを読み取って,

$$R_1 = \frac{0.70\text{V}}{0.20\text{A}} = 3.5\Omega$$

(b) グラフの各点と原点を通る直線の傾きの逆数ゆえ急激に減少する (→イ).

(c) グラフを読み取って,

$$R_2 = \frac{0.30\text{V}}{0.60\text{A}} = 0.50\Omega$$

(d) グラフの各点と原点を通る直線の傾きの逆数ゆえ徐々に増大する (→ア).

II (a) L_1 両端電位差と D 両端電位差が一致ゆえ, $V = 0.90\text{V}$ のときの電流値 (D の電流 I_0, L_1 の電流 I_1) をグラフから読み取って,

$$I_0 = 1.0\text{A}, \quad I_1 = 1.2\text{A}$$

$$\therefore \quad I = I_0 + I_1 = 2.2\text{A}$$

(b) 共通の両端電位差 V に対する電流 I_0, I_1 の値を曲線から読み取ってそれらを足し合わせた値を表す曲線を描く (下図の曲線 c).

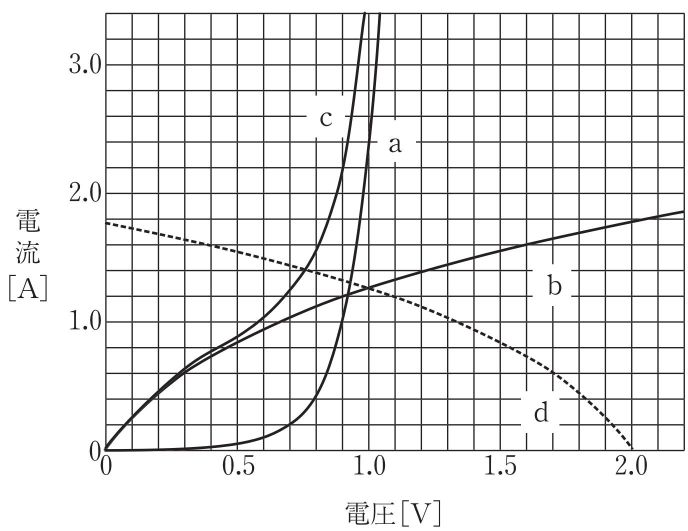
(c) 時計まわりを正として,

$$RI + V = V_0 \qquad \therefore \quad V = V_0 - RI$$

$$\therefore \quad ①: 2.0 \quad (\text{または} \quad V_0) \qquad ②: RI$$

(d) ～ (f) 電流 I に対する L_2 両端電位差 RI の値を曲線 b から読み取り, それを 2.0V から差し引いて得られる曲線を描く (下図の曲線 d). そして曲線 c, d の交点を読み取って, およそ

$$I = 1.4\text{A}, \quad V = 0.75\text{V}$$



III はじめのうちは L_1 と L_2 は同じように明るくなるが，途中からは L_1 の明るさはあまり増加しなくなる．

配点の目安

37 点

I(a) 3 点

(b) 3 点

(c) 3 点

(d) 3 点

II(a) 5 点 (I_0 に 2 点，I_1 に 2 点，答に 1 点)

(b) 4 点

(c) 4 点 (①に 2 点，②に 2 点)

(d) 4 点

(e) 2 点

(f) 2 点

III 4 点

PF

直前東工大物理

【2 回目】

会員番号		氏　名	