PF

直前講習

解答

Ｚ会東大進学教室

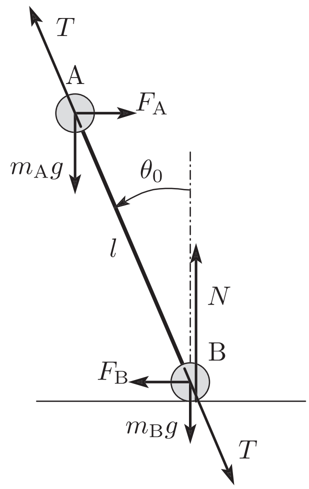
直前東工大物理

【3 回目】

問題

【1】

《解答》



(1) A，B が受ける力は右図．$F_\mathrm{A}=|\overrightarrow{F_\mathrm{A}}|$，$F_\mathrm{B}=|\overrightarrow{F_\mathrm{B}}|$ とした．

(a) B に関し反時計まわりを正として，力のモーメントのつり合いは，

$$0=m_\mathrm{A}gl\sin\theta_0-F_\mathrm{A}l\cos\theta_0$$

$$\therefore\quad F_\mathrm{A}=m_\mathrm{A}g\tan\theta_0$$

(b) 鉛直上向きを正として，A が受ける力の鉛直方向成分のつり合いは，

$$0=T\cos\theta_0-m_\mathrm{A}g\qquad\therefore\quad T=\frac{m_\mathrm{A}g}{\cos\theta_0}$$

(c) B が受ける力の鉛直方向成分のつり合いは，

$$0=N-T\cos\theta_0-m_\mathrm{B}g\qquad\therefore\quad N=(m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B})g$$

(2) BG 間距離を x として，

$$m_\mathrm{A}g(l-x)=m_\mathrm{B}gx\qquad\therefore\quad x=\frac{m_\mathrm{A}}{m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B}}l$$

(3) (a) B の相対速度の大きさは，

$$|\overrightarrow{u_\mathrm{B}}|=\frac{m_\mathrm{A}}{m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B}}l\omega$$

$$\therefore\quad u_{\mathrm{B}y}=|\overrightarrow{u_\mathrm{B}}|\sin\theta=\frac{m_\mathrm{A}}{m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B}}l\omega\sin\theta$$

(b) B の速度の鉛直方向成分について，

$$0=-V+u_{\mathrm{B}y}$$

(3)(a) より，

$$0=-V+\frac{m_\mathrm{A}}{m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B}}l\omega\sin\theta\qquad\therefore\quad\omega=\frac{m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{A}}\cdot\frac{V}{l\sin\theta}$$

(c) (3)(a)，(b) の $|\overrightarrow{u_\mathrm{B}}|$ と V より，

$$|\overrightarrow{u_\mathrm{B}}|=\frac{V}{\sin\theta}\qquad\therefore\quad V_{\mathrm{B}x}=|\overrightarrow{u_\mathrm{B}}|\cos\theta=\frac{V}{\tan\theta}$$

同様に考えて，G に対する A の相対速度 $\overrightarrow{u_\mathrm{A}}$ について，

$$|\overrightarrow{u_\mathrm{A}}|=\frac{m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B}}l\omega=\frac{m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{A}}\cdot\frac{V}{\sin\theta}$$

これより，$\overrightarrow{u_{\mathrm{A}}}$ の水平方向成分を $u_{\mathrm{A}x}$，鉛直方向成分を $u_{\mathrm{A}y}$ とすると，

$$u_{\mathrm{A}x} = -|\overrightarrow{u_{\mathrm{A}}}|\cos\theta = -\frac{m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}}}\cdot\frac{V}{\tan\theta} \qquad \therefore \quad V_{\mathrm{A}x} = u_{\mathrm{A}x} = -\frac{m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}}}\cdot\frac{V}{\tan\theta}$$

$$u_{\mathrm{A}y} = -|\overrightarrow{u_{\mathrm{A}}}|\sin\theta = -\frac{m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}}}\cdot\frac{V}{\sin\theta}\sin\theta = -\frac{m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}}}V$$

$$\therefore \quad V_{\mathrm{A}y} = u_{\mathrm{A}y} - V = -\left(1 + \frac{m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}}}\right)V$$

(4) $\theta \to \dfrac{\pi}{2}$ で，

$$V_{\mathrm{A}x} \to 0, \qquad V_{\mathrm{B}x} \to 0$$

また，$V_{\mathrm{B}y} = 0$．力学的エネルギー保存より，

$$m_{\mathrm{A}}gl\cos\theta_0 = \frac{1}{2}m_{\mathrm{A}}(0^2 + {V_{\mathrm{A}y}}^2) + \frac{1}{2}m_{\mathrm{B}}(0^2 + 0^2)$$

$$\therefore \quad V_{\mathrm{A}y} = -\sqrt{2gl\cos\theta_0}$$

よって，鉛直下向きで，大きさ $\sqrt{2gl\cos\theta_0}$.

配点の目安

36 点

(1)(a) 3 点
(b) 3 点
(c) 3 点
(2) 3 点
(3)(a) 3 点
(b) 3 点
(c) 12 点 ($V_{\mathrm{B}x}$ に 4 点，$V_{\mathrm{A}x}$ に 4 点，$V_{\mathrm{A}y}$ に 4 点)
(4) 6 点 (向きに 2 点，大きさに 4 点)

【2】

《解答》

(1) 速さを v とすると，

$$v = \frac{2\pi r_{\mathrm{E}}}{T_{\mathrm{E}}}$$

太陽質量を M_{S} とすると，運動方程式の軌道法線成分より，

$$m\frac{v^2}{r_{\mathrm{E}}} = G\frac{M_{\mathrm{S}}m}{{r_{\mathrm{E}}}^2}$$

v を代入，整理して，

$$M_{\mathrm{S}} = \frac{4\pi^2{r_{\mathrm{E}}}^3}{G{T_{\mathrm{E}}}^2}$$

(2) 余弦定理より，

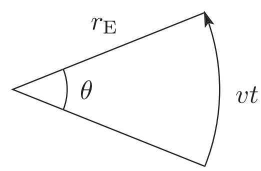
$$\mathrm{EA} = \sqrt{{r_{\mathrm{A}}}^2 + {r_{\mathrm{E}}}^2 - 2r_{\mathrm{A}}r_{\mathrm{E}}\cos\theta}$$

(3)

$$\begin{aligned}\mathrm{EA} - \mathrm{SA} &= r_{\mathrm{A}}\sqrt{1 + \left(\frac{r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{A}}}\right)^2 - 2\frac{r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{A}}}\cos\theta} - r_{\mathrm{A}} \\ &\fallingdotseq r_{\mathrm{A}}\left(1 - \frac{r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{A}}}\cos\theta\right) - r_{\mathrm{A}} \\ &= -r_{\mathrm{E}}\cos\theta\end{aligned}$$

$$\therefore \quad \tau = -\frac{r_{\mathrm{E}}}{c}\cos\theta$$

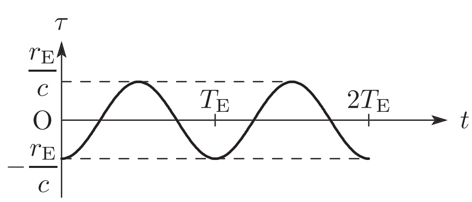
(4) 右図より，



$$vt = r_{\mathrm{E}}\theta$$

$$\therefore \quad \theta = \frac{vt}{r_{\mathrm{E}}} = \frac{2\pi}{T_{\mathrm{E}}}t \qquad \therefore \quad \tau = -\frac{r_{\mathrm{E}}}{c}\cos\left(\frac{2\pi}{T_{\mathrm{E}}}t\right)$$

(5) 下図.



(6) 地球が太陽とパルサーの間のライン上にあるときゆえ，

$$t = 0, \quad T_{\mathrm{E}}, \quad 2T_{\mathrm{E}}$$

(7) MKS 単位で計算して，$M_{\mathrm{S}} \fallingdotseq 2 \times 10^{30}\mathrm{kg}$

(8) パルス間隔が最も長いのは，地球で観測するパルスの振動数が最も小さいときで，それは地球がパルサーから最も速く遠ざかるときである．パルサーは遠方ゆえ，パルサーと地球を結ぶ線は直線 SA とほぼ平行であり，それが地球の円軌道に接し，地球がパルサーから遠ざかるときだから，4 半周期経過の時刻で，

$$t = \frac{1}{4}T_{\mathrm{E}}$$

配点の目安

30 点

(1) 4 点

(2) 2 点

(3) 4 点

(4) 4 点 (θ に 2 点，τ に 2 点)

(5) 6 点 (グラフに 4 点，最大値に 1 点，最小値に 1 点)

(6) 3 点 (各 1 点)

(7) 3 点

(8) 4 点

【3】

《解答》

(1) (a)

$$V = E \times 2R = 2ER$$

(b)

$$\frac{1}{2}mv^2 + 2qER = \frac{1}{2}m{v_0}^2$$

(c)

$$m\frac{v^2}{R} = F + qE \qquad \therefore \quad F = m\frac{v^2}{R} - qE$$

(d) (c) の F について，(b) の結果より v を消去して，

$$F = m\frac{{v_0}^2}{R} - 5qE \geqq 0 \qquad \therefore \quad E \leqq \frac{m{v_0}^2}{5qR}$$

(2) 糸の張力の大きさを F' として，

$$m\frac{{v_0}^2}{R} = F' + qv_0B_0 \qquad \therefore \quad F' = \frac{(mv_0 - qRB_0)v_0}{R}$$

$F' \geqq 0$ ゆえ，

$$mv_0 - qRB_0 \geqq 0 \qquad \therefore \quad B_0 \leqq \frac{mv_0}{qR}$$

(3) (a) 誘導起電力 V_0 は，時計まわりを正として，

$$V_0 = -\pi R^2\frac{B_1 - B_0}{T}$$

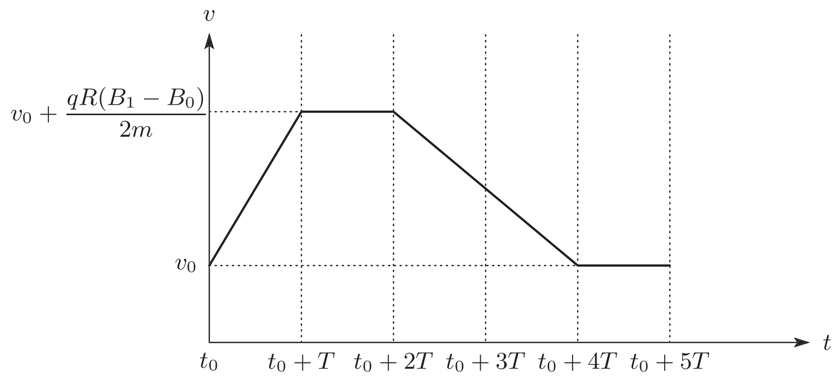
時計まわりの誘導電場は，

$$\frac{V_0}{2\pi R} = -\frac{R(B_1 - B_0)}{2T}$$

よって誘導電場の強さ E_0 は

$$E_0 = \frac{R(B_1 - B_0)}{2T}$$

(b)



(c) 糸が切り離された瞬間の点電荷の速さは v_0 で，この後もローレンツ力を受けて等速円運動をする．この半径を r とすると，

$$m\frac{{v_0}^2}{r} = qv_0B_0$$

(2) と比較して，

$$m\frac{{v_0}^2}{R} = F' + qv_0B_0 \geqq qv_0B_0 = m\frac{{v_0}^2}{r} \qquad \therefore \quad r \geqq R$$

これより $F' = 0$ という特別な場合を除いて，半径は大きくなる．よって求めるグラフは (イ)．

配点の目安

34 点

(1)(a) 3 点
(b) 3 点
(c) 3 点
(d) 3 点
(2) 6 点
(3)(a) 5 点
(b) 7 点 (グラフに 4 点，$v_0 + \dfrac{qR(B_1 - B_0)}{2m}$ に 3 点)
(c) 4 点

PF
直前東工大物理
【3 回目】

Z-KAI

会員番号		氏　名	