PT

直前講習

解答

Ｚ会東大進学教室

直前難関大物理

【1 回目】

問題

【1】

《解答》

I 物体に働く力のつり合い (図 1) より，

$$\tan\theta_0 = \frac{QE}{mg} = \underline{k} \qquad \cdots\cdots ①$$

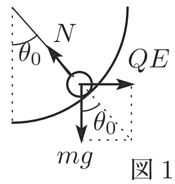


図 1

II 重力と電場からの力の合力を見かけの重力 mg' で置き換えると，

$$mg' = \sqrt{(mg)^2 + (QE)^2} = \sqrt{1+k^2}\,mg$$

$$\therefore \quad g' = \sqrt{1+k^2}\,g$$

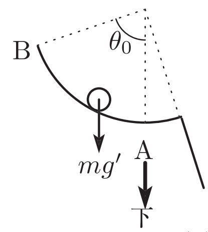


図 2

図 2 のように，合力の方向を下とみなすと，物体は最下点 A を中心とする振動をする．周期は，

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g'}} = \underline{2\pi\sqrt{\frac{r}{\sqrt{1+k^2}\,g}}}$$

III (1) 図 3 で，B から C に移動する間に物体が受けた仕事 W は，

$$\begin{aligned} W &= (\text{重力がした仕事}) + (\text{電界がした仕事}) \\ &= -mgr(1-\cos\theta) + QEr\sin\theta \\ &= mgr(\cos\theta - 1 + k\sin\theta) \end{aligned}$$

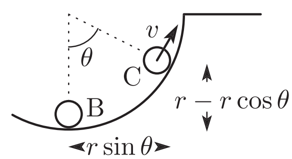


図 3

運動エネルギーの変化量は，これに等しく，

$$\frac{1}{2}mv^2 = W = mgr(\cos\theta - 1 + k\sin\theta)$$

$$\therefore \quad v = \underline{\sqrt{2gr(\cos\theta - 1 + k\sin\theta)}} \qquad \cdots\cdots ②$$

(2) ②で，$\theta = \dfrac{\pi}{2}$ とすると，

$$v_0 = \underline{\sqrt{2gr(-1+k)}} \qquad \cdots\cdots③$$

これを満たす v_0 が存在するためには，

$$\underline{k > 1}$$

である必要がある．

■別解　図 2 で，物体は A 点を中心，B 点を左端とする振動をする．振動の途中で半球面から飛び出すためには，$\theta_0 > \dfrac{\pi}{4}$ であればよい．①より，

$$\tan\theta_0 = \underline{k > 1}$$

(3) 飛び出した後，物体の水平右向き，鉛直下向きの加速度を a_x，a_y とすると，運動方程式

$$ma_y = mg$$
$$ma_x = QE = kmg$$

より，

$$a_y = g$$
$$a_x = kg$$

落下するまでの時間を t とすると，

$$0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

より，

$$t = \frac{2v_0}{g}$$

この間の水平方向への変位は，

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{2}kgt^2 \\ &= \frac{1}{2}kg\left(\frac{2v_0}{g}\right)^2 \\ &= \underline{4k(k-1)r} \qquad (\because ③) \end{aligned}$$

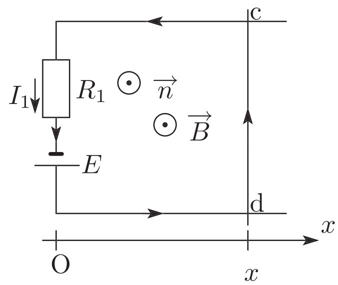
$\boxed{\textbf{配点}}$

I. 4 点　　II. 7 点　　III(1) 6 点　　(2) 各 5 点　　(3) 7 点

【2】

《解答》

(1) (I) 右図の設定で,



$$R_1 I_1 = E - \frac{d}{dt}\{(+B)Lx\}$$

$$m\ddot{x} = +I_1 BL$$

I_1 消去かつ $\dot{x} = v$ として,

$$\dot{v} = -\frac{(BL)^2}{mR_1}\left(v - \frac{E}{BL}\right)$$

$$\therefore \quad v(t) = \frac{E}{BL}(1 - e^{-t/\tau}) \quad , \quad I_1(t) = \frac{E}{R_1}e^{-t/\tau} \quad , \quad \tau = \frac{mR_1}{(BL)^2}$$

以上より,

(ア) $\underline{\text{(B)}}$, (イ) $\underline{\text{(C)}}$

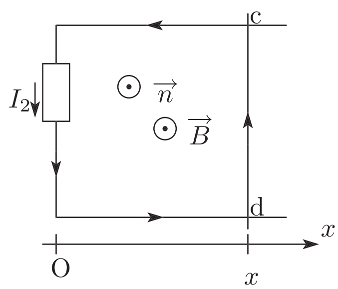
① $|I_1| = \underline{\dfrac{E}{R_1}}$

② $|F_1| = |I_1 BL| = \underline{EBL} \times \dfrac{1}{R_1}$

③ $E_1 = \underline{BL} \times v_1$

④ $v_2 = \underline{\dfrac{1}{BL}} \times E$

(II) 同様の設定で,



$$R_1 I_2 = -\frac{d}{dt}\{(+B)Lx\}$$

$$m\ddot{x} = +I_2 BL$$

I_2 消去かつ $\dot{x} = v$ として,

$$\dot{v} = -\frac{(BL)^2}{mR_1}v$$

$$\therefore \quad v(t) = \frac{E}{BL}e^{-t/\tau} \quad , \quad I_2(t) = -\frac{E}{R_1}e^{-t/\tau} \quad , \quad \tau = \frac{mR_1}{(BL)^2}$$

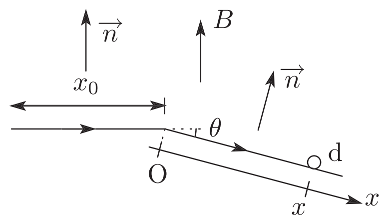
以上より,

(ウ) $\underline{\text{(A)}}$, (エ) $\underline{\text{(D)}}$

⑤ $|I_2| = \underline{\dfrac{BL}{R_1}} \times v_2$

⑥ $|F_2| = |I_2 BL| = \underline{\dfrac{(BL)^2}{R_1}} \times v_2$

(III) 右図の設定で (I_3 は$+x$ 向きに抵抗を流れるとして),



$$R_1 I_3 = -\frac{d}{dt}\{(+B)Lx_0 + (+B\cos\theta)Lx\}$$

$$m\ddot{x} = +I_3 BL\cos\theta + mg\sin\theta$$

I_3 消去かつ $\dot{x} = v$ として,

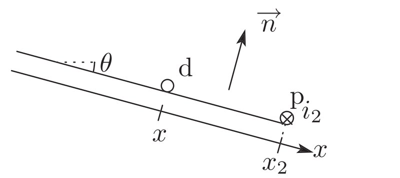
$$\dot{v} = -\frac{(BL\cos\theta)^2}{mR_1}\left(v - \frac{mgR_1\sin\theta}{(BL\cos\theta)^2}\right)$$

⑦ $\underline{BL\cos\theta} \times v_3$

⑧ 運動方程式より合力の和が 0 となる電流の大きさは, $|I_3| = \underline{\dfrac{\sin\theta}{BL\cos\theta}} \times mg$

⑨ $|v_3| = \underline{\dfrac{R_1\sin\theta}{(BL\cos\theta)^2}} \times mg$

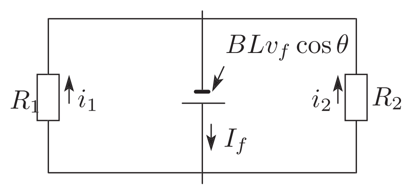
(IV) (III) で $I_3 = -i_1$ とし, 加えて R_2 を含む回路において



$$R_2 i_2 = -\frac{d}{dt}\{(+B\cos\theta)L(x_2 - x)\}$$

$$m\ddot{x} = -(i_1 + i_2)BL\cos\theta + mg\sin\theta$$

⑩ 終端状態で右図の等価回路が考えられ,



$$I_f = i_1 + i_2 = \underline{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) BL\cos\theta \times v_f}$$

⑪ $P_1 = \underline{(BLv_f\cos\theta)^2} \times \dfrac{1}{R_1}$

(2) (IV) で,

$$R_1 i_1 = +BL\cos\theta \cdot v_f$$

$$R_2 i_2 = +BL\cos\theta \cdot v_f$$

$$m \cdot 0 = -(i_1 + i_2)BL\cos\theta + mg\sin\theta$$

(第 1 式)$\times i_1 \mathit{\Delta} t$+(第 2 式)$\times i_2 \mathit{\Delta} t$+(第 3 式)$\times v_f \mathit{\Delta} t$ より,

$$(R_1 {i_1}^2 + R_2 {i_2}^2)\mathit{\Delta} t = mg\sin\theta \times v_f \mathit{\Delta} t$$

$$\therefore \quad (R_1 {i_1}^2 + R_2 {i_2}^2)\mathit{\Delta} t + (-mg\sin\theta \times v_f \mathit{\Delta} t) = 0$$

よって題意が示された.

配点

(1) 各 2 点　　(2) 5 点

【3】

《解答》

(i) (1) $\underline{\mathrm{nm}}$

(2) $\underline{赤色}$

(3) $\underline{紫色}$

(a) $\dfrac{f_{紫}}{f_{赤}} = \dfrac{\lambda_{赤}}{\lambda_{紫}} = \dfrac{770}{380} \fallingdotseq \underline{2.03}$[倍]

(4) $\underline{紫外線}$

(5) 約 $\underline{3.00 \times 10^8}$[m/s]

(b) $n = \dfrac{v_{\mathrm{c}}}{v_{\mathrm{D}}} = \dfrac{1}{\frac{v_{\mathrm{D}}}{v_{\mathrm{c}}}} = \dfrac{1}{0.413} \fallingdotseq \underline{2.42}$

(ii) (6) $\underline{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2}$

(7) 図 2 より $\theta_1 = 60^\circ$　また図 2 より，

$$\sin\theta_2 = \frac{15}{\sqrt{20^2 + 15^2}} = 0.60 \qquad \therefore \quad n_{\mathrm{m}} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} n_{\mathrm{air}} = \underline{\frac{5\sqrt{3}}{6}}$$

(c) 図 3 より，

$$\frac{x}{d_1} = \tan\theta_1 \fallingdotseq \sin\theta_1$$
$$\frac{x}{d_2} = \tan\theta_2 \fallingdotseq \sin\theta_2$$

また屈折の法則より，

$$n_{\mathrm{w}} \sin\theta_1 = n_{\mathrm{a}} \sin\theta_2$$

$\sin\theta_1, \sin\theta_2$ を消去して，

$$d_2 = \underline{\frac{n_{\mathrm{a}}}{n_{\mathrm{w}}}} d_1$$

(8) 見かけよりも深い位置にいるので $\underline{下側}$.

(9) 光は屈折して伝わるので $\underline{中心}$.

(d) (c) の結論を応用して，厚さ 5.00cm のガラス板，厚さ 95cm の水に適用して，

$$d_3 = \frac{5.00}{1.50} + \frac{95}{1.33} \fallingdotseq \underline{75}[\mathrm{cm}]$$

(iii) (10) $\underline{白}$　(11) $\underline{分散}$　(12) $\underline{赤}$　(13) $\underline{紫}$　(14) $\underline{連続}$　(15) $\underline{線}$

配点

(a)〜(d) 各 4 点　(1)〜(15) 各 1 点

PT

直前難関大物理

【1 回目】

Z-KAI

会員番号		氏　名	