PT

直前講習

解答

Z会東大進学教室

直前難関大物理

【2 回目】

問題

【1】

《解答》

(1) バネ定数を k とする．台に働く弾性力と小球に働く静電気力とがつり合うから，

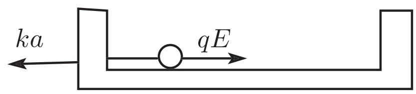


図 1

$$ka = qE \qquad \therefore \quad k = \frac{qE}{a} \qquad \cdots\cdots ①$$

(2) 水平右向きに座標 x をとり，バネが自然長になった時刻でのバネの右端の位置を原点とする．台の右向きの加速度を α とすると，台の運動方程式は，

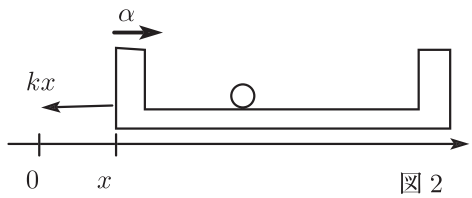


図 2

$$m\alpha = -kx \qquad \cdots\cdots ②$$

$$\therefore \quad \alpha = -\frac{k}{m}x$$

角振動数を ω として，x の係数を $-\omega^2$ に等しいとすれば，

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

周期は，

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{am}{qE}} \qquad (\because ①)$$

初速 0 で動き始めてから再び速度が 0 になるまでの時間は，周期の半分に等しいから，

$$\frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{am}{qE}} \qquad \cdots\cdots ③$$

(3) 衝突するまでの間に，小球が床に対して右に移動した距離は，加速度が $\dfrac{qE}{m}$ であるから，

$$x_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{qE}{m}\right)\left(\frac{T}{2}\right)^2 = \frac{\pi^2}{2}a \qquad (\because ③) \qquad \cdots\cdots ④$$

一方，②より，台 (左端) の振動の中心は $x = 0$ であり，振幅は a である．衝突するまでの台の移動距離は，振幅の 2 倍で，

$$x_2 = 2a \qquad \cdots\cdots ⑤$$

④，⑤より，台に対する小球の相対変位は (図 3 参照)，

$$h = x_1 + x_2 = \left(\frac{\pi^2}{2} + 2\right)a$$

(4)　衝突直前の小球の速度は，

$$v_0 = \frac{qE}{m}\cdot\frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{aqE}{m}}$$

衝突直後の台と小球の速さを v_1 とすると，運動量保存則より，

$$mv_0 = 2mv_1$$

$$\therefore\quad v_1 = \frac{v_0}{2} = \underline{\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{aqE}{m}}} \qquad \cdots\cdots ⑥$$

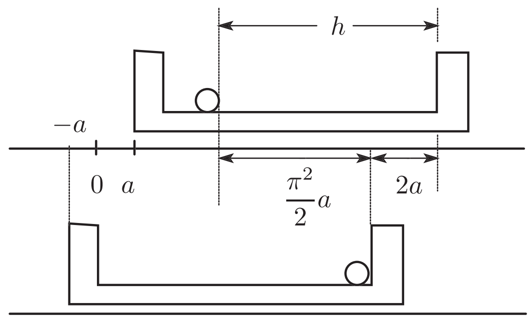


図 3

(5)　衝突後の台の加速度を β とすると，運動方程式は

$$2m\beta = -kx + qE = -k(x-a) \qquad (\because ①) \qquad \cdots\cdots ⑦$$

これより，振動の中心は $x=a$ である．図 4 で，A から B まで移動する間に電界がする仕事は，

$$qE(2a+A)$$

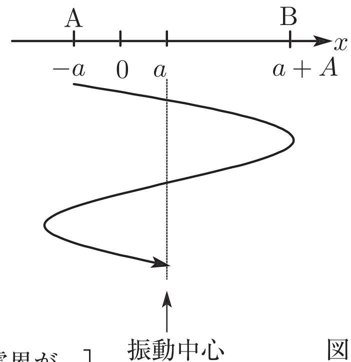


図 4

［運動エネルギーと弾性エネルギーの変化量］＝［電界がした仕事］

より，

$$\left[0+\frac{1}{2}k(A+a)^2\right]-\left[\frac{1}{2}(2m){v_1}^2+\frac{1}{2}ka^2\right] = qE(2a+A)$$

①，⑥を代入すると，

$$A = \underline{a\sqrt{\frac{\pi^2}{2}+4}}$$

■別解　⑦より，エネルギー保存則は，速さを v として，

$$\frac{1}{2}(2m)v^2+\frac{1}{2}k(x-a)^2 = 一定$$

と表される．よって，図 4 での A と B でのエネルギー保存則は，

$$\frac{1}{2}(2m){v_1}^2+\frac{1}{2}k(-a-a)^2 = \frac{1}{2}kA^2 \qquad \therefore\quad A = \underline{a\sqrt{\frac{\pi^2}{2}+4}}$$

配点

(1) 5 点　(2) 8 点　(3) 8 点　(4) 7 点　(5) 8 点

【2】

《解答》

問 1 (1) 運動量変化と力積の関係より，求める力積を I として，

$$m(-v_x) - mv_x = -I \qquad \therefore \quad I = \underline{2mv_x}$$

(2) 衝突回数 τ は，総移動距離を $2l$ で割って，

$$\tau = \underline{\frac{v_x t}{2l}}$$

(3) 求める力を F として，

$$2mv_x \times \tau = Ft \qquad \therefore \quad F = \underline{\frac{m{v_x}^2}{l}}$$

(4)

$$\overline{F} = \sum_{i=1}^{nN_\mathrm{A}} \frac{m{v_{xi}}^2}{l} = \underline{\frac{nN_\mathrm{A} m\overline{{v_x}^2}}{l}}$$

(5) 圧力の定義と $\overline{{v_x}^2} + \overline{{v_y}^2} + \overline{{v_z}^2} = 3\overline{{v_x}^2} = \overline{v^2}$ より，

$$p = \frac{\overline{F}}{S} = \frac{nN_\mathrm{A} m\overline{v^2}}{3lS} = \frac{nN_\mathrm{A} m\overline{v^2}}{3V}$$

$$\therefore \quad pV = \underline{\frac{nN_\mathrm{A} m}{3}} \times \overline{v^2}$$

(6) (5) と状態方程式 $pV = nRT$ を比較して，

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \underline{\frac{3}{2}\frac{R}{N_\mathrm{A}}} \times T$$

(7)

$$U = nN_\mathrm{A} \times \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}nRT$$

問 2 (1) はね返り係数の式より，

$$1 = -\frac{{v_x}' - v_{\mathrm{p}}}{v_x - v_{\mathrm{p}}} \qquad \therefore \quad {v_x}' = \underline{-v_x + 2v_{\mathrm{p}}}$$

(2)

$$\frac{1}{2}m{v_x}'^2 - \frac{1}{2}m{v_x}^2 \fallingdotseq \underline{-2mv_x} \times v_{\mathrm{p}}$$

(3) 衝突時間は $t = \dfrac{\Delta x}{v_{\mathrm{p}}}$ と表されるので，問 1(2) より，

$$\tau = \frac{v_x t}{2l} = \frac{v_x}{\underline{2lv_{\mathrm{p}}}} \times \Delta x$$

(4) (2),(3) より，

$$\Delta K = (-2mv_x v_{\mathrm{p}}) \times \tau = \underline{-\frac{m{v_x}^2}{l}\Delta x}$$

(5)

$$\Delta U = nN_{\mathrm{A}}\Delta K = \underline{-\frac{nN_{\mathrm{A}}m\overline{{v_x}^2}}{l}\Delta x}$$

(6) (5) と $\overline{{v_x}^2} = \dfrac{\overline{v^2}}{3}$ より，

$$\Delta U = -\frac{nN_{\mathrm{A}}m\overline{{v_x}^2}}{l}\Delta x = -\frac{nN_{\mathrm{A}}m\overline{v^2}}{3lS}S\Delta x = -\frac{nRT}{V}\Delta V$$

これと内部エネルギー変化

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

両者を比較して，

$$\Delta T = \underline{-\frac{2}{3}\frac{T}{V}\Delta V}$$

＜参考＞これは断熱変化の式，

$$\frac{\Delta T}{T} = -(\gamma - 1)\frac{\Delta V}{V}$$

で $\gamma = \dfrac{5}{3}$ の場合そのものである.

配点

問 1 各 2 点　　問 2 各 3 点

【3】

《解答》

問 1 (1)

$$100\mathrm{V} \times \sqrt{2} = \underline{141\mathrm{V}}$$

(2) 共通の実効値を V_0[V] とすると

$$\sqrt{{V_0}^2 + {V_0}^2}[\mathrm{V}] = 100[\mathrm{V}]$$

$$\therefore \quad V_0 = \frac{100}{\sqrt{2}}[\mathrm{V}] \fallingdotseq \underline{71[\mathrm{V}]}$$

(3) 題意より，コイルのリアクタンスと抵抗値が等しいので，

$$R = \omega L \qquad \therefore \quad \omega = \frac{R}{L} = \frac{100\Omega}{0.40\mathrm{H}} = 250\mathrm{rad/s}$$

求める周波数 f は，$\omega = 2\pi f$ より，

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \fallingdotseq \underline{40\mathrm{Hz}}$$

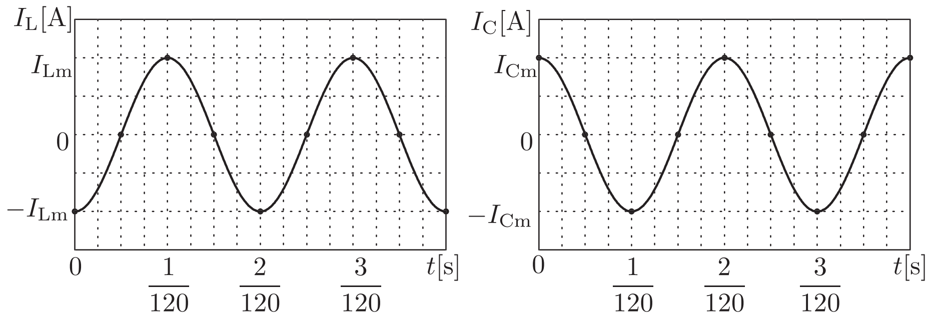
問 2 (1) ab 間電圧の実効値はグラフより $V_\mathrm{e} = \dfrac{10}{\sqrt{2}}\mathrm{V}$

$$\therefore \quad I_\mathrm{Le} = \frac{V_\mathrm{e}}{\omega L} = \frac{\dfrac{10}{\sqrt{2}}\mathrm{V}}{2 \times 3.14 \times 60\mathrm{Hz} \times 0.40\mathrm{H}} \fallingdotseq \underline{4.7 \times 10^{-2}\mathrm{A}}$$

(2)

$$I_\mathrm{Ce} = \frac{V_\mathrm{e}}{\dfrac{1}{\omega C}} = 2 \times 3.14 \times 60\mathrm{Hz} \times 10 \times 10^{-6}\mathrm{F} \times \frac{10}{\sqrt{2}}\mathrm{V} \fallingdotseq \underline{2.7 \times 10^{-2}\mathrm{A}}$$

(3) I_{L} は V_{ab} に対し $\dfrac{\pi}{2}$ だけ遅れて，I_{C} は V_{ab} に対し $\dfrac{\pi}{2}$ だけ進むので 下図 のようになる．



(4) (3) より $\dfrac{\pi}{2}$ の 2 倍.

(5) グラフより $V_{\mathrm{ab}} = V_0 \sin\omega t$ として，

$$I_{\mathrm{L}} = \frac{V_0}{\omega L'}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{V_0}{\omega L'}\cos\omega t$$
$$I_{\mathrm{C}} = \omega C V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \omega C V_0 \cos\omega t$$

よって抵抗に流れる電流 I_{R} は，

$$I_{\mathrm{R}} = I_{\mathrm{L}} + I_{\mathrm{C}} = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L'}\right) V_0 \cos\omega t = 0$$

$$\therefore \quad \omega C - \frac{1}{\omega L'} = 0 \qquad \therefore \quad L' = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(2\pi f)^2 C}$$

数値を代入して，

$$L' = \frac{1}{(2 \times 3.14 \times 60\mathrm{Hz})^2 \times 10 \times 10^{-6}\mathrm{F}} \fallingdotseq \underline{0.70\mathrm{H}}$$

配点

問 1 各 3 点　　問 2(1) 4 点　　(2) 4 点　　(3) 各 4 点　　(4) 3 点　　(5) 4 点

PT

直前難関大物理

【2 回目】

Z-KAI

会員番号		氏　名	

不許複製