PV

直前講習

解答

Ｚ会東大進学教室

直前東医歯大物理

【1 回目】

問題

【1】

《解答》

I (1) 小球の運動方程式の x 成分と全長と伸びの関係より

$$0 = 3k\Delta l_2 - k\Delta l_1 \qquad L = (l_1 + \Delta l_1) + (l_2 + \Delta l_2)$$

$$\therefore \quad \Delta l_1 = \underline{\frac{3}{4}(L - l_1 - l_2)} \qquad \Delta l_2 = \underline{\frac{1}{4}(L - l_1 - l_2)}$$

II (1) ゴムひもが緩んだ状態にあるかないかで以下の場合に分ける.

(i) $\Delta l_2 \leqq x$：ゴムひも 1 のみから力を受ける.

$$F = -k(\Delta l_1 + x) = -k\Delta l_2 \left(\frac{x}{\Delta l_2} + 3 \right)$$

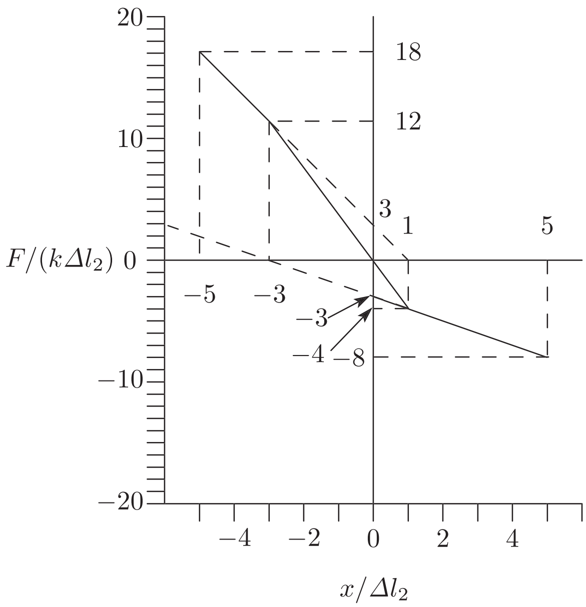
(ii) $-\Delta l_1 \leqq x < \Delta l_2$：両者から力を受ける.

$$\begin{aligned} F &= +3k(\Delta l_2 - x) - k(\Delta l_1 + x) \\ &= -4kx \\ &= -4k\Delta l_2 \left(\frac{x}{\Delta l_2} \right) \end{aligned}$$

(iii) $x < -\Delta l_1$：ゴムひも 2 のみから力を受ける.

$$F = +3k(\Delta l_2 + (-x)) = -3k\Delta l_2 \left(\frac{x}{\Delta l_2} - 1 \right)$$

以上 3 式をグラフ中にプロットして <u>下図</u>.



III (1) 運動は (ii) の範囲で，初期条件を考慮して，

$$m\alpha = -4kx \qquad \therefore \quad x = x_0 \cos\sqrt{\frac{4k}{m}}t$$

求める周期 T は，$\omega = \sqrt{\frac{4k}{m}}$ より，

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \underline{\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

IV (1) 一時静止する範囲が $-\Delta l_1 \leqq x_1 < 0$ と仮定する．エネルギー保存より，

$$0 + \frac{1}{2}k(\Delta l_1 - |x_1|)^2 + \frac{1}{2}3k(\Delta l_2 + |x_1|)^2 = 0 + \frac{1}{2}k(\Delta l_1 + 3\Delta l_2)^2 + 0$$

I(1) より，Δl_1 を消去，整理して，

$$x_1 = \underline{-\sqrt{6}\Delta l_2}$$

これは仮定した静止の範囲を満たしており，これが解となる．

(2) ①，②: $x \geqq \underline{\Delta l_2}$ では II(i) より，

$$m\ddot{x} = -k(\Delta l_1 + x) = -k(x - (-\Delta l_1))$$

これより振動中心は $x = -\Delta l_1 = \underline{-3\Delta l_2}$.

③: 振幅 A は振動の端と振動中心との距離ゆえ，

$$A = 3\Delta l_2 - (-3\Delta l_2) = \underline{6\Delta l_2}$$

④: $T = \underline{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

⑤: II(ii) より，$m\ddot{x} = -4kx$．これは $x = \underline{0}$ 中心の単振動.

⑥: 小球が最も左に進む位置が $-\sqrt{6}\Delta l_2$ ゆえ振幅 A' は,

$$A' = 0 - (-\sqrt{6}\Delta l_2) = \underline{\sqrt{6}\Delta l_2}$$

⑦: 運動方程式より周期 T は,

$$T = \underline{\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

配点

I. 各 3 点　II.10 点　III. 5 点　IV(1) 4 点　(2) 各 1 点

【2】

《解答》

(1) (a) $T_{\mathrm{a}} = \underline{T_{\mathrm{A}}}$,　$T_{\mathrm{b}} = \underline{T_{\mathrm{B}}}$

理由:断熱自由膨張では気体は仕事をしないので，内部エネルギー不変より温度不変.

(b) 各領域の状態方程式より，

$$p_0 S\left(L + \frac{L}{2}\right) = n_{\mathrm{A}} R T_{\mathrm{a}}$$

$$p_0 S\left(L + \frac{L}{2}\right) = n_{\mathrm{B}} R T_{\mathrm{b}}$$

辺々割って，

$$1 = \frac{n_{\mathrm{A}} T_{\mathrm{a}}}{n_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{b}}} \qquad \therefore \quad \frac{n_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{B}}} = \underline{\frac{T_{\mathrm{b}}}{T_{\mathrm{a}}}}$$

(2) (a) 全体での内部エネルギー保存より，

$$\frac{3}{2}(n_{\mathrm{A}} + n_{\mathrm{B}}) R T_{\mathrm{c}} = \frac{3}{2} n_{\mathrm{A}} R T_{\mathrm{a}} + \frac{3}{2} n_{\mathrm{B}} R T_{\mathrm{b}}$$

(1)(b) より n_{A} および n_{B} を消去して，

$$T_{\mathrm{c}} = \frac{n_{\mathrm{A}} T_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{b}}}{n_{\mathrm{A}} + n_{\mathrm{B}}} = \underline{\frac{2 T_{\mathrm{a}} T_{\mathrm{b}}}{T_{\mathrm{a}} + T_{\mathrm{b}}}}$$

(b) $T_{\mathrm{a}} > T_{\mathrm{c}} > T_{\mathrm{b}}$ より，左側の気体は収縮し右側の気体は膨張する．よって壁は部屋 a 側に動く (→ イ)．状態方程式より，

$$pS\left(\frac{3}{2}L - \Delta x\right) = n_{\mathrm{A}} R T_{\mathrm{c}}$$

$$pS\left(\frac{3}{2}L + \Delta x\right) = n_{\mathrm{B}} R T_{\mathrm{c}}$$

$$\therefore \quad \frac{\frac{3}{2}L - \Delta x}{\frac{3}{2}L + \Delta x} = \frac{n_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{B}}} = \frac{T_{\mathrm{b}}}{T_{\mathrm{a}}}$$

$$\therefore \quad \Delta x = \underline{\frac{3(T_{\mathrm{a}} - T_{\mathrm{b}})}{2(T_{\mathrm{a}} + T_{\mathrm{b}})} L}$$

(c) 内部エネルギーの保存より,

$$\frac{3}{2}pS(3L) = \frac{3}{2}p_0S\left(\frac{3}{2}L\right) + \frac{3}{2}p_0S\left(\frac{3}{2}L\right)$$

$$\therefore \quad p = \underline{p_0}$$

(3) 過程 I では,熱量と仕事のやりとりがないので内部エネルギーは変化せず,温度も変化しない.
過程 II では,温度低下ゆえ内部エネルギーは減少するが,これは気体がされた仕事よりも放出した熱量の方が大きいということを意味する.

配点

(1)(a) 完答 6 点　(b) 6 点　(2)(a) 5 点　(b) 完答 6 点　(c) 5 点　(3) 6 点

【3】

《解答》

Ⅰ (1) エネルギー保存より，

$$\frac{1}{2}Mv^2 = eV \qquad \therefore \quad v = \underline{\sqrt{\frac{2eV}{M}}}$$

$$\frac{1}{2}Mv'^2 = 2eV \qquad \therefore \quad v' = \underline{2\sqrt{\frac{eV}{M}}}$$

(2) He^+ イオンの運動方程式の y 成分より

$$M\ddot{y} = eE \qquad \therefore \quad \ddot{y}(=a) = \frac{eE}{M}$$

x 方向には等速運動し，この領域を運動する時間は $\dfrac{l}{v}$ ゆえ，求める y 座標は，

$$y = \frac{1}{2}a\left(\frac{l}{v}\right)^2 = \underline{\frac{El^2}{4V}}$$

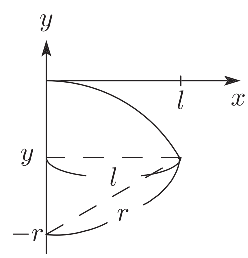
この結果より，変位の y 成分はイオンの電荷によらないことが分かる.

(3) 右図で，

$$M\frac{v^2}{r} = evB \qquad \therefore \quad r = \frac{Mv}{eB}$$

よって求める y 座標は右図より，

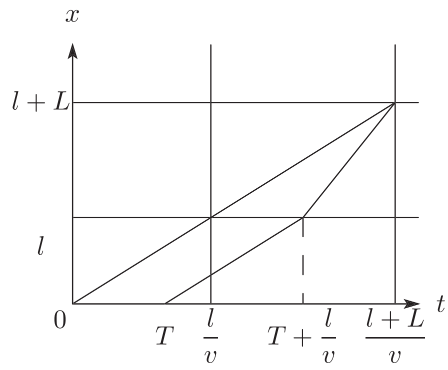
$$\begin{aligned} y &= -r + \sqrt{r^2 - l^2} \\ &= \underline{-\frac{Mv}{eB} + \sqrt{\left(\frac{Mv}{eB}\right)^2 - l^2}} \end{aligned}$$



(4) 運動方程式の y 成分より，

$$0 = eE - evB \qquad \therefore \quad \underline{E = vB}$$

II (1) $x=l$ までは等速運動し，狭い間隔の極板 B と C で短時間に加速され，$x=l+L$ まで等速度運動してすべて同時に到着する．よって 下図.



(2) BC 間で加速後のヘリウムイオンの速さを v'' とするとエネルギー保存より，

$$\frac{1}{2}Mv''^2=\frac{1}{2}Mv^2+eV'=\left(1+\frac{V'}{V}\right)\frac{1}{2}Mv^2$$

$$\therefore \quad v''=v\sqrt{1+\frac{V'}{V}}$$

ある時刻 $t=t_1$ で引き出したイオンを考えると，所要時間について，

$$t_1+\frac{l}{v}+\frac{L}{v''}=\frac{l+L}{v}$$

ここで，

$$t=t_1+\frac{l}{v} \qquad \therefore \quad t_1=t-\frac{l}{v}=t'$$

これを所要時間の式に代入，変形して，

$$t'+\frac{L}{v\sqrt{1+\frac{V'}{V}}}=\frac{L}{v}$$

$$\therefore \quad \frac{V'}{V}=\underline{\left(\frac{1}{1-\frac{v}{L}t'}\right)^2-1}$$

配点

I(1) 各 2 点　(2) 5 点　(3) 5 点　(4) 4 点　II(1) 9 点　(2) 7 点

PV
直前東医歯大物理
【1 回目】

Z-KAI

会員番号		氏　名	