

## 問題

### ■ 演習

★

【1】 [ ] 内の文字について、次の単項式の係数と次数を答えなさい。

(1)  $-3x^2y^3$  [x]

(2)  $5ab^2x$  [a]

(3)  $xy^3z^2$  [y]

(4)  $-\frac{2x^3yz^4}{3}$  [z]

★

【2】 [ ] 内の文字について、次の多項式の次数と定数項を答えなさい。

(1)  $x^2 - 2xy + 5y$  [y]

(2)  $1 - 2x + xy^3 - 2x^2y + 5x$  [x]

(3)  $4x^5 - 2x^3 + 3xy^2 - y + 2$  [y]

(4)  $a^2x - by^2 + a^2 - 3axy - b^2x^3 + by^2 - y + 2$  [x]

★★

【3】 次の式を展開したとき、[ ] 内の文字の係数を求めなさい。

(1)  $(x^3 - 7x)(x^3 - 3x^2 + 2)$  [x<sup>3</sup>]

(2)  $(2x^4 + 6x^3 - 9x + 4)(x^5 + 2x^2 + 3x + 4)$  [x<sup>4</sup>]

(3)  $(7x^3 + 12x^2 - 4x - 3)(x^5 + 3x^3 + 2x^2 - 5)$  [x<sup>5</sup>]

(4)  $(5x^3 - 6x^2 + 3x - 4)^2$  [x<sup>4</sup>]

(5)  $(x^2 + x + 1)(x^2 - x - 2)(x^2 + 2x - 1)$  [x<sup>3</sup>]

★

【4】 次の式を展開しなさい。

(1)  $(3x + 2)^3$

(2)  $(2a - 4)^3$

(3)  $(x + 5y)^3$

(4)  $(3a - 4b)^3$

(5)  $(x + 1)(x^2 - x + 1)$

(6)  $(3a - 2)(9a^2 + 6a + 4)$

(7)  $(2a - 3b)(4a^2 + 6ab + 9b^2)$

(8)  $(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$

(9)  $(x + y + 1)^2$

(10)  $(a + b - 2)^2$

(11)  $(2x + y - z)^2$

(12)  $(a - 2b - 3c)^2$

★★

【5】 次の式を展開しなさい.

(1)  $(2x^2 - x + 3)^2$

(2)  $(a + b)^3(a^2 - ab + b^2)^3$

(3)  $(xy + z)^3$

(4)  $(x^2 - 2x + 3)(x^2 + 2x - 3)$

(5)  $(a^3 + a^2 + a + 1)(a^3 - a^2 + a - 1)$

(6)  $(25x^2 + 15xy + 9y^2)(5x - 3y)$

(7)  $(x^3 + x^2 + x - 1)^2$

(8)  $(4x - 3y)^3$

(9)  $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$

(10)  $(a^6 - 8a^3 + 64)(a^2 - 2a + 4)(a + 2)$

★★

【6】 次の等式が  $x$  についての恒等式となるとき, 定数  $a, b, c, d$  の値を求めなさい.

(1)  $a(x - 2)^2 + b(x + 3) + c = x^2 - x - 2$

(2)  $4x^2 + 3x + 2 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$

(3)  $ax(x + 1) + bx(x - 1) + c(x - 1)(x - 3) = x^2 - 3$

(4)  $x^2 + x + 1 = a(x - 1)(x - 2) + b(x - 2)(x - 3) + c(x - 3)(x - 1)$

(5)  $(2x - 1)^3 = a(x - 1)^3 + b(x - 1)^2 + c(x - 1) + d$

★★

【7】 次の式を展開しなさい。

(1)  $(a + b - c + 1)^2$

(2)  $(a - b + c - 1)^2$

(3)  $(a - b - c + d)^2$

(4)  $(a + b - c - d)^2$

(5)  $(a^2 + a + 4)(a^2 + a - 6)$

(6)  $(x^2 + 3x + 2)(x^2 - x + 2)$

(7)  $(x^2 - xy + 2y^2)(x^2 + xy + 2y^2)$

(8)  $(x^2 + 2xy + 4y^2)(x^2 - 2xy + 4y^2)$

(9)  $(a - b + c - 1)(a + b - c - 1)$

(10)  $(1 - a + b - c)(1 + c - a - b)$

(11)  $(1 + x + x^2 + x^3)(1 - x + x^2 - x^3)$

(12)  $(8x^3 - 8x^2 + 4x - 1)(8x^3 + 8x^2 + 4x + 1)$

★★

【8】 次の問いに答えなさい。

(1)  $(x^2 - 1)(x^3 + ax^2 + 3)$  の展開式において、 $x^2$  の係数が 0 であるような  $a$  の値を求めなさい。(2)  $(x^2 + ax + b)(x^2 + bx + 2)$  の展開式において、 $x^3$  および  $x^2$  の係数が 0 のとき、 $a$  と  $b$  の値を求めなさい。(3)  $(x^2 + ax + b)(x^2 - 2bx + a)$  を展開したとき、 $x^3$  の係数が 7、 $x^2$  の係数が 13 であるような整数  $a$ 、 $b$  を求めなさい。(4)  $x^4 - 6x^3 + ax^2 + 6x + b$  が、ある 2 次式の平方となるとき、 $a$  と  $b$  の値を求めなさい。

★

【9】 次の問いに答えなさい。

(1) 等式  $(x + a)(x + b)(x + c) = x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x + abc$  が成り立つことを証明しなさい。

(2) (1) を用いて、次の式を展開しなさい。

①  $(x + 1)(x + 2)(x + 4)$

②  $(a + 2)(a + 3)(a + 4)$

★★★

【10】 次の式を展開しなさい.

- (1)  $(a + b + c)^2 - (a + b - c)^2$
- (2)  $(a + b + c)^3 - (a + b - c)^3$
- (3)  $a(a - b)(a - c) + b(b - c)(b - a) + c(c - a)(c - b)$
- (4)  $(a + b + c)(a - b + c)(a + b - c)(-a + b + c)$
- (5)  $(a + b + c)^2 + (-a + b + c)^2 + (a - b + c)^2 + (a + b - c)^2$
- (6)  $(a + b + c)^2 - (-a + b + c)^2 + (a - b + c)^2 - (a + b - c)^2$
- (7)  $(a + b + c)(a + b - c) + (a + b - c)(a - b - c) + (a - b - c)(a + b + c)$
- (8)  $(x - b)(x - c)(b - c) + (x - c)(x - a)(c - a) + (x - a)(x - b)(a - b)$

★

【11】 次の式を因数分解しなさい.

- (1)  $x^3 + 8$
- (2)  $x^3y^3 + 1$
- (3)  $27a^3 - b^3$
- (4)  $3a^3 - 24$
- (5)  $a^4 + a$
- (6)  $x^3 - (y - 1)^3$
- (7)  $(a - b)^4 - a + b$
- (8)  $x^3 + y^3 - z^3 + 3xyz$
- (9)  $8x^3 - 6xy - y^3 - 1$
- (10)  $(a + b)^3 - a^3 - b^3$

★★

【12】 次の各式において, 対称式か交代式かを調べなさい.

- (1)  $12x^2 + 40xy - 12y^2$
- (2)  $x^5 - y^5$
- (3)  $a^2 + 5ab + b^2$
- (4)  $(x + y)^2(x^2 + y^2) + 1$
- (5)  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- (6)  $3a(a - b) - b(b - a)$
- (7)  $abc + bc + ca + ab + a + b + c + 1$
- (8)  $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$
- (9)  $x^2 + y^2 + yz - zx - 2xy$
- (10)  $x(y^2 - z^2) + y(z^2 - x^2) + z(x^2 - y^2)$
- (11)  $x^2y - x^2z + y^2z - y^2x$
- (12)  $(ab + 1)(a + 1)(b + 1) + ab$

★★

【13】  $x > 1$ ,  $x + \frac{1}{x} = 4$  のとき, 次の各式の値を求めなさい.

(1)  $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2)  $x^3 + \frac{1}{x^3}$

(3)  $x - \frac{1}{x}$

(4)  $x^2 - \frac{1}{x^2}$

★★

【14】  $x + y + z = 6$ ,  $xy + yz + zx = 8$ ,  $xyz = 5$  のとき, 次の各式の値を求めなさい.

(1)  $x^2 + y^2 + z^2$

(2)  $x^3 + y^3 + z^3$

(3)  $x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2$

(4)  $x^4 + y^4 + z^4$

(5)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

(6)  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$

■自習

★★★

【15】 次の式を因数分解しなさい.

(1)  $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$

(2)  $(a + b + c)(ab + bc + ca) - abc$

(3)  $(x+y)z^2 + (y+z)x^2 + (z+x)y^2 + 2xyz$

(4)  $a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2 - 4abc$

★★

【16】 次の式を因数分解しなさい.

(1)  $xy(x - y) + yz(y - z) + zx(z - x)$

(2)  $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$

(3)  $x(y^3 - z^3) + y(z^3 - x^3) + z(x^3 - y^3)$

(4)  $a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$