数　　学

総　評

今回は以下の分野から出題した。

「対数関数」「高次方程式」「三角関数」

「1次不定方程式」「場合の数・確率」

「微分積分」「ベクトル」「図形と方程式」「数列」

レベルとしては，易しいものから難しいものまで，幅広く出題した。標準レベルのものまでは全員に正解してほしかったが，残念ながら出来がよくない問題もあった。間違えた問題については，「**解答**」や「**解説**」を参考にしっかり復習しておこう。

また，答案の作り方についても意識しておくとよい。せっかくわかっていても，理解していることが採点者に伝わらないと点数はもらえない。「**解答**」の記述も参考に，どのように書けばよいか，どの程度書けばよいかなどについて確認しておきたい。

問題別講評

1　小問集合

（1）**ア**では，真数条件を考慮せず $x \leqq 0$，$2 \leqq x$ としたものが目立った。また，**イ**では，真数条件や底の条件を考慮しなかったと思われるもの，底による場合分けをしなかったと思われるものなど，さまざまな誤答が見られた。対数関数の扱い方をよく復習しておこう。

（2）比較的できていたが，**ウ**では，$\theta=-\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}$ を代入しただけの $-\sqrt{3} \leqq t \leqq \sqrt{3}$ という誤答がちらほら見られた。間違えた人は，関数の最大値・最小値を求める際の考え方をよく復習しておこう。

（3）できていた。

（4）**ク**はできていたが，**ケ**ではさまざまな誤答が見られた。条件付き確率の考え方を復習しておこう。

2　微分積分

3次方程式の解のとり得る値の範囲に関する問題。

（1）できていたが，微分したあと増減表をかかずにいきなり答を書いているものがあった。極値の求め方は，微分積分において最も基本となる項目である。減点されていた人は，手順をよく再確認しておこう。

（2）（ⅰ）できていた。

（ⅱ）根拠の不十分なものが非常に多かった。グラフより $-1<\beta<3$，$3<\gamma<5$ を求め，そこから $4<\beta+\gamma<6$ としているものがあったが，これだけでは $2<\beta+\gamma<8$ しかいえない。「**解答**」のように解と係数の関係を利用する方法をしっかり確認しておこう。

3　ベクトル

四面体を題材にしたベクトルの問題。

（1）辺 OB を 6：1 に内分する点を E としたものが多く，想定よりもできていなかった。問題文はよく読むよう心がけよう。

（2）$\mathrm{OP} \perp \mathrm{FP}$ に着目し，内積を利用するという方針は立てられているものの，その計算の途中でミスしているものが多かった。無理に途中の計算を省略せず，丁寧に計算してほしい。

（3）白答がほとんどだった。（2）と同様に $\mathrm{OQ} \perp \mathrm{FQ}$ に着目して内積を利用する「**解答**」の方法のほか，方べきの定理を利用する「**解説 C**」のような解答も可能である。できなかった人はもちろん，できた人も様々な解法を学び取ってほしい。

4　図形と方程式

2直線の交点の軌跡に関する問題。

（1）問題文に従って，点の座標や直線の式を順に求めていけば正解に到達できる問題であったが，想定よりもできていなかった。図形と方程式の問題では，丁寧に図をかき，慌てずに1つ1つの条件を式に表していくことが重要であることを肝に銘じてほしい。

（2）白答が多かった。着手できていたものの多くは点 H の座標を求める方針（「**解説 C**」）をとっていたが，本問においてはやや遠回りである。「**解答**」のように，点 H の x 座標，y 座標がみたす式から p を消去するという方針を押さえてほしい。

5　数列

数列の和と一般項に関する問題。

（1）できていた。

（2）S_n-S_{n-1} についてはできていたが，T_n-T_{n-1} についてはあまりできていなかった。複数の $\sum$ を含む式を整理する際は，適宜，和を書き下して考えるとよい。

（3）「（2）の結果を利用するにはどうすればよいか」というところから突破口を開いてほしかったが，あまりできていなかった。

（4）できていなかった。階差数列を利用して数列の一般項を求めるという発想を確認しておいてほしい。

採点基準

以下に配点の目安を記しますので，参考にしてください。なお，下記は目安であり，立式や計算の過程において，場合に応じて部分的に得点を与えることや，減点することがあります。

また，「**解答**」以外の方法で解いた場合などは，以下の基準に当てはまらないこともあります。

$\boxed{1}$（40 点）

いずれも答に

（1）**ア**：4 点，**イ**：6 点 ………………………… 10 点

（2）**ウ**：3 点，**エ**：3 点，**オ**：4 点 …………… 10 点

（3）**カ**：4 点，**キ**：6 点 ………………………… 10 点

（4）**ク**：4 点，**ケ**：6 点 ………………………… 10 点

$\boxed{2}$（30 点）

（1）（8 点）

$f(x)$ を微分して ……………………………………… 1 点

$f(x)$ の増減を調べて ……………………………… 3 点

答に ……………………………………………………… 4 点

（2）（ i ）（10 点）

$y=f(x)$ のグラフをかいて ………………………… 4 点

答に ……………………………………………………… 6 点

（ii）（12 点）

$\beta+\gamma=3-\alpha$ を示して ………………………………… 3 点

$y=f(x)$ と $y=0$ の共有点の x 座標を求めて … 3 点

α のとり得る値の範囲を求めて ……………………… 3 点

答に ……………………………………………………… 3 点

$\boxed{3}$（40 点）

（1）（8 点）

$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を実数 k と $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表して ………… 2 点

k を求める式に ……………………………………… 3 点

答に ……………………………………………………… 3 点

（2）（12 点）

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を実数 l と $\vec{c}$ を用いて表して ……………… 1 点

l を求める式に ……………………………………… 8 点

答に ……………………………………………………… 3 点

（3）（20 点）

$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を実数 s と $\overrightarrow{\mathrm{OF}}$, $\vec{c}$ を用いて表して ……… 5 点

s を求める式に ……………………………………… 8 点

s の値を求めて ……………………………………… 4 点

答に ……………………………………………………… 3 点

$\boxed{4}$（40 点）

（1）（15 点）

点 P の座標を p を用いて表して …………………… 2 点

点 P′ の座標を p を用いて表して ………………… 2 点

直線 l の傾きを p を用いて表して ……………… 5 点

答に ……………………………………………………… 6 点

（2）（25 点）

点 H が直線 l 上にあることを式で表して ……… 3 点

点 H が直線 OP′ 上にあることを式で表して … 3 点

軌跡の方程式を求めて ……………………………… 6 点

軌跡の限界を求めて ……………………………… 11 点

答に ……………………………………………………… 2 点

$\boxed{5}$（50 点）

（1）（8 点）

答に ……………………………………………………… 8 点

（2）（12 点）

S_n-S_{n-1} を求めて（答に） ……………………… 5 点

T_n-T_{n-1} を求めて（答に） ……………………… 7 点

（3）（15 点）

（2）の結果より

$(S_{n+1}-T_{n+1})-(S_n-T_n)$ を求めて ……… 5 点

$S_n-T_n=(n-1)^3$ より

$(S_{n+1}-T_{n+1})-(S_n-T_n)$ を求めて ……… 5 点

答に ……………………………………………………… 5 点

（4）（15 点）

$a_{n+1}-a_n$ を求めて ………………………………… 5 点

$n\geqq 3$ のとき，a_n を求めて（答に） …………… 8 点

$n=2$ のときも成り立つことを確認して ……… 2 点

第２回　高２数学

総　評

今回は以下の分野から出題した。

「指数関数」「三角関数」「微積分」「確率」

「図形と方程式」「ベクトル」「数列」

レベルとしては，易・やや易・標準・やや難・難と，幅広く出題した。標準レベルのものまでは全員に正解してほしかったが，残念ながら出来がよくない問題もいくつかあった。間違えた問題については，「**解答**」「**解説**」を参考にしっかり復習しておこう。

また，答案のつくり方についても意識しておくとよい。せっかくわかっていても，理解していることが採点者に伝わらないと点数はもらえない。「**解答**」の記述も参考に，どのように書けばよいか，どの程度書けばよいかなどについて確認しておきたい。

問題別講評

1　小問集合

（1）不等式の出来はよかったが，方程式の出来はその半分ぐらいだった。できなかった人は指数法則の確認をしておいてもらいたい。

（2）三角不等式はよくできており，三角関数のとり得る値の範囲についてもまずまずの出来であった。

（3）思ったほど出来はよくない。**カ**では白答が目立った。

（4）**キ**はよく出来ていた。**ク**の出来は悪く，いろいろな誤答が見られた。

2　微積分

3 次関数のグラフと最小値についての問題。

（1）よくできていた。

（2）（1）で求めた関係式を t の方程式と見て，その解の個数の話に帰着させるのがポイントであるが，この読み替えができていなかった。

（3）a の値による場合分けができていない人が目立つ。とくに，解の公式を使って方程式 $f'(x)=0$ の解を $x=-1\pm|a-1|$ とし，絶対値の中身の符号で場合分けしておしまいにした人が多かった。このあと，$\alpha-2$，$-\alpha$ と 0 との大小関係によって場合分けする必要がある。

3　ベクトル

円に内接する三角形を題材にしたベクトルの問題。

（1）よくできていた。

（2）図形的に求めようとして計算ミスした人が多かった。

（3）座標を導入して△PQR の面積を求めた猛者もいたが，全体的に出来はよくない。とくに，「**解説** B」の方法で求めようとして挫折した人が多かった。図形的な見方を身につけておいてもらいたい。

4　図形と方程式

2 円の位置関係と軌跡に関する問題。数式処理力と図形的な見方の両方が必要で，難易度は高い。

（1）「**解説** A」の方法で求めようとした人が大半を占めたが，正解にたどり着けたのはほんの一握りであった。根号と絶対値を含む不等式になるため計算は煩雑であるが，根気よく取り組めば解けなくないので，集中力を切らさないでほしかった。

（2）X，Y を m で表そうとしてミスした人，m で表すことはできたものの，そこから m を消去できなかった人が多い。この処理は決して難しいものではない。しっかり復習して，確実にできるようにしておいてもらいたい。

（3）（2）ができていないので，手をつけられなかった人がほとんどであった。見方が面白い問題なので，再挑戦してほしい。

5　数列

漸化式で定められた数列についての問題。

（1）一般項を予想しただけの人が少なくない。漸化式の両辺の対数をとった人はほとんどいなかった。

（2）（1）ができた人は比較的よくできていた。

（3）不等式②を立式するところまでもやや難しく，さらに立式後の処理が難しいが，正答にたどり着いた人もちらほら見られた。後半で用いた"式の評価"の考え方は，とくに数学Ⅲにおいて重要であるので，ぜひ身につけてもらいたい。

採点基準

以下に配点の目安を記しますので，参考にしてください。なお，下記は目安であり，立式や計算の過程において，場合に応じて部分的に得点を与えることや，減点することがあります。

また，「**解答**」以外の方法で解いた場合などは，以下の基準に当てはまらないこともあります。

$\boxed{1}$ (40 点)

いずれも答に

（1）**ア** : 5 点，**イ** : 5 点 …………………… 10 点

（2）**ウ** : 5 点，**エ** : 5 点 …………………… 10 点

（3）**オ** : 5 点，**カ** : 5 点 …………………… 10 点

（4）**キ** : 5 点，**ク** : 5 点 …………………… 10 点

$\boxed{2}$ (40 点)

（1）(10 点)

接線の方程式を求めて …………………………5 点

答に ………………………………………………5 点

（2）(15 点)

$g(t)$の増減を調べて …………………………8 点

答に ………………………………………………7 点

（3）(15 点)

方程式 $f'(x)=0$ を解いて ………………………3 点

正しく場合分けして ……………………………3 点

それぞれの場合の $f(x)$の増減を調べて ……3 点

答に ………………………………………………6 点

$\boxed{3}$ (40 点)

（1）(7 点)

答に ………………………………………………7 点

（2）(13 点)

$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$の関係式を立式して ………………6 点

答に ………………………………………………7 点

（3）(20 点)

△PQR と△OBC の面積比を求めて ……… 10 点

△OBC の面積を求めて …………………………5 点

△PQR の面積を求めて …………………………5 点

$\boxed{4}$ (40 点)

（1）(10 点)

①，②が円を表す条件を求めて ………………2 点

①，②から y を消去して得られる方程式の判別式を求めて ……………………………………3 点

答に ………………………………………………5 点

（2）(15 点)

X，Y，m の関係式を求めて …………………2 点

軌跡の方程式を求めて …………………………6 点

軌跡の限界を調べて ……………………………2 点

図示して …………………………………………5 点

（3）(15 点)

$\frac{2-Y}{2-X}$の図形的な意味を捉えて ………………3 点

∠DCE の大きさを求めて ……………………6 点

答に ………………………………………………6 点

$\boxed{5}$ (40 点)

（1）(15 点)

一般項を推測して ………………………………3 点

数学的帰納法で証明して ……………………12 点

（2）(10 点)

隣接する 3 項の和 S_k を求めて ………………4 点

答に ………………………………………………6 点

（3）(15 点)

P_{3n} 求めて ……………………………………3 点

n の不等式を立式して …………………………3 点

答に ………………………………………………9 点

第３回　高２数学

総　評

今回は以下の分野から出題した。

「対数関数」「三角関数」「微積分」「確率」
「ベクトル」「図形と方程式」「数列」

レベルとしては，易 ～ 標準 ～ 難と，幅広く出題した。標準レベルのものまでは全員に正解してほしかったが，残念ながら出来がよくない問題もあった。間違えた問題については，「**解答**」や「**解説**」を参考にしっかり復習しておこう。

また，答案の作り方についても意識しておくとよい。せっかくわかっていても，理解していることが採点者に伝わらないと点数はもらえない。「**解答**」の記述も参考に，どのように書けばよいか，どの程度書けばよいかなどについて確認しておきたい。

問題別講評

$\boxed{1}$　小問集合

（1）**ア**では，$2^0 = 0$ と間違えたと思われる答案が散見された。また**イ**では，真数条件を見落とした答案が多かった。できなかった人は，これを機に十分注意してもらいたい。

（2）三角関数の合成は基本的にはよくできていたが，三角不等式については，$\alpha \leqq \theta \leqq \pi - \alpha$ を答えとするなど，惜しいものが見られた。

（3）特に**キ**の出来は思ったほどよくはなかった。ここでは，**カ**の結果を利用して省力化するのがポイントである。

（4）確率の問題であり，**ク**は比較的よくできていたが，**ケ**の出来はあまりよくなく，いろいろな誤答が見られた。

$\boxed{2}$　微積分

３次関数の微分についての問題。

（1）極値をもたない条件であるが，「**解答**」の方法以外にも，方程式 $f'(x) = 0$ を解いて $0 = -2a$ を導いたりして，よくできていた。

（2）a の値による場合分けをした答案も見られたが，「**解答**」のように処理すればよいことを理解しておこう。また，解と係数の関係を利用することもできる。

（3）$a = 0$ の場合を $a < 0$ の場合に含めてしまったりして，この場合の考察がきちんとできていない答案が見られた。このレベルの問題に対しては，きちんとした答案が書けるようになっておいてほしい。

$\boxed{3}$　ベクトル

三角形と円を題材にしたベクトルの問題。本問や次の$\boxed{4}$の問題において，様々な図形的な視点を是非身につけてもらいたい。

（1）まずは BC の中点の位置ベクトルを求めたりして，よくできていた。

（2）（ｉ）与えられた垂直条件を内積を用いて立式できれば，さほど難しくはなかっただろう。

（ⅱ）AB がこの円の直径であることに気づくのが最大のポイントである。この後は三角比を利用したり方べきの定理を利用したりと様々だったが，「**解答**」や「**解説**」以外の解法を用いた答案は，途中のミスが目立った。

$\boxed{4}$　図形と方程式

円の通過領域を求める問題。数式の処理力や図形的な発想力も必要で，難易度は高めである。

（1）半径を求める際の計算ミスが目についたが，基本的にはよくできていた。

（2）（ｉ）図形的な条件を方程式の条件に読み替えるのがポイントである。「**解答**」のように読み替えたあと，数値代入法で処理した答案も見られた。

（ⅱ）（ｉ）の結果を利用するわけだが，白答以外の答案では，まず点 P の軌跡を求めて，図形的に考えたものが多かった。

$\boxed{5}$　数列

群数列についての問題で，整数の性質と絡めて出題した。

（1）P_n の規則性については，概ね把握できているようだった。

（2）（ｉ）「**解説**」のように階差数列を利用したり，数学的帰納法を利用したりと，様々な解法が見られたが，階差が $4n$ であることの説明が不足しているものが目立った。

（ⅱ）「**解答**」や「**解説**」のように 5 で割った余りに着目した答案はあまり見られず，素直に 10 で割った余りに着目した答案でも，途中の説明不足のものが多かった。

採点基準

以下に配点の目安を記しますので，参考にしてください。なお，下記は目安であり，立式や計算の過程において，場合に応じて部分的に得点を与えることや，減点することがあります。

また，「**解答**」以外の方法で解いた場合などは，以下の基準に当てはまらないこともあります。

$\boxed{1}$ (40 点)

いずれも答に

（1）**ア**：５点，**イ**：５点 ……………………10 点

（2）**ウ**：２点，**エ**：３点，**オ**：５点 ………10 点

（3）**カ**：５点，**キ**：５点 ……………………10 点

（4）**ク**：５点，**ケ**：５点 ……………………10 点

$\boxed{2}$ (40 点)

（1）(10 点)

$f'(x)$を求めて …………………………………３点

$f'(x)=0$ の判別式に ………………………４点

答に ………………………………………………３点

（2）(15 点)

極値をもつ条件に ………………………………２点

$f(0)\cdot f(-2a)=0$ に …………………… ８点

答に ………………………………………………５点

（3）(15 点)

場合分けと増減に ……………………… 各２点

最小値についての不等式に …………… 各１点

答や不適に ……………………………………各２点

$\boxed{3}$ (40 点)

（1）(10 点)

答に ……………………………………………各５点

（2）(ⅰ) (15 点)

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ を a で表して ……………………６点

$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BG}=0$ に ……………………………３点

a の方程式に ……………………………………２点

a^2 の値に ……………………………………２点

答に ………………………………………………２点

(ⅱ) (15 点)

$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}k\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}k\overrightarrow{AC}$ とおいて ……………２点

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BE}=0$ に ……………………………７点

k の値に ……………………………………………４点

答に ………………………………………………２点

$\boxed{4}$ (40 点)

（1）(10 点)

円の方程式を変形して ……………………４点

答に ………………………………………各３点

（2）(ⅰ) (15 点)

a について整理して ………………………３点

恒等式となる条件に ………………………６点

$(x,\ y)$ の座標に ……………………………各２点

答に ………………………………………各１点

(ⅱ) (15 点)

AB を直径とする円に ………………………２点

a についての不等式に ……………………２点

a の値の範囲（答）に ……………………２点

$f(-1)\leqq 0$ の式に …………………………２点

$f(3)\leqq 0$ の式に ……………………………２点

領域の図示（答）に …………………………５点

$\boxed{5}$ (40 点)

（1）(10 点)

$\mathrm{P}_l(10,1)$ は第 10 群の末項に ………………２点

$l=55$（答）に ………………………………２点

k についての不等式に ……………………２点

P_{200} は第 20 群の 10 項目に ………………２点

$\mathrm{P}_{200}(10,11)$ （答）に ……………………２点

（2）(ⅰ) (15 点)

a_n は第 $(2n-1)$ 群の中央の項までの項数に

………………４点

第 $(2n-1)$ 群の末項までの項数に ………２点

第 $(2n-1)$ 群の初項までの項数に ………２点

a_n を n の式で表して ………………………２点

$n=1$ での成立を確認して …………………３点

答に ………………………………………………２点

(ⅱ) (15 点)

b_n の式に ……………………………………３点

連続する３整数の積が３の倍数より，

５の倍数を示して ……………………………３点

$R(0)\sim R(4)$ に ………………………………５点

b_n を５で割ったときの余りは $0,1,4$ に

………………２点

証明を締めくくって ………………………２点

第４回　高２数学

総　評

今回は以下の分野から出題した。

「高次方程式」「三角関数」「対数関数」

「場合の数・確率」「積分法」

「ベクトル」「数列」「図形と方程式」

レベルとしては，易 ～ 標準 ～ 難と，幅広く出題した。標準レベルのものまでは全員に正解してほしかったが，残念ながら出来がよくない問題もあった。間違えた問題については，「**解答**」や「**解説**」を参考にしっかり復習しておこう。

また，答案の作り方についても意識しておくとよい。せっかくわかっていても，理解していることが採点者に伝わらないと点数はもらえない。「**解答**」の記述も参考に，どのように書けばよいか，どの程度書けばよいかなどについて確認しておきたい。

問題別講評

1　小問集合

（1）**ア**では，$3x-2$ や x を答えとする答案が散見された。また**イ**では，0 とする答案が見られた。これを機に剰余の定理を復習しておきたい。

（2）**ウ**は比較的よくできていたが，**エ**は B と D を取り違えて $\frac{7}{12}\pi$ を答えとするなど，惜しいものが見られた。

（3）特に**カ**の出来はよくなかった。$0<y\leqq a$ とする答案が多く，真数条件に気づけているだけに残念だ。ここでは，$\log_a y$ も真数になっていることから，不等式 $\log_a y>0$ も解く必要があった。

（4）場合の数と確率の問題である。**キ**の誤答では 60 が非常に多かった。問われているのは生徒の組合せだから，じゃんけんの手の出し方を考える必要はないことに注意しよう。

2　積分法

積分法を利用して面積を求める問題。

（1）場合分けをして絶対値記号を正しくはずせていないもの，はずせたとしても場合分けの条件をみたすのか確認が足りないものなど，全体的に苦手な様子が出ていた。よく復習しておいてほしい。

（2）定積分を利用して面積を立式しても，途中の計算でミスが目立った。ミスをしないような計算の工夫や解答の書き方をもう一度見直しておこう。

（3）整数の性質に関する問題。できているものは「**解説 C**」の方法が多かった。いろいろな方法で考えることができるので，「**解答**」や「**解説**」を参考にしてほしい。

3　ベクトル

三角形と円を題材にしたベクトルの問題。

（1）三角形の外心と重心を混同している答案が散見された。垂直二等分線の交点であることに気づけるかどうかがカギ。

（2）（ｉ）与えられた垂直条件を内積を用いて表したあと，それをどのように利用するかで明暗が分かれた。

（ⅱ）△ABC の面積を面積公式を利用して直接求めようとする答案が多かった。図形的な考察を加えることで処理量を減らすことができるので，このような視点を是非身につけてほしい。

4　数列

数列の和の性質を利用して，数列の和の最小値を求める問題。難易度は高めである。

（1）よくできていた。

（2）数列 $\{a_k\}$，$\{b_k\}$ の一般項を代入して計算した答案では，途中でミスをするものが多かった。

（3）（2）の式をすべて展開してしまい，数列 $\{x_k\}$ と数列 $\{b_k\}$ が一致するとき最小であることの説明不足が見られた。論証の仕方を身につけてほしい。

5　図形と方程式

図形的な条件と数式の条件の読み替えや数式の処理力が要求され，難易度は高めである。

（1）「**解説**」のように垂直に着目するまではよかったが，こう読み替えると頂点での場合分けが必要なことを見落としてしまうようだった。

（2）（ｉ）$\frac{y}{x-3}=k$ とおくことは比較的できていたが，円 C と放物線 P の位置関係やその２つのグラフに囲まれる領域 D を正しくつかめていないものが目立った。

（ⅱ）白答以外の答案では，図形的な条件を方程式の条件に読み替えることができていた。

採点基準

以下に配点の目安を記しますので，参考にしてください。なお，下記は目安であり，立式や計算の過程において，場合に応じて部分的に得点を与えることや，減点することがあります。

また，「**解答**」以外の方法で解いた場合などは，以下の基準に当てはまらないこともあります。

$\boxed{1}$ (40 点)

いずれも答に

（1）**ア**：５点，**イ**：５点 …………………10 点

（2）**ウ**：５点，**エ**：５点 …………………10 点

（3）**オ**：５点，**カ**：５点 …………………10 点

（4）**キ**：５点，**ク**：５点 …………………10 点

$\boxed{2}$ (40 点)

（1）(10 点)

C_kを場合分けして処理して …………… 各２点

答に ………………………………………各２点

（2）(15 点)

定積分を用いた面積の立式に ……………各３点

定積分の計算に ………………………… 各１点

答に ………………………………………３点

（3）(15 点)

$S(k)$の分子が６の倍数となることに ……… ２点

連続する整数の積に変形，説明して ………６点

$k-1$ が６の倍数となることに ………………４点

答に ………………………………………３点

$\boxed{3}$ (40 点)

（1）(10 点)

P，Q，R が中点であることに ……………各２点

答に ………………………………………４点

（2）（ｉ）(15 点)

両辺の絶対値をとって２乗して ……………５点

垂直の条件をベクトルで表現して …………２点

外接円の半径の条件より …………………２点

k の２次方程式として処理して …………… ３点

答に ………………………………………３点

（ii）(15 点)

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ を変形して OD : OA＝5 : 7 に ………４点

Tの式に ………………………………………４点

S の式に ………………………………………３点

答に ………………………………………４点

$\boxed{4}$ (40 点)

（1）(10 点)

答に ……………………………………… 10 点

（2）(15 点)

a_k+b_kが定数となることに …………………２点

$\sum_{k=1}^{n} x_k=\sum_{k=1}^{n} k$ ……………………………………２点

$\sum_{k=1}^{n} x_k^2=\sum_{k=1}^{n} k^2$ ……………………………… ２点

与えられた式を n で表して …………………６点

答に ………………………………………３点

（3）(15 点)

$\sum_{k=1}^{n} a_kx_k=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(x_k-b_k)^2$に ……４点

$\sum_{k=1}^{n}(x_k-b_k)^2\geqq 0$ に …………………………… ２点

$\sum_{k=1}^{n} a_kx_k\geqq\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$に ………………………２点

等号が成立するときに ………………………４点

答に ………………………………………３点

$\boxed{5}$ (40 点)

（1）(10 点)

A と放物線上の点の距離の式に ……………２点

平方完成して ………………………………２点

最小となるときに ……………………… ２点

答に ……………………………………… ４点

（2）（ｉ）(15 点)

領域 D を図示して ……………………… ４点

$\frac{y}{x-3}=k$ とおいて，$y=k(x-3)$が$(3,\ 0)$を

通る直線であることがわかって ……… ２点

点$(2,\ 1)$を通るときの k の値に ……………２点

放物線P と接するときの k の値に …………４点

答に ………………………………………３点

（ii）(15 点)

円 C の式に ………………………………２点

aについて整理して …………………………３点

a の２次方程式が

$0<a<2$ に異なる２解をもつ条件に … 各１点

領域を図示して ……………………………６点

第５回　高２数学

総　評

今回は以下の分野から出題した。

「高次方程式」「三角関数」「場合の数・確率」
「指数・対数関数」「微分積分」「ベクトル」
「数列」「図形と方程式」

レベルとしては，易しいものから難しいものまで，幅広く出題した。標準レベルのものまでは全員に正解してほしかったが，残念ながら出来がよくない問題もあった。間違えた問題については，「**解答**」や「**解説**」を参考にしっかり復習しておこう。

また，答案の作り方についても意識しておくとよい。せっかくわかっていても，理解していることが採点者に伝わらないと点数はもらえない。「**解答**」の記述も参考に，どのように書けばよいか，どの程度書けばよいかなどについて確認しておきたい。

問題別講評

1　小問集合

（1）**ア**では，解の公式より求めた α を 3 乗する際に計算ミスしたと思われる，虚数を答えたものが目立った。次数下げの手法を確認しておこう。また，**イ**でも虚数を答えたものが散見された。整式の除法についてよく復習しておこう。

（2）**ウ**は比較的できていたが，**エ**は x の係数$\dfrac{2}{3}$を無視した$\dfrac{\pi}{4}$という誤答が目立った。

（3）**オ**はまずまずの出来だったが，**カ**では様々な誤答が見られた。2 人が隣り合う場合の数は，隣り合う 2 人をひとまとめにして考えるのが定石。円順列の個数の求め方と合わせて確認しておこう。

（4）**キ**はできていた。**ク**については想定よりもできていたが，5 という誤答が目立った。本問のような問題では，桁数や最高位の数字を求めたい数を，10 の累乗を含む不等式で表すことがポイント。

2　微分積分

積分法を利用して面積を求める問題。

（1）方針は立っているものがほとんどであった。しかし，判別式の条件より t の 2 次不等式を得たあとのミスが目立った。

（2）いわゆる「6 分の 1 公式」が利用できることに気づいているものは多かった。しかし，その立式の際に x^2 の係数 2 を忘れたものが多かった。

（3）できていなかった。まずは面積を求める図形を正しく図示することを心がけよう。

3　ベクトル

三角形と円を題材にしたベクトルの問題。

（1）できていた。

（2）（ｉ）点 D が直線 AB 上の点であることを，ベクトルを用いて表すところでつまずいているものが目立った。ベクトルの垂直条件と合わせてしっかり復習しておこう。

（ⅱ）点 F が円 K の周上の点であるという条件をどのように利用するかが難しかったようである。直径に対する円周角が直角であることに着目した「**解答**」のほか，半径に着目した「**別解 C**」のような解答も可能である。本問ではどちらの方針でも計算量は大差ないが，臨機応変に対応できるよう，様々な解法を学び取ってほしい。

4　数列

2 つの数列に共通する項に関する問題。

（1）できていた。

（2）数列$\{b_n\}$の項を書き出すことで b_n を 5 や 10 で割った余りの周期性に気づいたものは想定よりも多かった。しかし，その周期性を示すところまでできていたものは少なかった。

（3）（2）で余りの周期性に気づけたものについては，最後までできていたものが多かった。

5　図形と方程式

領域に関する最大・最小問題。

（1）領域の境界線は正しく図示できているものが多かった。しかし，その後，異なる部分を示しているものが目立った。

（2）（3）あまりできていなかった。このタイプの問題では，どんなときに最大値・最小値をとるか，図をかいて把握することがポイントである。図をかく中で方針が見えることも多いので，まったく手がつかなかった人も「**解答**」の図を見ながらもう一度考えてみよう。

採点基準

以下に配点の目安を記しますので，参考にしてください。なお，下記は目安であり，立式や計算の過程において，場合に応じて部分的に得点を与えることや，減点することがあります。

また，「**解答**」以外の方法で解いた場合などは，以下の基準に当てはまらないこともあります。

$\boxed{1}$ (40 点)

いずれも答に

（1）**ア**：4 点，**イ**：6 点 ……………………… 10 点

（2）**ウ**：4 点，**エ**：6 点 ……………………… 10 点

（3）**オ**：4 点，**カ**：6 点 ……………………… 10 点

（4）**キ**：4 点，**ク**：6 点 ……………………… 10 点

$\boxed{2}$ (30 点)

（1）(8 点)

直線 l の方程式を求めて ………………………3 点

答に ………………………………………………5 点

（2）(10 点)

面積を t の式で表して …………………………6 点

面積の最大値（答）に ……………………………3 点

そのときの t の値（答）に ……………………1 点

（3）(12 点)

直線 m，n の方程式を求めて ……………………2 点

面積を求める式に …………………………………7 点

答に ………………………………………………3 点

$\boxed{3}$ (30 点)

（1）(8 点)

$\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求める式に ………………………………4 点

答に ………………………………………………4 点

（2）（i）(10 点)

$\overrightarrow{OD}$ を実数 s と $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表して …………2 点

s の値を求めて ……………………………………4 点

答に ……………………………………………各 2 点

（ii）(12 点)

$\overrightarrow{OF}$ を実数 t と $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表して …………2 点

t の値を求めて ……………………………………6 点

答に ………………………………………………4 点

$\boxed{4}$ (50 点)

（1）(10 点)

答に ……………………………………………各 5 点

（2）(20 点)

b_1，b_2，b_3，b_4 を 5 で割った余りを

それぞれ求めて …4 点

数列 $\{b_n\}$ の各項を 5 で割った余りが

周期性をもつことを示して …8 点

答に ………………………………………………8 点

（3）(20 点)

数列 $\{b_n\}$ の各項を 5 で割った余りが

0 以外のすべての値をとることに ……10 点

答に ………………………………………………10 点

$\boxed{5}$ (50 点)

（1）(10 点)

領域 D の境界となる図形を図示して ……… 6 点

答に ………………………………………………4 点

（2）（i）(15 点)

a が最大値をとる状況を説明して ………… 5 点

a が最小値をとる状況を説明して ………… 5 点

答に ………………………………………………5 点

（ii）(25 点)

正しく場合分けができて ……………………… 5 点

$k \geqq 3$ のとき，

b が最小値をとる状況を説明して …3 点

$k \geqq 3$ のとき，b の最小値（答）を求めて …2 点

$1 < k < 3$ のとき，

b が最小値をとる状況を説明して …3 点

$1 < k < 3$ のとき，

b の最小値（答）を求めて …2 点

$-\sqrt{3} \leqq k \leqq 1$ のとき，

b の最小値（答）を求めて …5 点

$k < -\sqrt{3}$ のとき，

b が最小値をとる状況を説明して …3 点

$k < -\sqrt{3}$ のとき，

b の最小値（答）を求めて …2 点