第４回　高２数学

総　評

今回は以下の分野から出題した。

「高次方程式」「三角関数」「対数関数」
「場合の数・確率」「積分法」
「ベクトル」「数列」「図形と方程式」

レベルとしては，易 ～ 標準 ～ 難と，幅広く出題した。標準レベルのものまでは全員に正解してほしかったが，残念ながら出来がよくない問題もあった。間違えた問題については，「**解答**」や「**解説**」を参考にしっかり復習しておこう。

また，答案の作り方についても意識しておくとよい。せっかくわかっていても，理解していることが採点者に伝わらないと点数はもらえない。「**解答**」の記述も参考に，どのように書けばよいか，どの程度書けばよいかなどについて確認しておきたい。

問題別講評

1　小問集合

（1）**ア**では，$3x-2$ や x を答えとする答案が散見された。また**イ**では，0 とする答案が見られた。これを機に剰余の定理を復習しておきたい。

（2）**ウ**は比較的よくできていたが，**エ**は B と D を取り違えて $\frac{7}{12}\pi$ を答えとするなど，惜しいものが見られた。

（3）特に**カ**の出来はよくなかった。$0<y\leqq a$ とする答案が多く，真数条件に気づけているだけに残念だ。ここでは，$\log_a y$ も真数になっていることから，不等式 $\log_a y>0$ も解く必要があった。

（4）場合の数と確率の問題である。**キ**の誤答では 60 が非常に多かった。問われているのは生徒の組合せだから，じゃんけんの手の出し方を考える必要はないことに注意しよう。

2　積分法

積分法を利用して面積を求める問題。

（1）場合分けをして絶対値記号を正しくはずせていないもの，はずせたとしても場合分けの条件をみたすのか確認が足りないものなど，全体的に苦手な様子が出ていた。よく復習しておいてほしい。

（2）定積分を利用して面積を立式しても，途中の計算でミスが目立った。ミスをしないような計算の工夫や解答の書き方をもう一度見直しておこう。

（3）整数の性質に関する問題。できているものは「**解説 C**」の方法が多かった。いろいろな方法で考えることができるので，「**解答**」や「**解説**」を参考にしてほしい。

3　ベクトル

三角形と円を題材にしたベクトルの問題。

（1）三角形の外心と重心を混同している答案が散見された。垂直二等分線の交点であることに気づけるかどうかがカギ。

（2）（ⅰ）与えられた垂直条件を内積を用いて表したあと，それをどのように利用するかで明暗が分かれた。

（ⅱ）△ABC の面積を面積公式を利用して直接求めようとする答案が多かった。図形的な考察を加えることで処理量を減らすことができるので，このような視点を是非身につけてほしい。

4　数列

数列の和の性質を利用して，数列の和の最小値を求める問題。難易度は高めである。

（1）よくできていた。

（2）数列$\{a_k\}$，$\{b_k\}$の一般項を代入して計算した答案では，途中でミスをするものが多かった。

（3）（2）の式をすべて展開してしまい，数列$\{x_k\}$と数列$\{b_k\}$が一致するとき最小であることの説明不足が見られた。論証の仕方を身につけてほしい。

5　図形と方程式

図形的な条件と数式の条件の読み替えや数式の処理力が要求され，難易度は高めである。

（1）「**解説**」のように垂直に着目するまではよかったが，こう読み替えると頂点での場合分けが必要なことを見落としてしまうようだった。

（2）（ⅰ）$\frac{y}{x-3}=k$ とおくことは比較的できていたが，円 C と放物線 P の位置関係やその２つのグラフに囲まれる領域 D を正しくつかめていないものが目立った。

（ⅱ）白答以外の答案では，図形的な条件を方程式の条件に読み替えることができていた。

採点基準

以下に配点の目安を記しますので，参考にしてください。なお，下記は目安であり，立式や計算の過程において，場合に応じて部分的に得点を与えることや，減点することがあります。

また，「**解答**」以外の方法で解いた場合などは，以下の基準に当てはまらないこともあります。

$\boxed{1}$ (40 点)

いずれも答に

（1）**ア**：５点，**イ**：５点 ……………………10 点

（2）**ウ**：５点，**エ**：５点 ……………………10 点

（3）**オ**：５点，**カ**：５点 ……………………10 点

（4）**キ**：５点，**ク**：５点 ……………………10 点

$\boxed{2}$ (40 点)

（1）(10 点)

C_kを場合分けして処理して …………… 各２点

答に ………………………………………………各２点

（2）(15 点)

定積分を用いた面積の立式に ……………各３点

定積分の計算に ………………………… 各１点

答に …………………………………………………３点

（3）(15 点)

$S(k)$の分子が６の倍数となることに ……… ２点

連続する整数の積に変形，説明して ………６点

$k-1$ が６の倍数となることに ………………４点

答に …………………………………………………３点

$\boxed{3}$ (40 点)

（1）(10 点)

P，Q，R が中点であることに ……………各２点

答に …………………………………………………４点

（2）（ｉ）(15 点)

両辺の絶対値をとって２乗して ……………５点

垂直の条件をベクトルで表現して …………２点

外接円の半径の条件より ……………………２点

k の２次方程式として処理して …………… ３点

答に …………………………………………………３点

（ii）(15 点)

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ を変形して OD：OA＝5：7 に ………４点

Tの式に ……………………………………………４点

S の式に …………………………………………３点

答に …………………………………………………４点

$\boxed{4}$ (40 点)

（1）(10 点)

答に ………………………………………… 10 点

（2）(15 点)

a_k+b_kが定数となることに …………………２点

$\sum_{k=1}^{n} x_k=\sum_{k=1}^{n} k$ ……………………………………２点

$\sum_{k=1}^{n} x_k^2=\sum_{k=1}^{n} k^2$ ………………………………… ２点

与えられた式を n で表して …………………６点

答に ………………………………………………３点

（3）(15 点)

$\sum_{k=1}^{n} a_kx_k=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(x_k-b_k)^2$に ……４点

$\sum_{k=1}^{n}(x_k-b_k)^2\geqq 0$ に ………………………… ２点

$\sum_{k=1}^{n} a_kx_k\geqq\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$に ……………………２点

等号が成立するときに ………………………４点

答に ………………………………………………３点

$\boxed{5}$ (40 点)

（1）(10 点)

A と放物線上の点の距離の式に ……………２点

平方完成して ……………………………………２点

最小となるときに ……………………………… ２点

答に ……………………………………………… ４点

（2）（ｉ）(15 点)

領域Dを図示して ………………………… ４点

$\frac{y}{x-3}=k$ とおいて，$y=k(x-3)$が$(3,\ 0)$を

通る直線であることがわかって ……… ２点

点$(2,\ 1)$を通るときの k の値に ……………２点

放物線Pと接するときのkの値に …………４点

答に ………………………………………………３点

（ii）(15 点)

円 C の式に ……………………………………２点

aについて整理して …………………………３点

a の２次方程式が

$0<a<2$ に異なる２解をもつ条件に … 各１点

領域を図示して ………………………………６点