数　　学

総　評

今回は以下の分野から出題した。

「対数関数」「高次方程式」「三角関数」

「1 次不定方程式」「場合の数・確率」

「微分積分」「ベクトル」「図形と方程式」「数列」

レベルとしては，易しいものから難しいものまで，幅広く出題した。標準レベルのものまでは全員に正解してほしかったが，残念ながら出来がよくない問題もあった。間違えた問題については，「**解答**」や「**解説**」を参考にしっかり復習しておこう。

また，答案の作り方についても意識しておくとよい。せっかくわかっていても，理解していることが採点者に伝わらないと点数はもらえない。「**解答**」の記述も参考に，どのように書けばよいか，どの程度書けばよいかなどについて確認しておきたい。

問題別講評

1　小問集合

（1）**ア**では，真数条件を考慮せず $x \leqq 0$，$2 \leqq x$ としたものが目立った。また，**イ**では，真数条件や底の条件を考慮しなかったと思われるもの，底による場合分けをしなかったと思われるものなど，さまざまな誤答が見られた。対数関数の扱い方をよく復習しておこう。

（2）比較的できていたが，**ウ**では，$\theta=-\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}$ を代入しただけの $-\sqrt{3} \leqq t \leqq \sqrt{3}$ という誤答がちらほら見られた。間違えた人は，関数の最大値・最小値を求める際の考え方をよく復習しておこう。

（3）できていた。

（4）**ク**はできていたが，**ケ**ではさまざまな誤答が見られた。条件付き確率の考え方を復習しておこう。

2　微分積分

3 次方程式の解のとり得る値の範囲に関する問題。

（1）できていたが，微分したあと増減表をかかずにいきなり答を書いているものがあった。極値の求め方は，微分積分において最も基本となる項目である。減点されていた人は，手順をよく再確認しておこう。

（2）（ⅰ）できていた。

（ⅱ）根拠の不十分なものが非常に多かった。グラフより $-1<\beta<3$，$3<\gamma<5$ を求め，そこから $4<\beta+\gamma<6$ としているものがあったが，これだけでは $2<\beta+\gamma<8$ しかいえない。「**解答**」のように解と係数の関係を利用する方法をしっかり確認しておこう。

3　ベクトル

四面体を題材にしたベクトルの問題。

（1）辺 OB を 6：1 に<u>内分する</u>点を E としたものが多く，想定よりもできていなかった。問題文はよく読むよう心がけよう。

（2）$\mathrm{OP} \perp \mathrm{FP}$ に着目し，内積を利用するという方針は立てられているものの，その計算の途中でミスしているものが多かった。無理に途中の計算を省略せず，丁寧に計算してほしい。

（3）白答がほとんどだった。（2）と同様に $\mathrm{OQ} \perp \mathrm{FQ}$ に着目して内積を利用する「**解答**」の方法のほか，方べきの定理を利用する「**解説 C**」のような解答も可能である。できなかった人はもちろん，できた人も様々な解法を学び取ってほしい。

4　図形と方程式

2 直線の交点の軌跡に関する問題。

（1）問題文に従って，点の座標や直線の式を順に求めていけば正解に到達できる問題であったが，想定よりもできていなかった。図形と方程式の問題では，丁寧に図をかき，慌てずに 1 つ 1 つの条件を式に表していくことが重要であることを肝に銘じてほしい。

（2）白答が多かった。着手できていたものの多くは点 H の座標を求める方針（「**解説 C**」）をとっていたが，本問においてはやや遠回りである。「**解答**」のように，点 H の x 座標，y 座標がみたす式から p を消去するという方針を押さえてほしい。

5　数列

数列の和と一般項に関する問題。

（1）できていた。

（2）S_n-S_{n-1} についてはできていたが，T_n-T_{n-1} についてはあまりできていなかった。複数の Σ を含む式を整理する際は，適宜，和を書き下して考えるとよい。

（3）「（2）の結果を利用するにはどうすればよいか」というところから突破口を開いてほしかったが，あまりできていなかった。

（４）できていなかった。階差数列を利用して数列の一般項を求めるという発想を確認しておいてほしい。

採点基準

以下に配点の目安を記しますので，参考にしてください。なお，下記は目安であり，立式や計算の過程において，場合に応じて部分的に得点を与えることや，減点することがあります。

また，「**解答**」以外の方法で解いた場合などは，以下の基準に当てはまらないこともあります。

$\boxed{1}$（40 点）

いずれも答に

（１）**ア**：4 点，**イ**：6 点 …………… 10 点

（２）**ウ**：3 点，**エ**：3 点，**オ**：4 点 …………… 10 点

（３）**カ**：4 点，**キ**：6 点 …………… 10 点

（４）**ク**：4 点，**ケ**：6 点 …………… 10 点

$\boxed{2}$（30 点）

（１）（8 点）

$f(x)$ を微分して …………… 1 点

$f(x)$ の増減を調べて …………… 3 点

答に …………… 4 点

（２）（ｉ）（10 点）

$y=f(x)$ のグラフをかいて …………… 4 点

答に …………… 6 点

（ⅱ）（12 点）

$\beta+\gamma=3-\alpha$ を示して …………… 3 点

$y=f(x)$ と $y=0$ の共有点の x 座標を求めて …… 3 点

α のとり得る値の範囲を求めて …………… 3 点

答に …………… 3 点

$\boxed{3}$（40 点）

（１）（8 点）

$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を実数 k と $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表して …………… 2 点

k を求める式に …………… 3 点

答に …………… 3 点

（２）（12 点）

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を実数 l と $\vec{c}$ を用いて表して …………… 1 点

l を求める式に …………… 8 点

答に …………… 3 点

（３）（20 点）

$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を実数 s と $\overrightarrow{\mathrm{OF}}$，$\vec{c}$ を用いて表して …………… 5 点

s を求める式に …………… 8 点

s の値を求めて …………… 4 点

答に …………… 3 点

$\boxed{4}$（40 点）

（１）（15 点）

点 P の座標を p を用いて表して …………… 2 点

点 P′ の座標を p を用いて表して …………… 2 点

直線 l の傾きを p を用いて表して …………… 5 点

答に …………… 6 点

（２）（25 点）

点 H が直線 l 上にあることを式で表して …………… 3 点

点 H が直線 OP′ 上にあることを式で表して …… 3 点

軌跡の方程式を求めて …………… 6 点

軌跡の限界を求めて …………… 11 点

答に …………… 2 点

$\boxed{5}$（50 点）

（１）（8 点）

答に …………… 8 点

（２）（12 点）

S_n-S_{n-1} を求めて（答に） …………… 5 点

T_n-T_{n-1} を求めて（答に） …………… 7 点

（３）（15 点）

（２）の結果より

$(S_{n+1}-T_{n+1})-(S_n-T_n)$ を求めて …………… 5 点

$S_n-T_n=(n-1)^3$ より

$(S_{n+1}-T_{n+1})-(S_n-T_n)$ を求めて …………… 5 点

答に …………… 5 点

（４）（15 点）

$a_{n+1}-a_n$ を求めて …………… 5 点

$n\geqq3$ のとき，a_n を求めて（答に） …………… 8 点

$n=2$ のときも成り立つことを確認して …………… 2 点