試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

数　学　①〔数学Ⅰ　数学Ⅰ・数学A〕　(100点 70分)

Ⅰ　注 意 事 項

1　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，0点**となります。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅰ	省略	左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	3〜31	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4　**選択問題については，いずれか2問を選択**し，その問題番号の解答欄に解答しなさい。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　**不正行為について**

①　不正行為に対しては厳正に対処します。

②　不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は，監督者がカードを用いて注意します。

③　不正行為を行った場合は，その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解 答 上 の 注 意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

数　　学　　I

（全　問　必　答）

（以下省略）

数学Ⅰ・数学A

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	

 （注）この科目には，選択問題があります。（3 ページ参照。）

第 1 問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕

k を超えない最大の整数を $[k]$ と表す。例えば，$[3.5]=3$ である。

(1) $[x+1]=3$ を満たす x の値の範囲は

$$\boxed{\text{ア}} \leqq x < \boxed{\text{イ}}$$

である。

また，定義から $[x+1]$ は整数であるから，m を整数として $[x+1]=m$ とおくと，$\bigl[[x+1]+1\bigr]=3$ は

$$[m+1]=3$$

となる。よって，$m=\boxed{\text{ウ}}$ であるから，$\bigl[[x+1]+1\bigr]=3$ を満たす x の値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} \leqq x < \boxed{\text{オ}}$$

である。

（数学 I・数学 A 第 1 問は次ページに続く。）

(2) a を正の定数とする。実数 x に関する二つの条件

$$p : [ax+1]=3$$

$$q : \left[a[ax+1]+1\right]=3$$

について考える。

条件 p を満たすすべての x が条件 q を満たすとき，条件 q は

$$\left[\boxed{\text{カ}}\,a+\boxed{\text{キ}}\right]=3$$

となる。よって，条件 p を満たすすべての x が条件 q を満たすような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \leqq a < \boxed{\text{コ}}$$

である。

また，条件 q を満たすすべての x が条件 p を満たすような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \leqq a < \boxed{\text{ス}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A 第1問は次ページに続く。）

〔2〕 円周率 π は円の直径に対する円周の長さの比率であり，無理数である。これまでに，多くの数学者がより正確な値を求めるためにくふうしてきた。そのくふうの一つとして，半径 1 の円に内接する正多角形をかいて，円と正多角形の面積を比較する方法がある。太郎さんと花子さんは，この方法を使って，円周率 π の値を考えている。

太郎：まず，半径 1 の円に内接する正十二角形を考えてみよう。
花子：円の面積は，正十二角形の面積より大きいね。このことを式に表せばいいね。

(1) 半径 1 の円に内接する正十二角形の面積を S_{12} とする。

図 1 の △OAB の面積は $\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$ であるから

$S_{12} = \boxed{タ}$

である。半径 1 の円の面積は π より

$\pi > S_{12}$

を満たし，$\pi > \boxed{タ}$ であることがわかる。

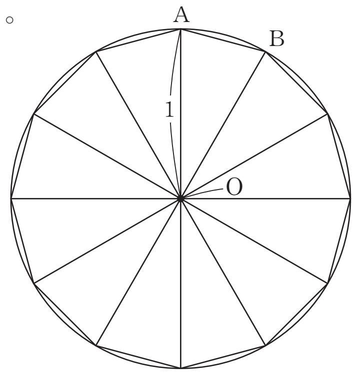


図 1

(2) より正確な値を求めるためには，正多角形の面積を円の面積に近づければよいと考え，二人は，半径 1 の円に内接する正二十四角形を考えることにした。

この正二十四角形の面積を S_{24} とすると

$S_{24} = \boxed{チツ}\sin 15^\circ$

である。

（数学Ⅰ・数学A 第 1 問は次ページに続く。）

花子：正二十四角形の面積を求めるためには，$\sin 15^\circ$ の値が必要だね。
太郎：図 2 を用いれば，三角比の表を使わなくても，$\sin 15^\circ$ の値がわかるよ。

図 2 の $\triangle$OCD は，$\mathrm{OC} = \mathrm{OD} = 1$，$\angle\mathrm{COD} = 30^\circ$ の二等辺三角形である。

$$\mathrm{CD} = \boxed{\text{テ}} \sin 15^\circ$$

であり，$\triangle$OCD において

$$\mathrm{CD}^2 = \boxed{\text{ト}} - \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。よって

$$\left(\boxed{\text{テ}} \sin 15^\circ\right)^2 = \boxed{\text{ト}} - \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$$

であり，$\sin 15^\circ$ の値を小数第 4 位まで求めると 0.2588 となる。

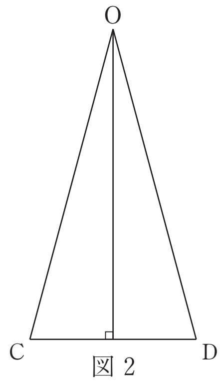


図 2

この値を用いると，$S_{24} = 3.1056$ であり，$\pi > S_{24}$ より，$\pi > 3.1056$ であることがわかる。

(3) 半径 1 の円に内接する正 n 角形の面積を S_n とすると

$$S_n = \boxed{\boxed{\text{ニ}}} \sin \frac{\boxed{\text{ヌネノ}}^\circ}{n}$$

である。

よって，$n = 60$ のとき，9 ページの三角比の表を用いて計算すると

$$S_{60} = 3.1\boxed{\text{ハヒ}}$$

となり，$\pi > 3.1\boxed{\text{ハヒ}}$ であることがわかる。

$\boxed{\boxed{\text{ニ}}}$ の解答群

⓪ $\frac{n}{4}$	① $\frac{n}{2}$	② n	③ $2n$	④ $4n$

（数学 I・数学 A 第 1 問は次ページに続く。）

(4)

太郎：半径1の円に内接する正多角形を考えると，円周率 π はある値より大きいことがわかるね。
花子：それに対して，半径1の円に外接する正多角形を考えると，円周率 π はある値より小さいことがわかりそうだよ。確認してみよう。

半径1の円に外接する正 n 角形の面積を T_n とすると，$T_n = \boxed{\boxed{\text{フ}}}$ である。半径1の円の面積は π であるから

$$\pi < T_n$$

を満たす。

よって，$n = 60$ のとき，9ページの三角比の表を用いて計算すると

$$T_{60} = 3.1\boxed{\text{ヘホ}}$$

となり，$\pi < 3.1\boxed{\text{ヘホ}}$ であることがわかる。

$\boxed{\boxed{\text{フ}}}$ の解答群

⓪ $n\sin\dfrac{180^\circ}{n}$	① $n\sin\dfrac{360^\circ}{n}$	② $n\tan\dfrac{180^\circ}{n}$	③ $n\tan\dfrac{360^\circ}{n}$
④ $\dfrac{n}{\tan\dfrac{180^\circ}{n}}$	⑤ $\dfrac{n}{\tan\dfrac{360^\circ}{n}}$	⑥ $2n\sin\dfrac{180^\circ}{n}$	⑦ $2n\sin\dfrac{360^\circ}{n}$
⑧ $2n\tan\dfrac{180^\circ}{n}$	⑨ $\dfrac{2n}{\tan\dfrac{180^\circ}{n}}$		

（数学Ⅰ・数学A 第1問は次ページに続く。）

三角比の表

角	sin	cos	tan	角	sin	cos	tan
0°	0.0000	1.0000	0.0000	**45°**	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	**46°**	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	**47°**	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	**48°**	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	**49°**	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	**50°**	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	**51°**	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	**52°**	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	**53°**	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	**54°**	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	**55°**	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	**56°**	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	**57°**	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	**58°**	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	**59°**	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	**60°**	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	**61°**	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	**62°**	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	**63°**	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	**64°**	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	**65°**	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	**66°**	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	**67°**	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	**68°**	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	**69°**	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	**70°**	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	**71°**	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	**72°**	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	**73°**	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	**74°**	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	**75°**	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	**76°**	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	**77°**	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	**78°**	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	**79°**	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	**80°**	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	**81°**	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	**82°**	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	**83°**	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	**84°**	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	**85°**	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	**86°**	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	**87°**	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	**88°**	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	**89°**	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	**90°**	1.0000	0.0000	

第２問　（必答問題）（配点　30）

〔1〕　太郎さんと花子さんは，飛行機で国内旅行に行くことになった。機内に持ち込める手荷物のサイズには，次のようなルールがある。

ルール

[客席が 100 席未満の場合]

・3 辺 (縦，横，高さ) の長さの和が 100cm 以内

・3 辺それぞれの長さが，45cm × 35cm × 20cm 以内

[客席が 100 席以上の場合]

・3 辺 (縦，横，高さ) の長さの和が 115cm 以内

・3 辺それぞれの長さが，55cm × 40cm × 25cm 以内

(1)　客席が 100 席未満の場合，機内に持ち込めるカバンの容積の最大値は $\boxed{\text{アイウエオ}}$ cm^3 である。

（数学Ⅰ・数学A 第 2 問は次ページに続く。）

(2) 客席が 100 席以上の場合，3 辺それぞれの長さを最大にすると，3 辺の長さの和は 115cm を超えてしまう。二人は，機内に持ち込めるカバンの容積の最大値の求め方について話している。

花子：3 辺の長さの和が 115cm 未満のとき，辺の長さを長くして 115cm にすれば，容積は増えるね。だから，3 辺の長さの和が 115cm のときで考えよう。縦の長さは 55cm 以内，横の長さは 40cm 以内，高さは 25cm 以内としてもいいね。
太郎：そうだね。容積が最大になるのは，縦の長さが 55cm のときじゃないかな。

縦の長さが 55cm のとき，容積の最大値を求めよう。

横の長さを $x$cm とおくと，高さは

$\boxed{\text{カキ}} - x$ (cm)

である。これより，容積は x の関数として表すことができ，x のとり得る値の範囲は

$\boxed{\text{クケ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{コサ}}$

である。

よって，縦の長さが 55cm のとき，容積の最大値は $\boxed{\text{シ}}$ cm^3 である。

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

⓪ 44000	① 44500	② 48025
③ 48125	④ 48500	⑤ 49500

（数学Ⅰ・数学A 第2問は次ページに続く。）

(3) 太郎さんは，縦の長さが55cmでないときの容積を確かめている。

太郎：横の長さが40cmのときと，高さが25cmのときの容積の最大値をそれぞれ求めたら，どちらも50000cm^{3}になったよ。縦の長さが55cmのときの容積よりも大きいね。
花子：容積が最大になるのは，縦の長さが55cmのときではないんだね。
太郎：縦の長さを$a$cmとおいて，容積の最大値を調べてみよう。

縦の長さを$a$cmとする。縦の長さを $\boxed{\text{スセ}}$ cm未満にすると，3辺の長さの和は115cmにならないので，aのとり得る値の範囲は

$\boxed{\text{スセ}} \leqq a \leqq 55$

である。

そして，横の長さを$x$cmとすると，xのとり得る値の範囲は

$\boxed{\text{ソ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{タ}}$

であるから，縦の長さが$a$cmのとき，容積が最大となるような横の長さは $\boxed{\text{チ}}$ cmである。

よって，客席が100席以上のとき，機内に持ち込めるカバンの容積の最大値は $\boxed{\text{ツテトナニ}}$ cm^{3}である。

$\boxed{\text{ソ}}$ ～ $\boxed{\text{チ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 25	① 40	② 55
③ a	④ $\dfrac{115-a}{2}$	⑤ $60-a$
⑥ $75-a$	⑦ $90-a$	⑧ $115-a$

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

（下　書　き　用　紙）

数学Ⅰ・数学Aの試験問題は次に続く。

〔2〕　太郎さんと花子さんは，桜の開花日について調べている。以下は，都道府県別のデータを集め，分析しているときの二人の会話である。

(1)

太郎：今年は東京よりも大阪の方が桜の開花日が早かったね。
花子：今年だけでなく，毎年東京の方が早い気がするよ。
太郎：1992 年から 2019 年までの 28 年間の開花日のデータがあるので，実際に調べてみよう。日付のグラフは作りにくいので，開花したのが 2 月 1 日から数えて何日目かを考えて，その日に開花した年の回数について，ヒストグラムや箱ひげ図をつくってみよう。
花子：なるほど。うるう年の 3 月 10 日は 39 日目ということだね。

なお，ヒストグラムの各階級は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

(i)　東京のヒストグラムは図 1 であり，箱ひげ図は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

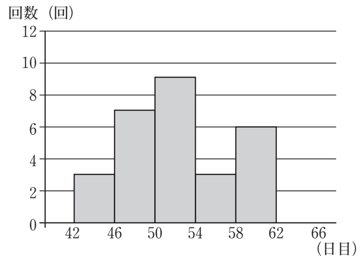
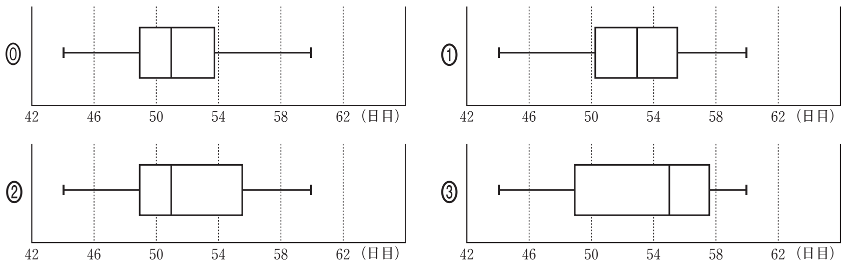


図1　東京の開花日

（出典：気象庁の Web ページにより作成）

$\boxed{\text{ヌ}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。



（出典：気象庁の Web ページにより作成）

（数学Ⅰ・数学A 第 2 問は次ページに続く。）

(ii)　大阪のヒストグラムは $\boxed{\text{ネ}}$ であり，箱ひげ図は図2である。

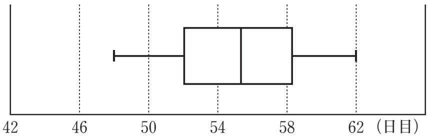
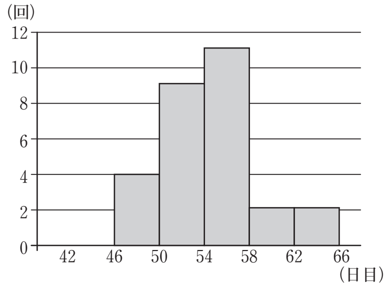
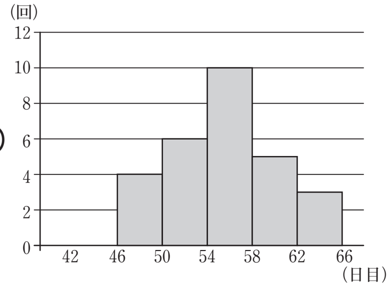


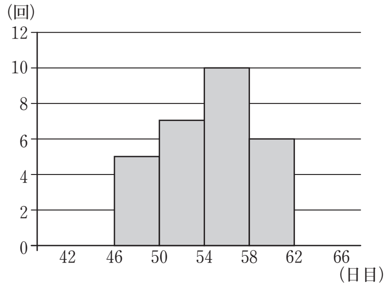
図2　大阪の開花日

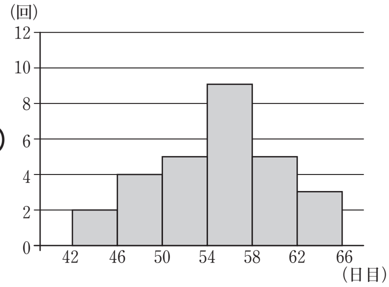
（出典：気象庁の Web ページにより作成）

$\boxed{\text{ネ}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

⓪


①


②


③


（出典：気象庁の Web ページにより作成）

（数学Ⅰ・数学A 第2問は次ページに続く。）

(2)

太郎：全体的に東京の方が開花日が早いようだね。東京でも，年によって差があるけれど，開花日はどういう条件で決まるのかな。

花子：開花する前，つまり2月や3月の気温や降水量と関係しているんじゃないかな。調べてみよう。

2006年から2019年の東京について，一日の平均気温の月平均と，開花したのが2月1日から数えて何日目かに関する散布図をつくると，図3，図4になる。

また，2006年から2019年の東京について，降水量の月合計と，開花したのが2月1日から数えて何日目かに関する散布図をつくると，図5，図6になる。

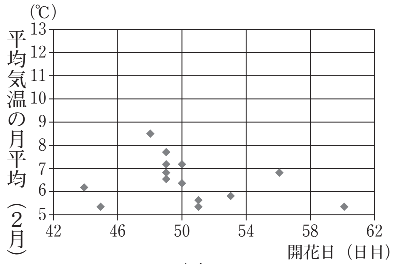


図3

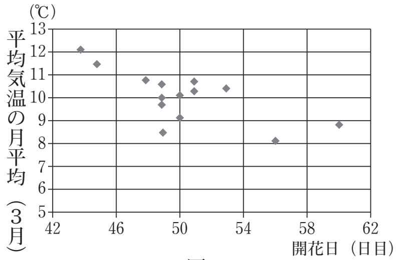


図4

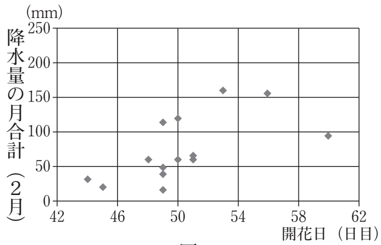


図5

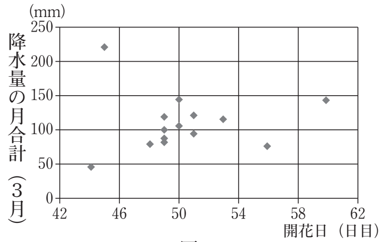


図6

（出典：気象庁のWebページにより作成）

図4，図6より，2006年から2019年の東京について，開花日と平均気温の月平均(3月)，降水量の月合計(3月)の相関係数の組合せとして正しいものは $\boxed{ノ}$ である。

$\boxed{ノ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ 平均気温の月平均(3月)：0.883，降水量の月合計(3月)：−0.115
① 平均気温の月平均(3月)：0.178，降水量の月合計(3月)：0.802
② 平均気温の月平均(3月)：0.775，降水量の月合計(3月)：0.932
③ 平均気温の月平均(3月)：0.134，降水量の月合計(3月)：−0.829
④ 平均気温の月平均(3月)：−0.706，降水量の月合計(3月)：−0.049
⑤ 平均気温の月平均(3月)：−0.771，降水量の月合計(3月)：−0.935

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

(3) (2)の図３～図６から読み取れることとして正しいものは $\boxed{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

$\boxed{\text{ハ}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～④ のうちから一つ選べ。

⓪ 開花日が最も遅い年は，３月の平均気温の月平均が最も低い。
① 開花日が最も早い年は，２月の降水量の月合計が最も少ない。
② ３月の平均気温の月平均が最も高い年は，２月の平均気温の月平均も最も高い。
③ ３月の平均気温の月平均が最も高い年は，３月の降水量の月合計が最も少ない。
④ ２月の平均気温の月平均が６℃以下で，２月の降水量の月合計が 100mm を超える年はない。

（数学Ⅰ・数学Ａ 第２問は次ページに続く。）

(4)

太郎：桜の開花予想はどんなふうにやっているのかな。
花子：インターネットで調べてみたら，「600 ℃の法則」というのがあるらしいよ。「2 月 1 日以降の一日の最高気温の和が 600 ℃を超えると開花する」という法則なんだ。
太郎：へえ，面白いね。でも，本当に正しいのかな。

2006 年から 2019 年の東京について，「600 ℃の法則」が成り立つかどうかを調べる方法として正しいものは $\boxed{\text{ヒ}}$ と $\boxed{\text{フ}}$ である。

$\boxed{\text{ヒ}}$，$\boxed{\text{フ}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～④ のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

⓪　最高気温の和が 600 ℃を超えたのが 2 月 1 日から数えて何日目かを調べて，14 年間の平均値を調べる。
①　最高気温の和が 600 ℃を超えたのが 2 月 1 日から数えて何日目かを調べて，14 年間の標準偏差を調べる。
②　最高気温の和が 600 ℃を超えたのが 2 月 1 日から数えて何日目かと，開花したのが 2 月 1 日から数えて何日目かの差の絶対値を調べて，14 年間の平均値を調べる。
③　最高気温の和が 600 ℃を超えたのが 2 月 1 日から数えて何日目かと，開花したのが 2 月 1 日から数えて何日目かの差の絶対値を調べて，14 年間の標準偏差を調べる。
④　2 月 1 日から開花日までの最高気温の和を調べて，14 年間の平均値を調べる。

（下　書　き　用　紙）

数学Ⅰ・数学Aの試験問題は次に続く。

第３問～第５問は，いずれか２問を選択し，解答しなさい。

第３問 （選択問題） （配点 20）

赤球 70 個と白球 30 個の合計 100 個の球が入っている箱がある。この箱から球を 2 個同時に取り出し，球の色を調べずに袋の中に入れる。そして，箱の中に残っている 98 個の球の中から k 個を机の上に同時に取り出し，赤球と白球の個数を調べる。その上で，袋の中に入っている 2 個の球の色を当てるというゲームを行う。このゲームの戦略を，条件付き確率を用いて考えよう。

事象 A，B，C をそれぞれ次のように定める。

A：袋の中に赤球が 2 個入っている事象

B：袋の中に赤球と白球が 1 個ずつ入っている事象

C：袋の中に白球が 2 個入っている事象

(1) 赤球 70 個と白球 30 個が入っている箱から球を 2 個同時に取り出すとき

$$\frac{P(B)}{P(A)} = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}},\quad \frac{P(C)}{P(B)} = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学Ａ第３問は次ページに続く。）

(2) まず，$k=1$ のときを調べよう。机の上に取り出した1個の球が赤球であった場合の戦略を考える。そのためには，机の上に取り出した1個の球が赤球である事象を R として，条件付き確率 $P_R(A)$，$P_R(B)$，$P_R(C)$ のうち，どれが最大であるかを調べればよい。

条件付き確率の性質より，$\dfrac{P_R(B)}{P_R(A)}$ は $\boxed{\boxed{\text{コ}}}$ と表すことができる。$\boxed{\boxed{\text{コ}}} = \dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ であるから，$P_R(A) > P_R(B)$ である。

また，$\dfrac{P_R(C)}{P_R(B)} = \dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツテ}}}$ であるから，$P_R(B) > P_R(C)$ である。

よって，$P_R(A)$ が最大であるから，机の上に取り出した1個の球が赤球であった場合は，袋の中に赤球が2個入っていると答えるのが得策である。

$\boxed{\boxed{\text{コ}}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{1}{P(A)}$	① $\dfrac{1}{P(B)}$	② $\dfrac{1}{P(A)P(B)}$
③ $\dfrac{P(A)}{P(B)}$	④ $\dfrac{P(B)}{P(A)}$	⑤ $\dfrac{1}{P(A\cap R)}$
⑥ $\dfrac{1}{P(B\cap R)}$	⑦ $\dfrac{1}{P(A\cap R)P(B\cap R)}$	⑧ $\dfrac{P(A\cap R)}{P(B\cap R)}$
⑨ $\dfrac{P(B\cap R)}{P(A\cap R)}$		

（数学Ⅰ・数学A 第3問は次ページに続く。）

(3)　次に，机の上に取り出した球の個数によって，戦略が変わるかを調べよう。ここでは，机の上に取り出した k 個の球がすべて赤球であった場合について考える。ただし，$1 \leqq k \leqq 68$ とする。

そのためには，机の上に取り出した k 個の球がすべて赤球である事象を R' として，条件つき確率 $P_{R'}(A)$，$P_{R'}(B)$，$P_{R'}(C)$ のうち，どれが最大であるかを調べればよい。

$\dfrac{P_{R'}(B)}{P_{R'}(A)}$ の値を k を用いて表すと $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}} - k}$ であるから，$P_{R'}(A) \geqq P_{R'}(B)$ となる k の値の範囲は，$1 \leqq k \leqq \boxed{\text{ネ}}$ である。

また，$\dfrac{P_{R'}(C)}{P_{R'}(B)}$ の値についても考えると，どのように答えるのが得策かわかる。

A，B，C を

A：袋の中に赤球が 2 個入っていると答える。

B：袋の中に赤球と白球が 1 個ずつ入っていると答える。

C：袋の中に白球が 2 個入っていると答える。

のように定めると，次の (i)〜(iii) のときの得策は

(i)　$k = 9$ のとき，$\boxed{\text{ノ}}$ である。

(ii)　$k = 30$ のとき，$\boxed{\text{ハ}}$ である。

(iii)　$k = 56$ のとき，$\boxed{\text{ヒ}}$ である。

である。

$\boxed{\text{ノ}}$ 〜 $\boxed{\text{ヒ}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪〜⑥ のうちから一つずつ選べ。

⓪　A	①　B	②　C
③　A または B	④　A または C	⑤　B または C
⑥　A または B または C		

ただし，A と B の当たりやすさが同じとき，A または B ということとする。

（下　書　き　用　紙）

数学Ⅰ・数学Ａの試験問題は次に続く。

第３問〜第５問は，いずれか２問を選択し，解答しなさい。

第４問 （選択問題）（配点　20）

太郎さんと花子さんは，倍数の判定法について調べている。

(1)　自然数 M の各位の数字の和が 9 の倍数であれば，M は 9 の倍数である。太郎さんは，これについて M が 4 桁の自然数のときに成り立つことを次のように証明した。

9 の倍数の判定法

自然数 M の一の位，十の位，百の位，千の位の数字をそれぞれ a_1，a_2，a_3，a_4 とする。このとき

$$\begin{aligned} M &= a_1 + 10a_2 + 10^2a_3 + 10^3a_4 \\ &= a_1 + (9+1)a_2 + (9+1)^2a_3 + (9+1)^3a_4 \\ &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 9\{a_2 + (9+2)a_3 + (9^2 + 3\cdot 9 + 3)a_4\} \end{aligned}$$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4$，$a_2 + (9+2)a_3 + (9^2 + 3\cdot 9 + 3)a_4$ は整数であるから，各位の数字の和 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ が 9 の倍数であれば，M は 9 の倍数である。

太郎さんの証明のポイントは，$10 = 9 + 1$ とみて，10，10^2，10^3 と M を

(整数)$+ 9 \times$(整数)

の形で表すことである。花子さんはこれを参考にして，11 の倍数の判定法を見つけた。

M が 4 桁の自然数のとき，$\boxed{\text{ア}}$ が 11 の倍数であれば，M は 11 の倍数である。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$	① $a_1 + a_2 + a_3 - a_4$	② $a_1 + a_2 - a_3 + a_4$
③ $a_1 + a_2 - a_3 - a_4$	④ $a_1 - a_2 + a_3 + a_4$	⑤ $a_1 - a_2 + a_3 - a_4$
⑥ $a_1 - a_2 - a_3 + a_4$	⑦ $a_1 - a_2 - a_3 - a_4$	

（数学Ⅰ・数学A 第４問は次ページに続く。）

(2) 二人は，もっと大きい数の倍数の判定法について考えている。

(i)

太郎：9 と 11 の倍数の判定法を両方使えば，99 の倍数かどうかわかるね。
花子：そうだね。でも，99 の倍数にも，9 や 11 の倍数のような判定法はないのかな。
太郎：$100 = 99 + 1$ とみて，同じように考えてみよう。

太郎さんが見つけた判定法

4 桁の自然数 M の一の位，十の位，百の位，千の位の数字をそれぞれ a_1，a_2，a_3，a_4 とする。このとき

$$\begin{aligned} M &= a_1 + 10a_2 + 10^2a_3 + 10^3a_4 \\ &= a_1 + 10a_2 + (99+1)a_3 + 10(99+1)a_4 \\ &= a_1 + 10a_2 + a_3 + 10a_4 + 99(a_3 + 10a_4) \end{aligned}$$

$a_1 + 10a_2$，$a_3 + 10a_4$ は整数であるから，$a_1 + 10a_2 + a_3 + 10a_4$ が 99 の倍数であれば，M は 99 の倍数である。

花子：$a_1 + 10a_2$，$a_3 + 10a_4$ は，M を一の位から 2 桁ずつに区切ったときにできる数になっているよ。例えば $M = 1188$ のとき，$a_1 + 10a_2 = 88$，$a_3 + 10a_4 = 11$ だね。
太郎：$88 + 11 = 99$ だから，1188 は 99 の倍数とわかるね。M を一の位から 2 桁ずつに区切れば，M の桁数が増えても 99 の倍数か判定できそうだね。

M が 8 桁の自然数のときを考える。M を一の位から 2 桁ずつに区切ったときにできる数を順に b_1，b_2，b_3，b_4 とすると，M は

$$M = b_1 + 10^{\boxed{イ}}b_2 + 10^{\boxed{ウ}}b_3 + 10^{\boxed{エ}}b_4$$

と表すことができる。

M が 8 桁の自然数のとき，$\boxed{オ}$ が 99 の倍数であれば，M は 99 の倍数である。

$\boxed{オ}$ の解答群

⓪ $b_1 + b_2 + b_3 + b_4$	① $b_1 + b_2 + b_3 - b_4$	② $b_1 + b_2 - b_3 + b_4$
③ $b_1 + b_2 - b_3 - b_4$	④ $b_1 - b_2 + b_3 + b_4$	⑤ $b_1 - b_2 + b_3 - b_4$
⑥ $b_1 - b_2 - b_3 + b_4$	⑦ $b_1 - b_2 - b_3 - b_4$	

（数学Ⅰ・数学A 第 4 問は次ページに続く。）

(ii) 99 の倍数の判定法は，$100 = 99 + 1$ とみて，M を

$$(\text{整数}) + \underline{99 \times (\text{整数})}$$

の形で表して見つけた。花子さんは，この式の下線部を修正することで，次の**命題 A** が真となるような自然数 N が，99 以外にもあることに気づいた。

命題 A

$\boxed{\text{オ}}$ が N の倍数であれば，8 桁の自然数 M は N の倍数である。

命題 A が真となるような 99 より小さい自然数 N のうち，最も大きいものは $\boxed{\text{カキ}}$ である。

(3) M が 12 桁の自然数のとき，一の位から 3 桁ずつに区切ったときにできる数を順に c_1，c_2，c_3，c_4 とすると，M は

$$M = c_1 + 10^{\boxed{\text{ク}}}c_2 + 10^{\boxed{\text{ケ}}}c_3 + 10^{\boxed{\text{コ}}}c_4$$

と表すことができる。

下の ⓪〜⑦ のうち，次の**命題 B** が真となるような自然数 N は $\boxed{\text{サ}}$ と $\boxed{\text{シ}}$ である。

命題 B

$c_1 - c_2 + c_3 - c_4$ が N の倍数であれば，12 桁の自然数 M は N の倍数である。

$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ の解答群（解答の順序は問わない。）

⓪ 9	① 17	② 19	③ 77
④ 99	⑤ 101	⑥ 999	⑦ 1001

（下　書　き　用　紙）

数学Ⅰ・数学Ａの試験問題は次に続く。

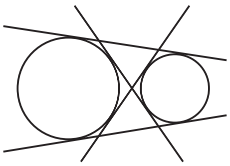
第３問～第５問は，いずれか２問を選択し，解答しなさい。

第５問 （選択問題）（配点 20）

半径が異なる２円の共通接線の本数は，２円の位置関係により，次のようになる。

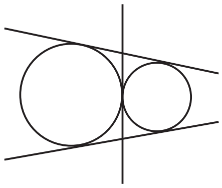
共通接線の本数

(i) 互いに外部にある



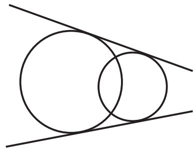
４本

(ii) 外接している



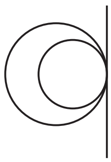
３本

(iii) ２点で交わる



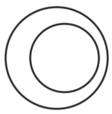
２本

(iv) 内接している



１本

(v) 一方が他方の内部にある



０本

共通接線に対して，２円が異なる側にあるようなものを共通内接線，２円が同じ側にあるようなものを共通外接線ということにする。例えば，２円が (ii) の位置関係にあるとき，共通内接線の本数は１本，共通外接線の本数は２本である。

（数学Ⅰ・数学Ａ第５問は次ページに続く。）

半径が異なる2円の共通接線を作図したい。以下において，点 C_1 を中心とする半径 r_1 の円を C_1，点 C_2 を中心とする半径 r_2 の円を C_2 とする。ただし，$r_1 > r_2$ とする。

(1) 2円が**共通接線の本数**の (i) の位置関係にあるとき，**手順A**の (Step 1) ～ (Step 6) の順で共通内接線を作図する。

手順A

(Step 1)　線分 C_1C_2 を直径とする円をかく。
(Step 2)　点 C_1 を中心とする半径 $r_1 + r_2$ の円をかく。
(Step 3)　(Step 1) の円と (Step 2) の円との二つの交点のうち，一方をPとする。
(Step 4)　線分 PC_1 と円 C_1 との交点をQとする。
(Step 5)　点 C_2 を通り，直線 PC_1 に平行な直線と円 C_2 との二つの交点のうち，直線 PC_2 に対して，点 C_1 と同じ側にある点をRとする。
(Step 6)　直線QRが求める共通内接線の1本である。

もう1本の共通内接線は，(Step 3) の二つの交点のもう一方をPとして，同じ手順で作図できる。また，(Step 1) ～ (Step 6) の順で作図した直線QRが求める共通内接線であることは，次の**構想**に基づいて説明できる。

構想

共通内接線を引いた図を使って考える。共通内接線と円 C_1，C_2 との接点をそれぞれ Q'，R' とする。このとき，$\angle C_1Q'R' = \angle C_2R'Q' = \boxed{アイ}^\circ$ であるから，$\boxed{ウ}$ となる。よって，点 C_2 を通り直線 $Q'R'$ に平行な直線と，直線 C_1Q' との交点を P' とすると

$$\angle C_1P'C_2 = \boxed{エオ}^\circ,\quad C_1P' = \boxed{カ}$$

を満たす。これより，線分 C_1C_2 を直径とする円と，点 C_1 を中心とする半径 $r_1 + r_2$ の円を利用すればよい。

$\boxed{ウ}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

⓪ $C_1C_2 \parallel Q'R'$	① $C_1Q' \parallel C_2R'$	② $C_1R' \parallel C_2Q'$
③ $C_1C_2 \perp Q'R'$	④ $C_1Q' \perp C_2R'$	⑤ $C_1R' \perp C_2Q'$

$\boxed{カ}$ の解答群

⓪ r_1	① r_2	② $r_1 + r_2$	③ $r_1 - r_2$
④ $2r_1$	⑤ $2r_2$	⑥ $2r_1 + r_2$	⑦ $2r_1 - r_2$

（数学Ⅰ・数学A 第5問は次ページに続く。）

(2) 2円が**共通接線の本数**の(i)の位置関係にあるとき，共通外接線も作図したい。**手順B**の(Step 1)～(Step 6)の順で共通外接線を作図する。

手順B

(Step 1)　線分 C_1C_2 を直径とする円をかく。
(Step 2)　点 C_1 を中心とする半径 $\boxed{キ}$ の円をかく。
(Step 3)　(Step 1)の円と(Step 2)の円との二つの交点のうち，一方をSとする。
(Step 4)　半直線 $\boxed{ク}$ と円 C_1 との交点をTとする。
(Step 5)　点 C_2 を通り，直線 C_1S に平行な直線と円 C_2 との二つの交点のうち，$\boxed{ケ}$ をUとする。
(Step 6)　直線TUが求める共通外接線の1本である。

もう1本の共通外接線は，(Step 3)の二つの交点のもう一方をSとして，同じ手順で作図できる。

$\boxed{キ}$ の解答群

⓪ r_1	① r_2	② r_1+r_2	③ r_1-r_2
④ $2r_1$	⑤ $2r_2$	⑥ $2r_1+r_2$	⑦ $2r_1-r_2$

$\boxed{ク}$ の解答群

⓪ C_1S	① SC_1	② C_2S	③ SC_2

$\boxed{ケ}$ の解答群

⓪ 直線 C_1S に対して，点 C_2 と同じ側にある点
① 直線 C_1S に対して，点 C_2 と異なる側にある点
② 直線 C_2S に対して，点 C_1 と同じ側にある点
③ 直線 C_2S に対して，点 C_1 と異なる側にある点

(数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。)

(3) **共通接線の本数**の (i)〜(iv) の 10 本の共通接線のうち，(1)の**手順 A** によって作図できる共通内接線は $\boxed{\text{コ}}$ 本であり，(2)の**手順 B** によって作図できる共通外接線は $\boxed{\text{サ}}$ 本である。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，符号(−，±)又は数字(0～9)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に −83 と答えたいとき

ア	●	±	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	±	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨
ウ	⊖	±	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで ⓪ にマークしなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}$ に 2.5 と答えたいときは，2.50 として答えなさい。

5　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

6　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

7　問題の文中の二重四角で表記された $\boxed{\boxed{\text{タ}}}$ などには，選択肢から一つを選んで，答えなさい。

8　同一の問題文中に $\boxed{\text{チツ}}$，$\boxed{\boxed{\text{テ}}}$ などが 2 度以上現れる場合，原則として，2 度目以降は，$\boxed{\text{チツ}}$，$\boxed{\boxed{\text{テ}}}$ のように細字で表記します。