

第3問 2018年のノーベル物理学賞は、「レーザー物理学分野における画期的な発見」に対して授与され、そのうちの1つは光ピンセット技術に関するものであった。光ピンセットとは、レーザー光で微小な粒子等を捕捉する技術である。本問では、光が微粒子に及ぼす力を考察することで、光で微粒子が捕捉できることを確認してみよう。

以下、図3-1に例を示すように、真空中に屈折率  $n (n > 1)$  の球形の微粒子があり、そこを光線が通過する状況を考える。光は光子という粒子の集まりの流れであり、光子は運動量をもつので、光の屈折に伴い光子の運動量が変化して、それが微粒子に力を及ぼすと考えられる。そこで以下では、光子の運動量の変化の大きさは、その光子が微粒子に及ぼす力積の大きさに等しいとする。また、光の吸収や反射の影響は無視する。さらに、微粒子に対して光線は十分に細く、光線の太さは考えない。

I 図3-1に示すように、真空中の微粒子を光線が通過している。微粒子の中心  $O$  は光線と同一平面内にある。微粒子は固定されており、動かない。図3-2に示すように、光線が微粒子に入射する点を点  $A$ 、微粒子から射出する点を点  $B$  とする。入射前の光線を延長した直線と、射出後の光線を延長した直線の交点を点  $C$  とする。線分  $AB$  と線分  $OC$  の交点を点  $D$  とする。以下の設問に答えよ。

(1) 光が微粒子に入射する際の入射角を  $\theta$ 、屈折角を  $\phi$  とする。 $\sin \theta$  を、 $n$ 、 $\sin \phi$  を用いて表せ。

(2) 光線中を同じ方向に流れる光子の集まりがもつ、エネルギーの総量  $E$  と運動量の大きさの総量  $p$  の間には、真空中では  $p = \frac{E}{c}$  という関係が成り立つ。ここで、 $c$  は真空中の光の速さである。図3-1の光は、単位時間あたり  $Q$  のエネルギーをもって、光源から射出されている。このとき、時間  $\Delta t$  の間に射出された光子の集まりが真空中でもつ運動量の大きさの総量  $p$  を、 $Q$ 、 $\Delta t$ 、 $c$ 、 $n$  のうち必要なものを用いて表せ。

(3) 図3-1に示すように、微粒子に入射する前の光子と、微粒子から射出した光子は、運動量の大きさは変わらないが、向きは変化している。時間  $\Delta t$  の間に射出された光子の集まりが、微粒子を通過することにより受ける運動量の変化の大きさの総量  $\Delta p$  を、 $p$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  を用いて表せ。また、その向きを、点 O, A, B, C のうち必要なものを用いて表せ。

(4) この微粒子が光から受ける力の大きさ  $f$  を、 $Q$ ,  $c$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  のうち必要なものを用いて表せ。また、その向きを、点 O, A, B, C のうち必要なものを用いて表せ。

(5) 図3-2に示すように、OD間の距離を  $d$ 、微粒子の半径を  $r$  とする。角度  $\theta$ ,  $\phi$  が小さいとき、設問 I (4) で求めた力の大きさ  $f$  を、 $Q$ ,  $c$ ,  $n$ ,  $r$ ,  $d$  のうち必要なものを用いて表せ。小さな角度  $\delta$  に対して成り立つ近似式  $\sin \delta \doteq \tan \delta \doteq \delta$ ,  $\cos \delta \doteq 1$  を使い、最終結果には三角関数を含めずに解答すること。

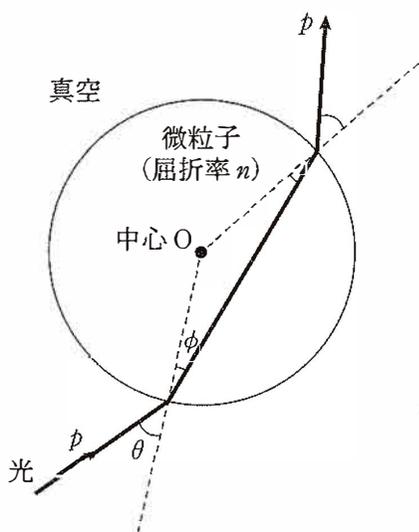


図3-1

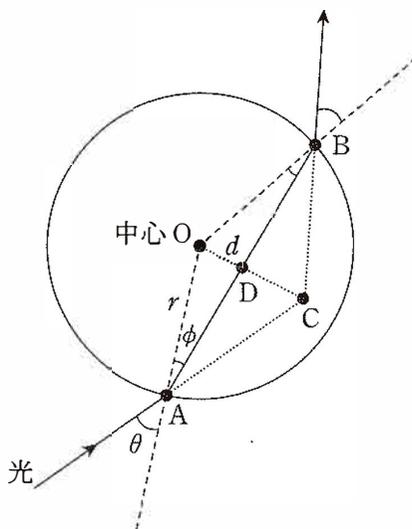


図3-2

(文字や補助線等を除き  
図3-1と同じ図である。)

II 図3-3, 図3-4に示すように, 強度(単位時間あたりのエネルギー)の等しい2本の光線が点Fで交わるよう光路を調整したうえで, 設問Iと同じ微粒子を, それぞれ異なる位置に置いた。いずれの図においても, 入射光が鉛直線(上下方向)となす角度は2本の光線で等しく, 2本の光線と微粒子の中心Oは同一平面内にある。微粒子は固定されており, 動かない。以下の設問に答えよ。力の向きについては, 設問の指示に従って, 力が働く場合は図3-3の左側に図示した上下左右のいずれかを解答し, 力が働かない場合は「力は働かない」と答えること。

(1) 図3-3に示すように, 微粒子の中心Oが点Fと一致しているとき, 微粒子が2本の光から受ける合力の向きとして最も適切なものを「上」「下」「左」「右」「力は働かない」から選択せよ。

(2) 図3-4に示すように, 微粒子の中心Oが点Fの下にあるとき, 微粒子が2本の光から受ける合力の向きとして最も適切なものを「上」「下」「左」「右」「力は働かない」から選択せよ。点Fは微粒子の内部にあり, OF間の距離は十分小さいものとする。

(3) 設問II(2)において, OF間の距離を $\Delta y$ とするとき, 微粒子が2本の光から受ける合力の大きさ $f'$ と $\Delta y$ の関係について, 最も適切なものを以下のア~エから選択せよ。なお, 微粒子の半径 $r$ と比べて $\Delta y$ は小さく, 設問I(5)の近似が本設問でも有効である。図3-4は,  $\Delta y$ の大きさが誇張して描かれているので注意すること。

ア:  $f'$  は  $\Delta y$  によらず一定である。

イ:  $f'$  は  $\Delta y$  に比例する。

ウ:  $f'$  は  $(\Delta y)^2$  に比例する。

エ:  $f'$  は  $\Delta y$  に反比例する。

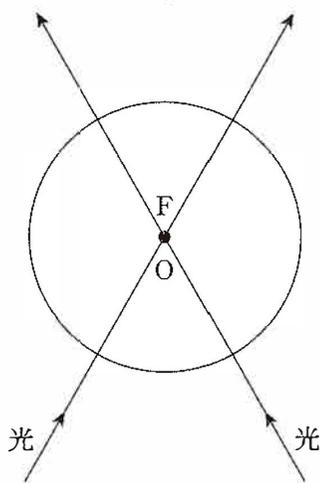
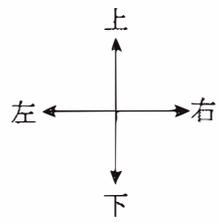


图 3—3

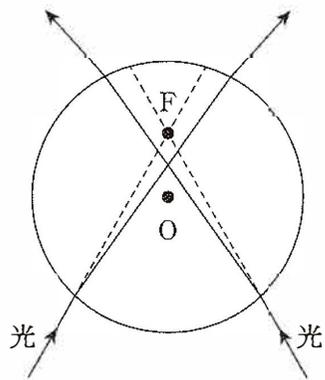


图 3—4

Ⅲ 図3—5に示すように、水平に置かれた薄い透明な平板の上方、高さ $r$ の位置にある点Fで、強度の等しい2本の光線(光線1, 光線2)が交わるよう光路を調整したうえで、設問Ⅰ, Ⅱと同じ、半径 $r$ の微粒子を置いた。微粒子は常に平板と接触しており、微粒子と平板の間に摩擦はないものとする。微粒子には、外部から右向きに大きさ $f_0$ の力が働いており、この力と、2本の光線から受ける力が釣り合う位置で微粒子は静止している。すなわち、この微粒子は、光によって捕捉されている。OF間の距離は $\Delta x$ とし、点Fは、微粒子の内部、中心O付近にある。また、入射光が鉛直線となす角度 $\alpha$ は2本の光線で等しく、2本の光線と点Oは同一平面内にある。平板は十分薄く、平板による光の屈折や反射、吸収は考えない。光が微粒子に入射する際の入射角 $\theta$ は2本の光線で等しく、それに対する屈折角を $\phi$ とする。微粒子や平板の変形は考えない。

(1) 図3—5に示すように、光線1が微粒子に入射する点を点Aとし、微粒子の中心Oから微粒子内の光線1の上に降ろした垂線の長さを $d$ とする。また、図3—6に示すように、点Oから直線AFに降ろした垂線の長さを $h$ とする。 $h$ および $d$ を、 $\Delta x$ ,  $n$ ,  $\alpha$ のうち必要なものを用いて表せ。

(2) ここで用いた2本の光線は、それぞれ、単位時間あたり $Q$ のエネルギーをもって、光源から射出されていた。入射角 $\theta$ や屈折角 $\phi$ が小さく、設問Ⅰ(5)と同じ近似が成り立つとして、2本の光線が微粒子に及ぼす合力の大きさ $f'$ を、 $Q$ ,  $c$ ,  $n$ ,  $r$ ,  $\alpha$ ,  $\Delta x$ を用いて表せ。ただし、 $\theta$ と $\phi$ は十分小さいため、 $\alpha \pm (\theta - \phi) \approx \alpha$ と近似でき、合力の向きは水平方向とみなすことができる。

(3)  $n = 1.5$ ,  $r = 10 \mu\text{m} (= 1 \times 10^{-5} \text{m})$ ,  $Q = 5 \text{mW} (= 5 \times 10^{-3} \text{J/s})$ ,  $\alpha = 45^\circ$ としたところ、 $\Delta x = 1 \mu\text{m} (= 1 \times 10^{-6} \text{m})$ であった。このとき、外部から微粒子に加えている力の大きさ $f_0$ を、有効数字1桁で求めよ。真空中の光の速さは $c = 3 \times 10^8 \text{m/s}$ である。図3—5, 図3—6は、 $\alpha$ や $\Delta x$ 等の大きさが正確ではないので注意すること。

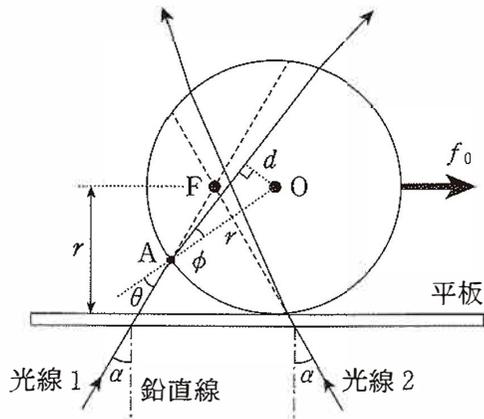


図 3—5

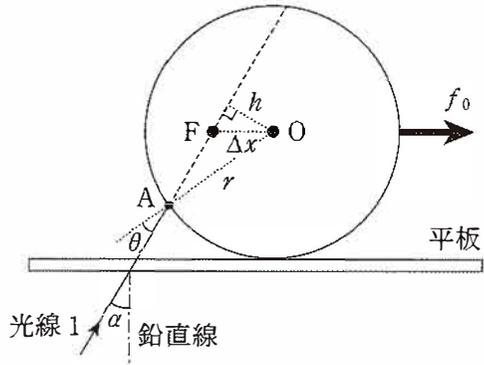


図 3—6

(文字や補助線等を除き)  
 (図 3—5 と同じ図である。)