



学校名			
学年	中学・高校	年	クラス
氏名			

※解答は、濃く、はっきりと記入ください。

ハイレベル 2次関数

ZM8Z1Z-H1D1

総得点 93/100

1 ZM8Z1Z-H1C1

座標平面上において、放物線 $y = f(x)$ を原点に関して対称移動すると、放物線 $C: y = -x^2 - 2x - 3$ に移った。また、放物線 C を x 軸方向に -1 、 y 軸方向に a だけ平行移動した放物線の方程式を $y = g(x)$ とする。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ を求めよ。
- (2) $g(x)$ を a を用いて表せ。
- (3) 任意の実数 x に対して、 $f(x) > g(x)$ が成り立つ a の値の範囲を求めよ。
- (4) $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ をみたすある実数 x_1, x_2 に対して、 $f(x_1) < g(x_2)$ が成り立つ a の値の範囲を求めよ。

解答欄

- 6/6
- 14/14
- 8/15
- 15/15

(1) $y = -(x^2 + 2x) - 3$ ← 放物線Cの式を平方完成すると

$= -(x+1)^2 - 2$ 式だけでなく、式の説明も入れましょう。

Cの頂点は $(-1, -2)$ だから

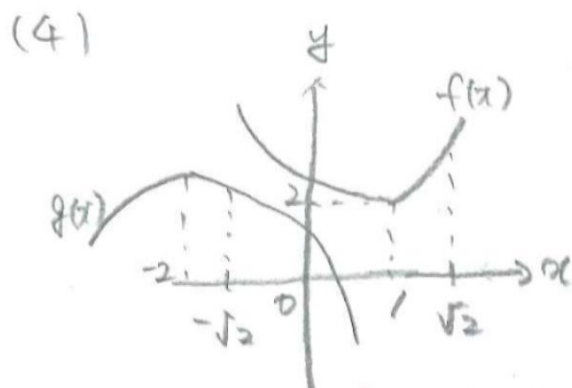
A $y = (x-1)^2 + 2$ (答) $f(x) =$ 問題文に合わせた形で答えましょう。

(2) (1)と同様に $y = -(x+2)^2 - 2 + a$ (答) $g(x) =$

(3) $f(x) > g(x)$ より $(x-1)^2 + 2 > -(x+2)^2 - 2 + a$
 $(x^2 - 2x + 1 + 2 > -(x^2 + 4x + 4) - 2 + a)$
 $x^2 - 2x + 3 + x^2 + 4x + 4 + 2 - a > 0$
 $2x^2 + 2x + 9 - a > 0 \dots \star$

B $D = 1 - 2(9 - a) > 0$ 不等号の向きが違います。

$1 - 18 + 2a > 0$
 $2a > 17$
 $a > \frac{17}{2}$ (答) $\triangle -7$ \star がすべての x で成立するのは判別式が負のときです。



図の形になるのはだから

$g(-\sqrt{2}) = -(-\sqrt{2}+2)^2 - 2 + a$
 $= -(2 - 4\sqrt{2} + 4) - 2 + a$

$= -6 + 4\sqrt{2} - 2 + a$
 $= -8 + 4\sqrt{2} + a$
 $-8 + 4\sqrt{2} + a > 2$
 $a > 10 - 4\sqrt{2}$ (答)

頂点の移動を考えることは同様ですが、「放物線Cと $y = g(x)$ の頂点の移動を考えると」のような記述のほうが、採点者にはわかりやすいです。

途中の計算式は省いてもよいでしょう。

図で説明するのはよいです。

ただこれだけでは、 $(g(x)$ の最大値) $>$ $(f(x)$ の最小値)を考えていることが採点者には伝わりにくいので、説明を入れておいたほうがよいでしょう。

このあと、どこに続きを書いているのかを示しましょう。

A Cの頂点が求まって、答えがこのようになるのはなぜかの説明が必要です。「 $y = f(x)$ のグラフを原点に関して対称移動したものが放物線Cであるから」など上に書いた内容と下に書いた内容をつなげる記述を入れておくとよいです。

B i) 一般に判別式はDで表されますが、問題文に書かれていないので、「 $2x^2 + 2x + 9 - a = 0$ の判別式をDとおく」と断っておきましょう。ii) 「題意をみたすのは判別式が負になるとき」のように、この式になる説明を書きましょう。iii) x の係数が偶数のときなので $\frac{D}{4}$ が正確です。

答案評価

A B C