

数学ライティング〈整数〉スタンダード問題

1

次の各問いに答えよ。

- (1) 方程式 $13x - 5y = 2$ の整数解を整数 k を用いて表せ。
- (2) 方程式 $2xy + x + 3y = 0$ の整数解を求めよ。
- (3) $x \geq 1, y \geq 1$ とする。方程式 $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$ の整数解を求めよ。
- (4) 方程式 $x^2 + 5y^2 = 21$ の整数解を求めよ。

2

次の各問いに答えよ。

- (1) n を 5 で割った余りが 2 である整数とする。このとき、 n^4 を 5 で割った余りを求めよ。
- (2) n を任意の整数とする。 $n^5 - n$ は 5 の倍数であることを証明せよ。
- (3) n を任意の整数とする。 $n^5 - n$ は 30 の倍数であることを証明せよ。

数学ライティング＜整数＞ハイレベル問題

1

x と y の方程式

$$3x - 7y = 100 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

について、次の各問いに答えよ。

- (1) 方程式①の整数解をすべて求めよ。
- (2) 方程式①の解の中に、 x と y がともに3桁の自然数で、 x と y の最大公約数が3以上の素数であるような x , y の組が存在するとき、
 - (i) x と y の最大公約数を求めよ。
 - (ii) x が最小となるときの x , y の値を求めよ。

2

次の各問いに答えよ。

- (1) $a(a + n) = 9$ をみたす整数 a , n の組 (a, n) をすべて求めよ。
- (2) 整数 a と自然数 b が互いに素で、 b が $3a^2$ の約数であるとき、 b の値を求めよ。
- (3) $x(3x + n) = 3$ をみたす有理数 x と整数 n の組 (x, n) をすべて求めよ。
- (4) $x(3x + 2y - 1 + 2^{z-1}) = 3^z$ をみたす有理数 x と自然数 y , z の組 (x, y, z) はちょうど2組存在することを示せ。