数学ライティング＜２次関数＞スタンダード問題

1

次の各問いに答えよ。

(1) 放物線 $y=(x-1)^2+2$ を x 軸方向に p, y 軸方向に q だけ平行移動した放物線の方程式が $y=(x-3)^2-5$ であるとき，p, q の値を求めよ。

(2) 放物線 $y=x^2-6x+5$ を x 軸方向に $-p$, y 軸方向に p だけ平行移動した放物線の頂点が，直線 $y=x+1$ 上にあるとき，p の値を求めよ。

(3) 放物線 $y=x^2+2x+4$ と放物線 $y=-x^2+2x$ が定点 $(a,\ b)$ に関して対称であるとき，a, b の値を求めよ。

2

次の各問いに答えよ。

(1) a を実数の定数とし，2 次関数 $y=x^2-2ax+2a^2+a\ (-1 \leqq x \leqq 1)$ の最大値を $M(a)$ とおく。a が実数全体で変化するとき，$M(a)$ の最小値を求めよ。

(2) t を実数とする。2 次関数 $y=x^2$ において，x の定義域が $t \leqq x \leqq t+2$ であるとき，最小値が 0 となり，最大値が $-t+2$ となるという。このようになる場合の t の値をすべて求めよ。

数学ライティング＜２次関数＞ハイレベル問題

1

座標平面上において，放物線 $y=f(x)$ を原点に関して対称移動すると，放物線 C：$y=-x^2-2x-3$ に移った。また，放物線 C を x 軸方向に -1，y 軸方向に a だけ平行移動した放物線の方程式を $y=g(x)$ とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) $g(x)$ を a を用いて表せ。

(3) 任意の実数 x に対して，$f(x)>g(x)$ が成り立つ a の値の範囲を求めよ。

(4) $-\sqrt{2} \leqq x \leqq \sqrt{2}$ をみたすある実数 x_1，x_2 に対して，$f(x_1)<g(x_2)$ が成り立つ a の値の範囲を求めよ。

2

次の 3 つの条件をみたす 2 次関数 $f(x)$ および実数 m を考える。

(i) 放物線 $y=f(x)$ は，放物線 $y=x^2$ を頂点が第 4 象限にくるように平行移動したものである。

(ii) 放物線 $y=f(x)$ は，点 $(1,\ -2)$ を通る。

(iii) 関数 $f(x)$ の最小値は m である。

このとき，次の各問いに答えよ。

(1) $m=-3$ のとき，$f(x)$ を求めよ。

(2) $f(0)=0$ をみたす $f(x)$ が存在するような m の値を求めよ。

(3) $f(0) \leqq 3$ をみたす $f(x)$ が存在するような m の値の範囲を求めよ。

(4) 条件をみたす関数 $f(x)$ が 2 つ存在するような m の値の範囲を求めよ。